Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia do Petróleo
Prova de Seleção
GABARITO

Questão 1

Chamemos de $v_i$ a velocidade inicial da partícula com massa $2m$ e $v_f$ a velocidade final das partículas agregadas depois da colisão. A quantidade de movimento linear é conservada na colisão:

$$(2m)v_i = (3m)v_f$$

$$v_f = \frac{2}{3}v_i$$

Variação de Energia Cinética

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= \frac{(3m)v_f^2}{2} - \frac{(2m)v_i^2}{2} \\ &= \frac{3}{2}m\left(\frac{2}{3}v_i\right)^2 - mv_i^2 \\ &= \frac{3}{2}m\frac{4}{9}v_i^2 - mv_i^2 \\ &= \frac{2}{3}mv_i^2 - mv_i^2 \\ &= -\frac{1}{3}mv_i^2 \end{aligned}$$

Fração da energia cinética inicial perdida

$$\begin{aligned} \frac{|\Delta E_c|}{E_{ci}} &= \frac{\frac{1}{3}mv_i^2}{\frac{(2m)v_i^2}{2}} \\ &= \frac{\frac{1}{3}mv_i^2}{mv_i^2} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Questão 2

a) A entropia do sistema (planta+solo+atmosfera) vai diminuir durante o crescimento da

planta
b) A 2 a. Lei da Termodinâmica não é contrariada porque este sistema não é isolado. Isto ocorre devido à energia do sol, necessária ao processo da fotossíntese.
c) A entropia do Universo, onde o sol está incluído, deve aumentar.
d) Claro que numa caixa perfeitamente isolada e no escuro, uma planta (uma árvore, por exemplo) não poderia crescer.

Questão 3
Numa lente de vidro recoberta com uma película "não-refletora" a luz proveniente do ar é refletida em duas superfícies: na interface ar-película e na interface película-vidro. Em ambas acontece uma mudança de um meio com índice de refraçüo menor para um meio com um índice de refração maior. Nessa situação haveria duas mudanças de fase de 180° nas duas interfaces e as luzes estariam em fase ao voltarem ao ar, sem uma interferência destrutiva, ou seja sem o efeito da não refletividade„ Entretanto uma dessas radiações se propaga dentro da película, enquanto a outra radiação não penetra. Temos de levar em conta então a diferença de fase causada pela diferença de percurso. A luz que penetra na película percorre uma distância duas vezes a espessura dessa películx Para causar uma defasagem de 180° é necessário um percurso igual a metade do comprimento de onda. Portanto a espessura da película deve ser igual a 1/4 do comprimento de onda.

Questão 4
Como o enunciado e a figura indicam, a força $F$ é dirigida para baixo, na vertical. (a) No caso de a força $F(t)$ crescer lentamente sua intensidade com o tempo, a tração na parte superior do cordão será sempre maior que na parte inferior por que temos de considerar o peso da pedra (bloco). Em algum instante esta tração ultrapassará a resistência limite do cordão e este se romperá no segmento superior.

(b) No caso de um puxão rápido e violento, isto é quando a força $F(t)$ for muito forte e impulsiva, a traçao na parte superior poderá ser bem menor que no segmento inferior, devido à inércia da pedra. Neste caso a 2a. Lei de Newton nos diz que uma parte da força $F(t)$ não seria transfenda instantaneamente ao ramo supenorpois seria usada para acelerar a pedra (bloco). Se o puxão fosse muito rápido e muito forte o rompimento seria em baixo.

Questão 5
Derivando a equação $y$ e igualando-a a zero para encontrarmos os extremos teremos

$$\frac{dy}{dx} = 7x^6 + 5x^4 + 1 = 0$$

de onde

$$-1 = 7x^6 + 5x^4$$

ora a equação acima não tem raízes reais, pois todo número real elevado a uma potência par produz um número positivo. Assim, $y$ não tem extremos.

Questão 6

O avião está se dirigindo para norte, mas é empurrado para oeste devido ao vento, para cumprir sua tarefa o avião deverá ter uma componente para norte e outra para leste. A velocidade do avião pode ser escrita como $\vec{V} = V_N\vec{i} + V_L\vec{j}$.

A componente norte pode ser computada usando-se a distância e o tempo:

$$V_N = \frac{distancia}{tempo} = \frac{360}{1} = 360km/h.$$

A componente leste apenas equilibra o vento leste $V_L = 70km/h$.

O módulo da velocidade vale

$$|\vec{V}| = \sqrt{V_N^2 + V_L^2} = \sqrt{360^2 + 70^2} = 366,74km/h$$

.

O angulo $\phi$ que o avião faz com a direção norte calcula-se a partir da tangente das direções leste e norte: $tg\,\phi = \frac{70}{360}$, assim $\phi = 11,0^o$.

Resumindo, o avião se dirige com uma velocidade de $366,74km/h$ fazendo uma direção de $11,0^o$ com o norte inclinado a leste.

Questão 7

Como o pedaço de madeira tem um peso definido, e por ele estar flutuando o empuxo será igual ao peso em qualquer situação, teremos que o empuxo é o mesmo em todos os casos: $E_{agua} = E_{mar} = E_{MarMorto}$.

Questão 8

A distância percorrida será igual ao número de passos multiplicado pela distância percorrida, $np$. Assim, para haver casamento de passos entre João e Maria é necessário que: $n_1p_1 = n_2p_2$. Ou numericamente: $n_1 60 = n_2 40$. Os menores $n_1$ e $n_2$ que satisfazem esta condição serão $n_1 = 2$ e $n_2 = 3$, porém neste caso o pé de João será o direito e o de Maria esquerdo, não vale. Assim, a primeira concordância será $n_1 = 4$ e $n_2 = 6$.

No caso de Maria, sendo a sua passada $40cm$ e a velocidade $60m/min$ teremos que o tempo de cada passada vai ser $0,4/60min$ ou $0,4s$. Como ela perfaz seis passadas até a primeira concordancia o tempo de concordancia vale $2,4s$.

Ademais, o número de concordâncias em um minuto vai ser $n = \frac{60s}{2,4s} = 25$ .

Questão 8

Esta questão é melhor pensada por conservação de centro de massa, visto que não atuam forças externas sobre o sistema, apenas forças internas. Suponha que antes do salto o centro de massa estava na posição zero. Depois do salto o centro de massa fica no mesmo lugar se a massa do homem se desloca $1 \times 80$ para a direita, a massa do barco ira $x \times 160$ para a esquerda. Assim, o barco anda $x = 0,5m$.

Mas esta questão é sutil do ponto de vista fisico, ela vale no instante, pois o barco continua andando e o homem transfere momento para o solo quando o atinge. Além disto, é preciso supor que a água não absorva momento do barco. O bom e velho sem atrito dos problemas de física.

Questão 9

(a)

Sejam $A_1 = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$ e $A_2 = \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$ as colunas de $A$

$$A_1^T A_2 = (1/2,\ 1/2,\ 1/2,\ 1/2) \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = 0$$

e portanto, $A_1$ e $A_2$ são ortogonais.

$$A_1^T A_1 = (1/2,\ 1/2,\ 1/2,\ 1/2) \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = 1$$

$$A_2^T A_2 = (-1/2,\ -1/2,\ 1/2,\ 1/2) \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = 1$$

e portanto, $A_1$ e $A_2$ são normalizados.

Logo, $A_1$ e $A_2$ são ortonormais.

(b)

O sistema $Ax = b$ corresponde a

$$\begin{cases} x_1/2 & -x_2/2 = 1 \\ x_1/2 & -x_2/2 = 1 \\ x_1/2 & +x_2/2 = 2 \\ x_1/2 & +x_2/2 = 2 \end{cases}$$

cuja solução é

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Questão 10

$$\begin{aligned}
c_{-n}e^{-inx} + c_n e^{inx} &= \\
&= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)e^{int}e^{-inx}dt + \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)e^{-int}e^{inx}dt \\
&= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\left(e^{-in(x-t)} + e^{in(x-t)}\right)dt \\
&= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t) 2\cos\left[n\left(x-t\right)\right]dt \\
&= \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\cos\left[n\left(x-t\right)\right]dt \\
&= \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\left[\cos\left(nx\right)\cos\left(nt\right) + \operatorname{sen}\left(nx\right)\operatorname{sen}\left(nt\right)\right]dt \\
&= \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\cos\left(nx\right)\cos\left(nt\right)dt + \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\operatorname{sen}\left(nx\right)\operatorname{sen}\left(nt\right)dt \\
&= \frac{1}{\pi}\cos\left(nx\right)\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\cos\left(nt\right)dt + \frac{1}{\pi}\operatorname{sen}\left(nx\right)\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\operatorname{sen}\left(nt\right)dt
\end{aligned}$$

uma vez que $f(t)\cos\left(nt\right)$ é ímpar, $\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\cos\left(nt\right)dt = 0$

$$c_{-n}e^{-inx} + c_n e^{inx} = \frac{1}{\pi}\operatorname{sen}\left(nx\right)\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\operatorname{sen}\left(nt\right)dt$$

uma vez que $f(t)\operatorname{sen}\left(nt\right)$ é par, $\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\operatorname{sen}\left(nt\right)dt = 2\int_{0}^{\pi} f(t)\operatorname{sen}\left(nt\right)dt$

$$\begin{aligned}
c_{-n}e^{-inx} + c_n e^{inx} &= \frac{2}{\pi}\operatorname{sen}\left(nx\right)\int_{0}^{\pi} f(t)\operatorname{sen}\left(nt\right)dt \\
&= A_n \operatorname{sen}\left(nx\right)
\end{aligned}$$