Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia do Petróleo
Área: Física do Petróleo
Prova de Seleção: Mestrado

Data:15/06/2018

Gabarito

Questão 1. Tomando y como funçao de x, o coeficiente angular é o valor da primeira derivada, que integrando temos:

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 \Rightarrow y = x^3 + C$$

Para acharmos o valor da constante C utilizamos que a curva passa pelo ponto $y = -1$ quando $x = 1$

$$y(1) = -1 \Rightarrow -1 = 1 + C \Rightarrow C = -2$$
$$\boxed{y(x) = x^3 - 2}$$

Questão 2. O comprimento total de cerca construída P, como indicada pela figura, será dois segmentos horizontais de tamanho que chamaremos L e três segmentos verticais de tamanho que chamaremos H, portanto $P = 2L + 3H = 600m$. A área total do retângulo vale $A = LH$. Vamos escrever o valor da área em função da altura, e maximizar a função encontrando o ponto de primeira derivada igual a 0.

$$P = 2L + 3H = 600 \Rightarrow L = 300 - \frac{3H}{2}$$
$$A = LH = (300 - \frac{3H}{2})H = 300H - \frac{3H^2}{2}$$
$$\frac{dA}{dH} = 300 - 3H = 0$$
$$H_{max} = 100m$$

Substituindo esse valor de H_{max} na expressão para P encontramos $L_{max} = 150m$ e a área máxima obtida portanto:

$$A_{max} = L_{max}H_{max} = \boxed{15000m^2}$$

Questão 3. Em um diagrama de fasores, essas duas ondas podem ser representadas como fasores de mesma frequência, f_1 e f_2, de módulo 3 e 4 que formam um ângulo de $-\frac{\pi}{2}$ entre si. O módulo da soma vetorial dos dois fasores nos dá a amplitude da onda resultante da sobreposição das duas.

$$|\vec{f_1} + \vec{f_2}| = \sqrt{|f_1|^2 + |f_2|^2} = \sqrt{9 + 16} = \boxed{5cm}$$

Questão 4. A única força que sustenta todo o conjunto suspenso é a tração na corda, exercida pelo homem. Portanto, o homem tem que puxar a corda com força suficiente para sustentar o peso do conjunto homem + plataforma, e acelerar a $0,37m/s^2$ para cima. Sendo g a aceleração da gravidade, m a massa do conjunto homem + plataforma, tomando $g \approx 10m/s^2$:

$$F = 990 + \frac{990}{g} \times 0,37 = \boxed{1026,63N}$$

Questão 5. Como o campo magnético e a corrente são perpendiculares, a força que empurra a barra é dada por $F_{mag} = ILB$, sendo L o comprimento da barra, I o módulo da corrente e B do campo magnético. Se a barra se desloca com velocidade média v_m por um tempo t, o espaço percorrido foi $x = v_m t$. A força elástica exercida pela mola é $F_{el} = -kx$, na condição de equilíbrio portanto temos:

$$\begin{aligned} F_{mag} &= F_{el} \\ ILB &= kv_m t \\ B &= \frac{kv_m t}{IL} \\ &\boxed{B = 0,5T} \end{aligned}$$

Questão 6. a) O segmento de reta do ponto 1 ao espelho tem comprimento $d_1 = \sqrt{x^2 + y_1^2}$. Do espelho ao ponto 2 tem comprimento $d_2 = \sqrt{(l-x)^2 + y_2^2}$. No total portanto a luz percorre uma distância $d_1 + d_2$ a uma velocidade constante c, o que requer um tempo t:

Demonstração.

$$t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{d_1 + d_2}{v} = \frac{\sqrt{x^2 + y_1^2} + \sqrt{(l-x)^2 + y_2^2}}{c}$$

□

b) O comprimento x define o ponto onde o raio atinge o espelho, derivamos a expressão obtida para o tempo no item a com relação à variável x:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{c}\left[\frac{x}{\sqrt{x^2 + y_1^2}} - \frac{(l-x)}{\sqrt{(l-x)^2 + y_2^2}}\right] = \frac{1}{c}\left[\frac{x}{d_1} - \frac{(l-x)}{d_2}\right] = \frac{1}{c}\left[\sin\theta_1 - \sin\theta_2\right]$$

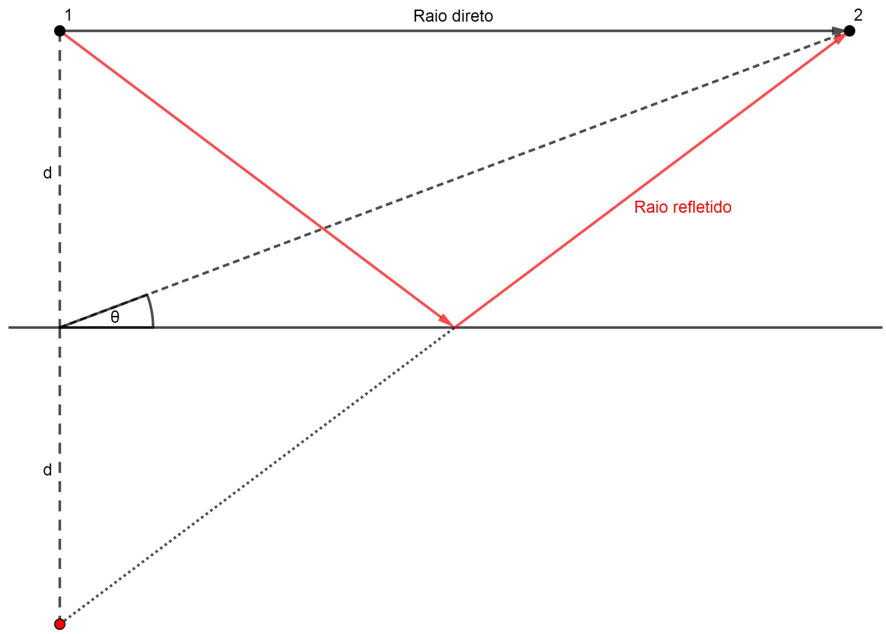
Para a posição de x equivalente ao o tempo mínimo:

Demonstração.

$$\frac{dt}{dx} = 0 \Rightarrow \sin\theta_1 = \sin\theta_2 \Rightarrow \theta_1 = \theta_2$$

$\square$

c) Podemos considerar que existe uma fonte virtual atrás do espelho que será defasada de 180^o com a fonte original, por causa da inversão de fase causada pela reflexão no espelho. A situaçao fica portanto análoga ao caso da interferência entre duas fendas, separadas por uma distância $2d$, onde o centro está no plano do espelho e o ângulo θ é dado por $\tan(\theta) = d/L$.



A condição para a altura do primeiro máximo de difração é portanto que a diferença de caminho ótico entre o raio direto e o refletido seja igual a **meio** comprimento de onda (por causa da inversão de fase na reflexão).

$$d = \frac{\lambda L}{4d} \Rightarrow \boxed{d = \frac{\sqrt{\lambda L}}{2}}$$

Questão 7. a) Por conservação de energia, a energia potencial no início tem que ser a mesma logo antes do impacto, portanto a velocidade v_1, para a direita, antes do impacto vale:

$$mgh = \frac{mv_1^2}{2}$$
$$v_1 = \sqrt{2gh_1}$$
$$\boxed{v_1 = 3m/s}$$

Onde tomamos $g = 10m/s^2$. Da mesma forma para o caminho de volta, a velocidade v_2, para a esquerda, logo após a colisão:

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2gh_2} = 2m/s}$$

b) Por conservação da quantidade de movimento, a velocidade V do bloco, para a direita, depois da colisão vale:

$$mv_1 = MV - mv_2$$
$$V = \frac{m(v_1 + v_2)}{M}$$
$$V = 1m/s$$

O trabalho realizado pela força de atrito de coeficiente estático μ ao longo do deslocamento d do bloco até a parada, é equivalente à energia cinética inicial do bloco

$$F_{at}d = \frac{MV^2}{2}$$
$$d = \frac{V^2}{2\mu g}$$
$$\boxed{d = 0,17m}$$