

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS E ENGENHARIA DE  
PETRÓLEO  
PROVA DE SELEÇÃO MESTRADO 2019.2

Linha de Pesquisa: Automação na Indústria de Petróleo e Gás Natural

**QUESTÕES**

1- Considere as seguintes funções  $f(x) = x^2 - 4$  e  $g(x) = -x^2 - 2x$ . Pede-se:

- a) Esboce a curva das 2 funções entre os pontos  $x = -3$  e  $x = 2$   
b) Calcule a área da região compreendida entre as 2 funções

**(2,0 pontos)**

2- Temos 200 metros de arame para cercar um jardim retangular com a maior área possível. Qual devem ser as dimensões do jardim?

**(2,0 pontos)**

3- Calcule

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 3x - 6}{x^2 + 2x - 3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2 + 16} - 5}{x^2 + 3x}$

**(2,0 pontos)**

4- Seja  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$  determine os autovalores e autovetores de  $\mathbf{A}$ .

**(2,0 pontos)**

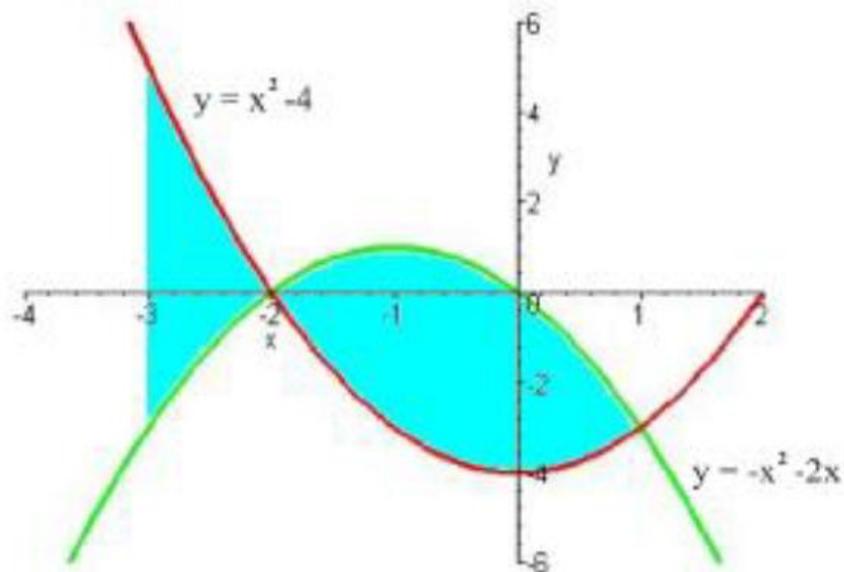
5- Dos 500 aprovados em um concurso público, 205 falam inglês, 210, espanhol, e 65 falam ambos os idiomas. Escolhendo ao acaso um dos aprovados, qual a probabilidade de ele não falar nenhum desses idiomas?

**(2,0 pontos)**

## GABARITO

### 1) Resolução

a)



b)

$$\begin{aligned} \int_{-2}^0 ((-x^2 - 2x) - (x^2 - 4)) dx &= \int_{-2}^0 (-2x^2 - 2x + 4) dx = -2 \frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} + 4x \Big|_{-2}^0 = \\ &= -\frac{2}{3} - 2 \frac{1}{2} + 4 - \left( \frac{16}{3} - 4 - 8 \right) = -\frac{18}{3} + 3 + 12 = -6 + 15 = \mathbf{9 \text{ ua}} \end{aligned}$$

### 2) Resolução

$$A = x y$$

$$2x + 2y = 200; y = 100 - x$$

$$A(x) = x y = x(100 - x) = 100x - x^2$$

$$A'(x) = 100 - 2x$$

$$100 - 2x = 0; \mathbf{x=50; y=50}$$

### 3) Resolução

a) Existe uma indefinição no limite 0/0. Uma solução é aplicar o teorema de L'Hopital

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 3x - 6}{x^2 + 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\frac{d}{dx}(3x^2 + 3x - 6)}{\frac{d}{dx}(x^2 + 2x - 3)} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x + 3}{2x + 2} = \frac{9}{4}$$

Ou podemos fatorar os 2 polinômios e cancelar as suas raízes comuns:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 3x - 6}{x^2 + 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x + 2)(x - 1)}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{9}{4}$$

b) Existe uma indefinição no limite 0/0. Uma solução é aplicar o teorema de L'Hopital

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2 + 16} - 5}{x^2 + 3x} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\frac{d}{dx}(\sqrt{x^2 + 16} - 5)}{\frac{d}{dx}(x^2 + 3x)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-1/2 \sqrt{x^2 + 16} \cdot 2x}{2 \cdot (2x + 3)} = \frac{-6}{5 \cdot -6} = \frac{1}{5}$$

### 4) Resolução

Os autovalores da matriz A podem ser determinados da seguinte forma:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = \lambda^2 - 3\lambda + 2 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 2 \\ \lambda_2 = 1 \end{cases}$$

Agora, calculando o autovetor associado ao autovalor  $\lambda = 2$ , chegamos ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad y = 2x \quad \text{Logo } \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} x \\ 2x \end{bmatrix}$$

Agora, calculando o autovetor associado ao autovalor  $\lambda = 1$ , chegamos ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix} \quad w = z \quad \text{Logo } \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} z \\ z \end{bmatrix}$$

### 5) Resolução

Total de alunos que falam algum idioma:  $205 + 210 - 65 = 350$

Veja que subtraímos os 65 alunos que falam os dois idiomas e estavam sendo contados duas vezes quando consideramos os 205 que falam inglês e os 210 que falam espanhol.

Total de estudantes que não falam nenhum idioma:  $500 - 350 = 150$

Probabilidade do estudante não falar nenhum idioma:  $150/500 = 0,3$  (30%)