

Prova de seleção 2016.1

Candidato:

Data: 27/11/2015

Assinatura:

Questão 1: Para testar se uma moeda é viciada, a mesma é jogada 10 vezes. Dessas 10, 7 dão cara e 3 dão coroa. A hipótese nula H_0 é que a moeda NÃO SEJA viciada. Dessa maneira, qual a probabilidade de rejeitarmos a hipótese nula (considerar a moeda viciada) dado que a moeda NÃO É viciada? (hipótese nula verdadeira)?

- a) $\left(\frac{10}{3}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$
- b) $\left(\frac{10}{7}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^7$
- c) $\left(\frac{10}{3}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^3$
- d) $\left(\frac{10}{3}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^7$
- e) $\left(\frac{10}{7}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^8$

Questão 2: Em um certo circuito, a densidade de probabilidade de ocorrência de valores de tensão em um certo ponto segue uma distribuição uniforme entre 50 e 100 Volts. Qual a probabilidade de se medir essa tensão e obter um valor abaixo de 60 ou acima de 90?

- a) $1/2$
- b) $1/3$
- c) $2/5$
- d) $3/5$
- e) $1/50$

Questão 3: Em um arquivo, os primeiros bytes armazenados por esse arquivo são

0A 00 01 00 03 0B 00 FF FF FF FF ...

Em uma máquina de 32bits, qual o valor do primeiro inteiro no formato LITTLE ENDIAN?

- a) 4294967296
- b) 16777216
- c) 254
- d) 10
- e) 65543

Questão 4: Um transformador alimenta uma carga de 15 KVA, com um fator de potência de 0,8. Considere que as perdas no núcleo do transformador são de 84 W e que as perdas no cobre são 276 W. O rendimento do transformador é de aproximadamente:

- a) 91%.
- b) 93%.
- c) 95%.
- d) 97%.
- e) 99%.

Questão 5: Calcule o seguinte limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - \sin x)}{x^3}$$

- a) Zero.
- b) $\frac{1}{6}$.
- c) $\frac{1}{2}$.
- d) 1.
- e) $\frac{\pi}{2}$.

Questão 6: Considere um sistema de equações lineares $Ax = b$, sendo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Considere também as seguintes afirmações:

- (I) O posto da matriz A é igual a 2;
- (II) Uma base para o espaço imagem de A é formada por duas de suas colunas linearmente independentes;
- (III) O sistema de equações $Ax = b$ não tem solução para nenhum vetor b ;
- (IV) Para $b = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$, o sistema de equações $Ax = b$ possui múltiplas soluções.

São corretas apenas as afirmações:

- a) (I), (II) e (III)
- b) (I), (II) e (IV)
- c) (I), (III) e (IV)
- d) (II), (III) e (IV)
- e) Todas as afirmações

Questão 7: Considere a seguinte equação diferencial:

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = 0,5u(t)$$

e as seguintes afirmações:

- (I) Se $a_2 = 1$, $a_1 = 5$ e $a_0 = 6$, a solução $y(t)$ quando $u(t)$ é constante, considerando condições iniciais (em $t = 0$) nulas, apresenta a seguinte forma: $y(t) = C_0 + C_1 e^{-2t} + C_2 e^{-3t}$, para $t \geq 0$, sendo C_0 , C_1 e C_2 constantes.
- (II) Se $a_2 = 0$, $a_1 = 5$ e $a_0 = 6$, a solução para $u(t)$ constante e igual a 6, considerando condições iniciais nulas, é tal que $y(t)$ após 10 segundos é aproximadamente igual a 0,5.
- (III) Se $a_2 = 1$, $a_1 = 0$ e $a_0 = 1$, a solução $y(t)$ cresce com o tempo quando $u(t)$ é uma senoide de frequência angular 1 radiano por segundo.
- (IV) Se $a_2 = 1$, $a_1 = 0$ e $a_0 = 1$, a solução $y(t)$ para $t \rightarrow \infty$, considerando $u(t) = 0$ e condições iniciais não nulas, é uma senoide.

São corretas apenas as afirmações:

- a) I, II e III
- b) I, II e IV
- c) I, III e IV
- d) II, III e IV
- e) I, II, III e IV

Questão 8: Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

e a seguinte equação:

$$Ax = \lambda x,$$

Os escalares λ para os quais existem vetores não nulos $x_{2 \times 1}$ que resolvem essa equação são denominados autovalores de A e os vetores x correspondentes são denominados autovetores de A associados a λ . Considere que I corresponde à matriz Identidade e $\det(\cdot)$ ao determinante. Considere também as seguintes afirmações:

- (I) $\det(A - \lambda I) \neq 0$ se λ for um autovalor de A .
- (II) Todas as colunas de $(A - \lambda I)$ são linearmente independentes se λ for um autovalor de A .
- (III) $\lambda = -4$ é um autovalor de A e $x = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ é um autovetor associado.
- (IV) Os autovetores de A associados a autovalores diferentes são linearmente independentes.
- (V) $\lambda = -4$ é um autovalor de A e $x = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ é um autovetor associado.

São corretas apenas as afirmações:

- a) I e III
- b) I e II
- c) I, III e V
- d) II e IV
- e) III, IV e V

Questão 9: Um drone é comandado para seguir uma trajetória ascendente helicoidal, onde as coordenadas de posição (x, y, z) da aeronave são descritas pela seguinte curva no espaço 3D, em função do tempo t :

$$f(x) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(t) \\ \cos(t) \\ t \end{bmatrix}$$

Considerando que o plano xy descreve o plano do solo e o eixo z a direção vertical, o comprimento do caminho percorrido pelo drone desde o instante $t = 0\text{s}$ até o instante $t = 10\text{s}$ é:

- a) 1 m.
- b) $\sqrt{2}$ m.
- c) 10 m.
- d) $10\sqrt{2}$ m.
- e) $20\sqrt{2}$ m.

Questão 10: Em um sistema mecatrônico, duas grandezas físicas, denominadas $x(t)$ e $y(t)$, são relacionadas pela equação:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

Se o gráfico a seguir representa a evolução de $x(t)$ ao longo do tempo, escolha a alternativa cujo gráfico melhor corresponde à evolução de $y(t)$ ao longo do tempo. Cada gráfico tem sua própria escala, indicada em cada um dos eixos. O tempo corresponde ao eixo horizontal, em todos os gráficos.

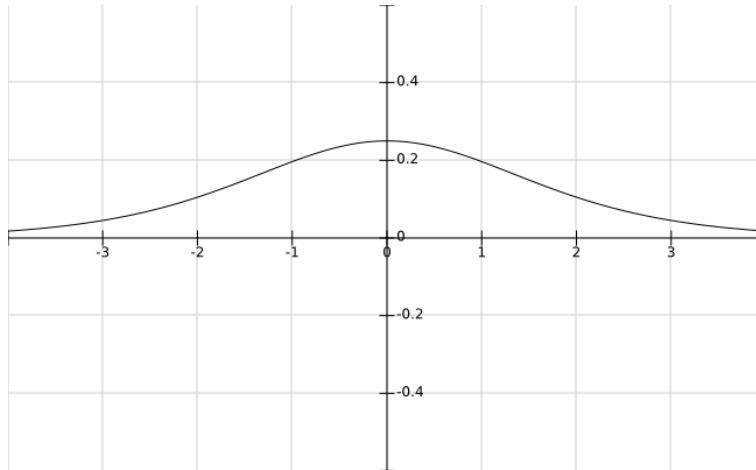
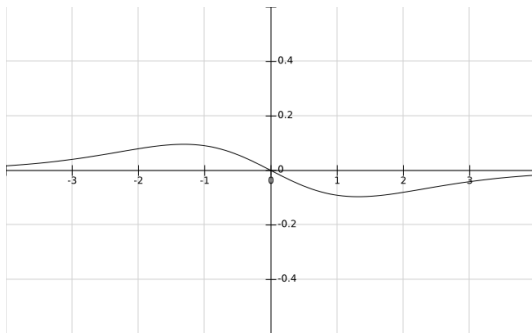
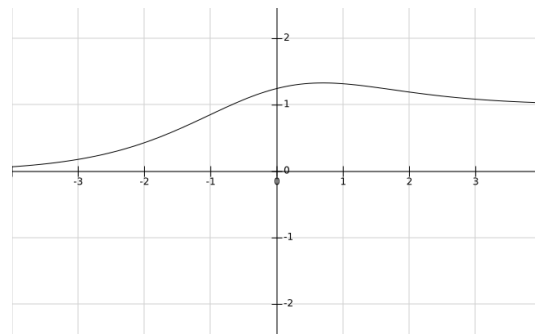


Figura 1: Figura referente a questão 10

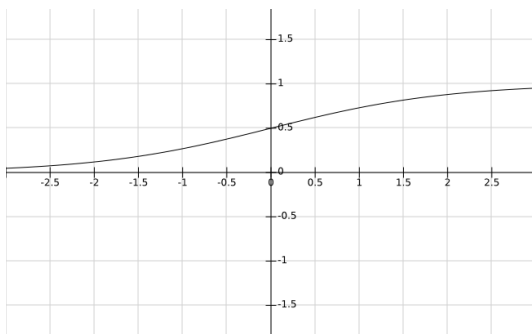
a)



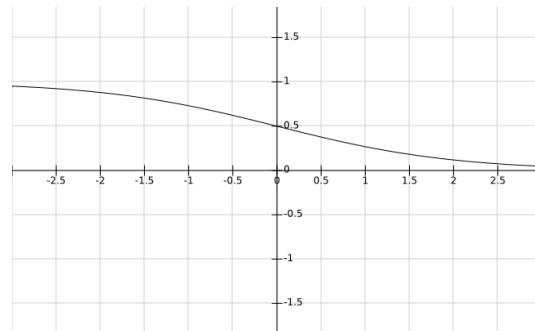
d)



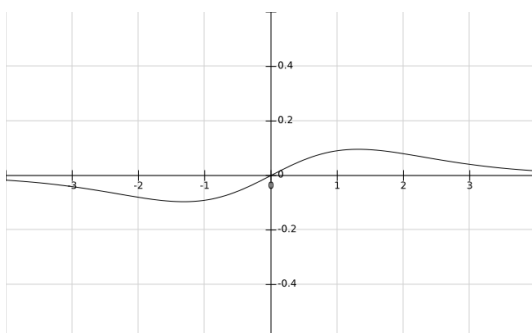
b)



e)



c)



Questão 11: O algoritmo de ordenamento bolha (*bubble sort*) é um dos métodos mais simples e mais conhecidos para se colocar em ordem um conjunto de dados, embora não seja dos mais eficientes. Em linhas gerais, o algoritmo consiste em percorrer todo o vetor de dados, a partir do primeiro elemento, comparando cada elemento com o elemento seguinte e permutando-os caso estejam fora da ordem desejada. Se o percurso chegar ao fim do conjunto de dados sem que nenhuma permuta tenha sido feita, o ordenamento estará completo; caso contrário, o percurso do vetor de dados é feito novamente, tantas vezes quantas necessárias. Assinale, entre as alternativas abaixo, aquela que apresenta uma implementação correta do algoritmo bolha e que corresponda ao que foi descrito aqui. Os algoritmos estão codificados em pseudo-código, com uma sintaxe próxima de C++.

a)

```
do {
    troca = ( vetor[0] > vetor[vetor.comprimento() - 1] );
    if (troca) {
        for (int i = 0; i < vetor.comprimento() - 1; i++) {
            if (vetor[i] > vetor[i + 1]) {
                aux = vetor[i];
                vetor[i] = vetor[i + 1];
                vetor[i + 1] = aux;
            }
        }
    }
} while (troca);
```

b)

```
for (int i = 0; i < vetor.comprimento() - 1; i++) {
    int j = i+1;
    do {
        troca = (vetor[i] > vetor[j]);
        if (troca) {
            aux = vetor[i];
            vetor[i] = vetor[j];
            vetor[j] = aux;
            j++;
        }
    } while (troca && j < vetor.comprimento())
}
```

c)

```
do {
    troca = false;
    for (int i = 0; i < vetor.comprimento() - 1; i++) {
        if (vetor[i] > vetor[i + 1]) {
            aux = vetor[i];
            vetor[i] = vetor[i + 1];
            vetor[i + 1] = aux;
            troca = true;
        }
    }
} while (troca);
```

d)

```
troca = false;
for (int i = 0; i < vetor.comprimento() - 1; i++) {
    if (vetor[i] > vetor[i + 1]) {
        aux = vetor[i];
        vetor[i] = vetor[i + 1];
        vetor[i + 1] = aux;
        troca = true;
    }
}
if (troca)
{
    for (int i = 0; i < vetor.comprimento() - 1; i++) {
        for (int j = i+1; j < vetor.comprimento(); j++)
            if (vetor[i] > vetor[j]) {
                aux = vetor[i];
                vetor[i] = vetor[j];
                vetor[j] = aux;
            }
    }
}
```

e)

```
do {
    troca = false;
    for (int i = 0; i < vetor.comprimento() - 1; i++) {
        for (int j = i+1; j < vetor.comprimento(); j++) {
            if (vetor[i] > vetor[j]) {
                aux = vetor[i];
                vetor[i] = vetor[j];
                vetor[j] = aux;
                troca = true;
            }
        }
    }
} while (troca);
```

Questão 12: Sobre transformações lineares, avalie as seguintes afirmações. Em cada uma, V e W são espaços vetoriais de dimensão finita (sobre um campo F), e T é uma função de V em W .

- (I) - Se T é linear, então T preserva as propriedades de soma e multiplicação escalar.
- (II) - T é injetora se somente o único vetor x tal que $T(x) = 0$ é $x = 0$.
- (III) - Dado $x_1, x_2 \in V$ e $y_1, y_2 \in W$, se T é linear, temos que $T(x_1) = y_1$ e $T(x_2) = y_2$.
- (IV) - Se T é linear, $T(0_V) = 0_W$.

São corretas apenas as afirmações:

- a) I e II
- b) II e III
- c) III e IV
- d) I e III
- e) I e IV

Questão 13: Considere duas matrizes A e B de tamanho 2×2 formadas por números reais e com determinantes representados por $\det(A)$ e $\det(B)$, respectivamente. Marque a alternativa que não está correta.

- a) $\det(A^T) = \det(A)$, se somente se a matriz A for simétrica.
- b) Se B é uma matriz obtida trocando-se as linhas da matriz A , $\det(B) = -\det(A)$.
- c) Se as duas colunas de A são iguais, $\det(A) = 0$.
- d) A matriz A tem inversa se $\det(A) \neq 0$.
- e) $\det(AB) = \det(A) \det(B)$.

Questão 14: Sobre espaços vetoriais com produto interno, avalie as seguintes afirmações.

- (I) - O produto interno de x e y é igual ao produto interno de y e x , onde x e y são vetores.
- (II) - Existe somente um produto interno no $\mathbb{R}^n$.
- (III) - O produto interno corresponde a uma função que mapeia um par ordenado de vetores (x, y) para um valor no $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.
- (IV) - Se o produto interno dos vetores x e y é nulo para todo x de um espaço vetorial, então $y = 0$.

- a) I e II
- b) II e III
- c) III e IV
- d) I e IV
- e) I e III

Questão 15: Em uma fábrica existe um reservatório em formato de cone circular reto com altura h e raio r (ver Figura abaixo). Considere que h e r estão em metros (m) e que $h = 4r$. Considere também que este reservatório está recebendo um líquido com vazão de $1\text{m}^3/\text{min}$. Desta forma, a velocidade de aumento da área molhada é:

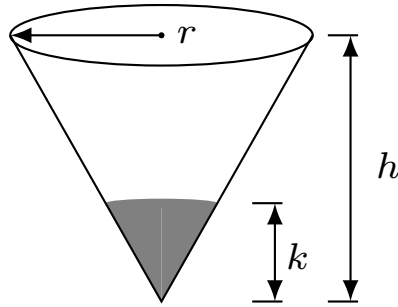


Figura 2: Figura referente a questão 15

- a) $\pi h^2 \sqrt{17}/16$
- b) $2\sqrt{17}h^{-1}$
- c) $2\pi\sqrt{17}h$
- d) $2\pi rh$
- e) $16/(\pi h^2)$

Questão 16: Sobre o circuito abaixo é correto afirmar que:

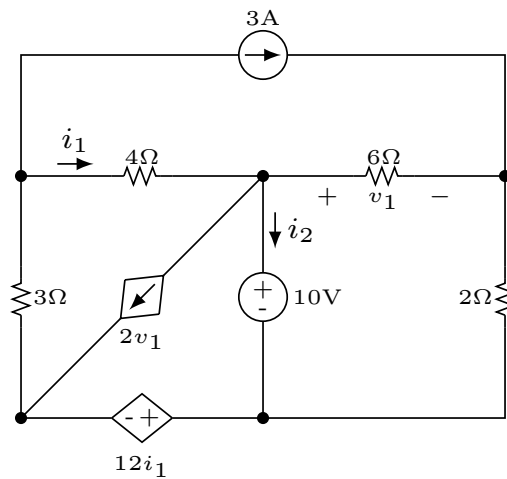


Figura 3: Figura referente a questão 16

- a) $v_1 = 3V$ e $i_2 = 7,5A$
- b) $v_1 = 1V$ e $i_1 = 1A$
- c) $v_1 = -3V$ e $i_1 = -7,5A$
- d) $v_1 = 3V$ e $i_2 = -7,5A$
- e) $i_1 = -1A$ e $i_2 = 7,5A$

Questão 17: Muitos teclados de computadores utilizam capacitores como elementos sensores para indicar se uma tecla foi pressionada. Este capacitor é construído por duas placas, sendo uma móvel, separadas de uma distância d por um material com baixa isolação (ver Figura abaixo). Calcule o valor de capacitância deste capacitor considerando que o campo elétrico seja uniforme (e existe somente entre as duas placas), que a capacitância é dada por $C = Q \cdot (\Delta V)^{-1}$, que a densidade de carga superficial é dada por $\sigma = Q \cdot A^{-1}$ onde A é o valor da área das placas (m^2), que o campo elétrico entre as duas placas é dado por $E = \sigma \cdot \epsilon_0^{-1}$ e que a diferença de potencial entre as duas placas (uma no ponto $k1$ e outra no ponto $k2$) é dada por (ver figura abaixo):

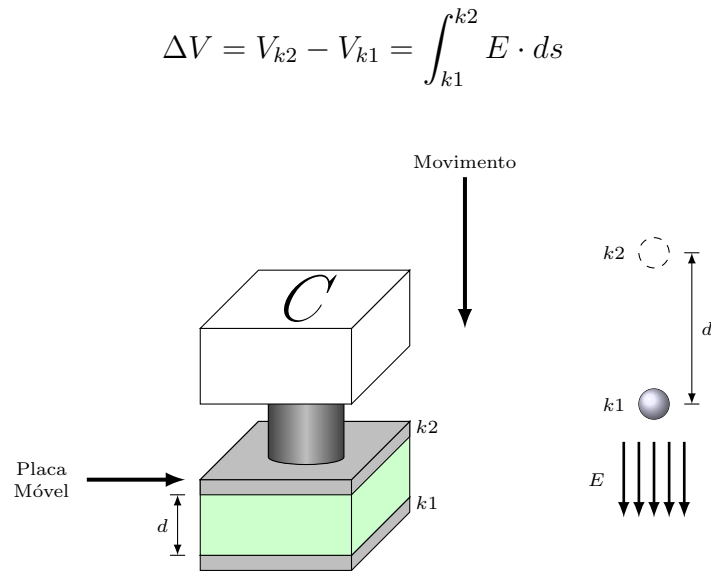


Figura 4: Figura referente a questão 17

- a) $C = \epsilon_0 A$
- b) $C = \epsilon_0 A^{-1} d$
- c) $C = Q \epsilon_0 A^{-1}$
- d) $C = Q \epsilon_0^{-1}$
- e) $C = \epsilon_0 A d^{-1}$

Questão 18: Desajustes na linha de produção de uma fábrica de bolas de natal faz com que qualquer bola individual tenha probabilidade de 0,1 de ser defeituosa. Se 5 dessas bolas forem escolhidas e inspecionadas, qual a probabilidade de que no máximo 1 das bolas seja defeituosa?

- a) $\text{Pr} = 0,656$
- b) $\text{Pr} = 0,918$
- c) $\text{Pr} = 0,100$
- d) $\text{Pr} = 0,066$
- e) $\text{Pr} = 0,328$

Questão 19: Em determinada empresa, o setor de pessoal relacionou o salário de 100 funcionários, medido em salários mínimos (s.m.), na tabela abaixo. Qual é o valor do salário médio, e do desvio padrão desses salários?

Faixa Salarial (s.m.)	% de funcionários
[1,0 3,0)	0,30
[3,0 5,0)	0,45
[5,0 7,0)	0,15
[7,0 9,0)	0,10

Tabela 1: Tabela referente a questão 19

- Salário médio igual a 3,1; com desvio padrão igual a 1,84.
- Salário médio igual a 4,1; com desvio padrão igual a 4,49.
- Salário médio igual a 4,1; com desvio padrão igual a 3,39.
- Salário médio igual a 4,1; com desvio padrão igual a 1,84.
- Salário médio igual a 3,1; com desvio padrão igual a 3,39.

Questão 20: No circuito abaixo, calcule $\mathbf{V}_0$ sabendo que $\mathbf{V}_1 = 10\angle 0^\circ V$, $\mathbf{V}_2 = 2\mathbf{V}_x V$, $\mathbf{V}_3 = 2\angle 0^\circ V$, $\mathbf{L}_1 = j2\ \Omega$, $\mathbf{C}_1 = -j1\ \Omega$, $\mathbf{R}_1 = 1\ \Omega$, $\mathbf{R}_2 = 2\ \Omega$ e $\mathbf{R}_3 = 1\ \Omega$.

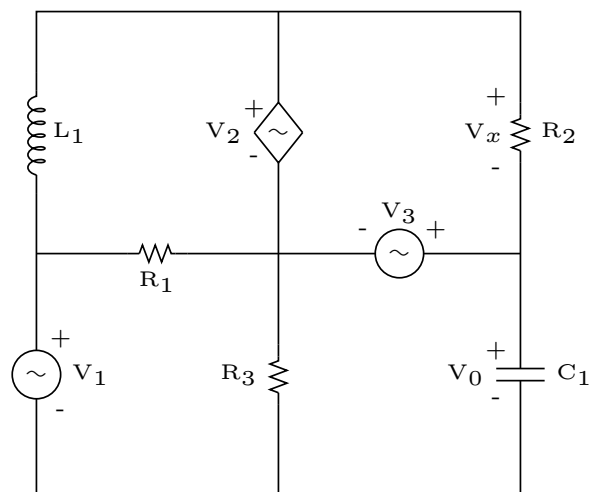


Figura 5: Figura referente a questão 20

- $\mathbf{V}_0 = 3,4\angle -15^\circ$
- $\mathbf{V}_0 = 7,1\angle -30^\circ$
- $\mathbf{V}_0 = 10,4\angle 15^\circ$
- $\mathbf{V}_0 = 1,2\angle 0^\circ$
- $\mathbf{V}_0 = 5,8\angle 30^\circ$