



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO CIÊNCIA EXATA E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA MESTRADO
PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT



PEDRO COSTA DA SILVA

As desigualdades elementares e suas aplicações

Orientador:

Prof. Dr. Carlos Alexandre Gomes

Natal/RN - 2019

PEDRO COSTA DA SILVA

As desigualdades elementares e suas aplicações

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT -CCET - UFRN, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador:

Prof^o. Dr. Carlos A. Gomes

Natal/RN - 2019

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT**

PEDRO COSTA DA SILVA

As desigualdades elementares e suas aplicações

Comissão Examinadora:

Prof^a. Dr^o. Carlos Alexandre Gomes (UFRN - Orientador)

Prof^o. Dr^o. Ronaldo Freire de Lima (UFRN - Membro interno)

Prof^a. Dr^o. Roberto Teodoro Gurgel de Oliveira (UFRN - Membro interno)

Prof^o. Dr^o. Eurípedes Carvalho da Silva (IFCE - Membro externo)

Natal/RN - 2019

Agradecimentos

Sou grato ao Eterno Deus por me conceder a oportunidade com ânimo, e força para alcançar esse objetivo. Também a minha esposa e filho, à compreensão das diversas ausências. À todos os colegas da turma, pelas críticas, sugestões e reflexões. E ao meus professores, pelo empenho de transmitir o seu conhecimento. Ao meu orientador que contribuiu para chegar a reta final. Quero completar dizendo, que essa trajetória foi composta de inúmeros desafios, e, me ajudou a perceber o maravilhoso presente a me confiado, quero contribuir dando continuidade e aplicações desse conhecimento.

Dedicatória

Dedico este trabalho a DEUS, meu filho e
a minha esposa, Noemia.

Resumo

Neste trabalho de conclusão do curso abordaremos o estudo das desigualdades: médias aritméticas, geométricas, harmônicas, quadráticas, Bernoulli, desigualdade na geometria e outros. Tal assunto é muito pouco abordado nos livros brasileiros, por isso, decidi escrever sobre esse tema com mais de uma demonstração dos teoremas e trazer problemas para compreender melhor as suas aplicações. O trabalho tem como objetivo ajudar os professores em seu aperfeiçoamento, alunos que participam das olimpíadas nacionais e internacionais e alunos que estão na graduação. As desigualdades, são de extrema importância para vários ramos da Matemática, tais como Álgebra, Trigonometria, Geometria e Análise, e constituem-se também ferramentas muito poderosas para a resolução de problemas de olimpíadas, demonstração de desigualdades geométricas.

PALAVRAS-CHAVE: Desigualdades. Demonstrações. Problemas e Resoluções.

Abstract

In the present work we are going to broach up the study of mathematical inequalities, arithmetic means, geometrics, harmonics, quadratics, Bernoulli, inequalities in the Geometry and others. Such subject is very few discussed in the Brazilian titles, for this reason I decided to write about this topic with more than one demonstration of theorems and bring up some math problems for better understanding their applications. The work aims to help teachers in their improvement, students who will participate in the national and international Math Olympic Games and university students. The mathematical inequalities are extremely important to several branches of mathematic such as: Algebra, Trigonometry, Geometry and Analysis, and are also very powerful tools for solving problems in the Math Olympics Games, demonstrating Geometric inequalities.

KEYWORDS : Inequalities; demonstration; problems and resolutions.

Lista de Figuras

Sumário

1	Médias e Desigualdades	10
1.1	Introdução	10

Capítulo 1

Médias e Desigualdades

1.1 Introdução

Referências Bibliográficas

- [1] ANDREESCU, T., ANDRICA, D., **360 Problems for Mathematical Contests**, GIL Publishing House, Zalău, 2003.
- [2] ANDREESCU T., CIRTOJAN, E. V., Dospinescu G., Lascu M., **Old and New Inequalities**, GIL Publishing House, 2004.
- [3] ANDREESCU, Titu; GELCA, Razvan. - **Mathematical Olympiad Challenges**. New York, Birkhäuser, 2000.
- [4] CAN, V.Q.B., Pohoatǎ, C., **Old and New inequalities, Volume 2**, GIL Publishing House, 2008.
- [5] CVETKOVSKI, Zdravko; **Inequalities - Theorems, Techniques and Selected Problems**. editora Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ano 2012.
- [6] BARTLE, Robert G.; **Introduction to Real Analysis**. editora Willey, ano 2011.
- [7] DOLCE, Osvaldo, POMPEO, J. Nocolau **Fundamentos de Matemática Elementar - vol 09**, Atual Editora, 1992.
- [8] ENGEL, Arthur. **Problem-Solving Strategies** New York, Springer, 1998.
- [9] GOMES, C. A. GOMES, J. M. **Tópicos de Matemática Elementar: Produtos Notáveis, Fatorações e Desigualdades, v.01**. Fortaleza: VestSeller, 2010.
- [10] GOMES, C. A. GOMES, J. M. **Tópicos de Matemática Elementar: Indução e Teoria Elementar dos Números, v.02**. Fortaleza: VestSeller, 2012.
- [11] GOMES, C. A. **Tópicos de Matemática Elementar : Geometria Plana, , v.03**. Fortaleza: VestSeller, 2015.

- [12] DINIZ, I.C., CRUZ, J.R. **Probabilidade : exercícios comentados Vol I**. Livraria da Física USP, 2017.
- [13] LIMA, E.L., CARVALHO, P.C.P., WAGNER, E., MORGADO, A. C., **A Matemática do Ensino Médio-Volume 2**, SBM, 1998.
- [14] MANFRINO, R.B., ORTEGA, J.A.G., DELGADO, R.V. **Inequalities: A Mathematical Olympiad Approach**
- [15] MORGADO, A.C., CARVALHO, P.C.P. **Matemática Discreta**. Coleção PROF-MAT. Rio de Janeiro: SBM, 2013.
- [16] OLIVEIRA, M.R., **Técnicas em Olimpíadas de Matemática-Álgebra**
- [17] KROVKIN, P.P., **Lecionnes populares de Matemáticas - Desigualdades**. Editorial Mir - Moscú.
- [18] ROUSSEAU, C., Lozansky, E. **Winning Solutions**. Springer-velag, 1996.
- [19] RPM: Revista do Professor de Matemática, n. 05, 15, 17, 18, 20, 27, 28, 29, 31. Rio de Janeiro, SBM.
- [20] SHKLARSKY, D.O., CHENTZOV, N.N., YAGLOM, I.M.: **The USSR Olympiad Problem Book**. Dover, New York (1994)