

Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Petróleo
Engenharia de Petróleo

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**ESTUDO DO FLUXO MONOFÁSICO DE LÍQUIDO EM UM MEIO POROSO
BIDIMENSIONAL HORIZONTAL**

Discente: Yago Santos de Sousa

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Jennys Lourdes Meneses Barillas

Natal/RN

08 de junho de 2015

Yago Santos de Sousa

**ESTUDO DO FLUXO MONOFÁSICO DE LÍQUIDO EM UM MEIO POROSO
BIDIMENSIONAL HORIZONTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como parte dos requisitos para
obtenção do Grau em Engenharia de
Petróleo pela Universidade Federal do Rio
Grande do Norte.

Aprovado em _____ de _____ de 2015

Prof^a. Dr^a. Jennys Lourdes Meneses Barillas
Orientadora - UFRN

Prof^a. MSc. Glydianne Mara Diógenes Fernandes
Membro Examinador - UFAL

MSc. Edson de Andrade Araújo
Membro Examinador - UFRN

AGRADECIMENTOS

Agradeço:

A Deus, por me dar sabedoria, paz e saúde, guiando-me com sua luz pelos caminhos da vida a fim de que me torne uma pessoa mais humilde e compreensível.

Ao meus pais, pelo amor e apoio incondicional que me deram durante todo o curso da minha vida através dos seus ensinamentos e conselhos, contribuindo de forma imensurável para me tornar a pessoa que sou hoje.

Ao meu irmão por sempre me ajudar e ensinar nos momentos em que mais necessitei sem medir esforços.

Aos meus amigos de faculdade, Rodrigo, Márjorie, José, Leonardo, Diego, Camila, João, Vinícius e Lucas, por compartilharem comigo todos os momentos da vida acadêmica.

A todos os professores, tanto da Escola de Ciência e Tecnologia quanto do curso de Engenharia de Petróleo da UFRN, em especial a Professora e Orientadora Jennys e aos Professores Alexandre e Marcos, pela paciência em passar os conteúdos, pela didática excepcional e pelos conselhos.

A Universidade Federal do Rio Grande do Norte e a todos os seus funcionários, por proporcionarem uma ambiente acadêmico de excelência.

RESUMO

O estudo das equações utilizadas nos Simuladores Numéricos de Reservatórios é de fundamental importância no desenvolvimento de campos petrolíferos, pois faz parte do processo que busca descrever como se comporta o fluxo de hidrocarbonetos no interior de um reservatório. Neste trabalho, buscou-se compreender as equações para um fluxo monofásico de um fluido quando aplicadas em um meio poroso bidimensional horizontal. Foi, portanto, realizado um estudo de todos os fundamentos envolvidos para aumentar o entendimento sobre estas equações, a fim de desenvolver uma metodologia de cálculo, através da utilização de um fluxograma, facilitando o futuro desenvolvimento de um simulador, tomando como base o modelo *black oil*.

Palavras Chave: simulador; reservatório; monofásico; bidimensional.

ABSTRACT

The study of the equations behind the Numerical Reservoir Simulation has a major impact in the development of oil fields. It takes part in the process that looks forward to describe how the hydrocarbons flow inside a petroleum reservoir. The work presented here attempts to understand the underlying principles and equations that control the single-phase fluid flow in a two-dimensional porous medium. The major goal is to develop a simple calculus procedure by the use of a flowchart that could aid in the future development of a flow simulator, considering the *black-oil* model.

Keywords: simulator; reservoir; single-phase; two-dimensional.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	9
1.1. Objetivo.....	10
1.2. Organização do Trabalho	10
2. EQUAÇÕES PARA O FLUXO DE FLUÍDOS.....	11
2.1. Lei de Conservação da Massa	11
2.1.1. Fluxo Monofásico	11
2.1.2. Fluxo Multifásico.....	13
2.2. Lei de Darcy.....	17
2.2.1. Fluxo monofásico	17
2.2.2. Fluxo multifásico	18
2.3. Equações básicas de fluxo.....	19
2.3.1. Fluxo monofásico	19
2.3.2. Fluxo multifásico	21
2.4. Classificação dos simuladores de reservatórios	22
2.4.1. Classificação pelo número de dimensões.....	23
2.4.2. Classificação pelo sistema de coordenadas.....	25
2.4.3. Classificação pelo número de fases do sistema.....	25
2.4.4. Classificação pelo modelo matemático	26
3. METODOLOGIA DE CÁLCULO APLICADA AO MODELO MATEMÁTICO	27
3.1. Modelo matemático.....	28
3.1.1. Condições iniciais e de contorno.....	29
3.2. Aproximação numérica.....	29
3.2.1. Discretização espacial.....	30
3.2.2. Discretização do termo de acumulação.....	33
3.3. Análise dos pontos internos e das fronteiras do domínio	36
3.3.1. Pontos internos do domínio	36
3.3.2. Fronteiras do domínio	36
3.4. Representação matricial.....	38
3.5. Fluxograma de cálculo.....	40

4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....43

Índice de Ilustrações

2. Equações para o fluxo de fluidos

Figura 2.1 - Fluxo linear em uma rocha porosa cilíndrica de comprimento Δx (Aziz, 1979).....	11
Figura 2.2 - Representação unidimensional: (a) 1D horizontal, (b) 1D vertical, (c) 1D radial.....	20
Figura 2.3 - Representação bidimensional: (a) 2D horizontal, (b) 2D vertical, (c) 2D radial horizontal, (d) 2D radial vertical.....	21
Figura 2.4 - Representação tridimensional: (a) 3D cartesiano, (b) 3D cilíndrico, (c) 3D esférico.....	21
Figura 2.5 - Representação tridimensional: (a) retangular, (b) cilíndrico, (c) esférico. Fonte: Ertekin <i>et al.</i> (2001).....	22

3. Metodologia de cálculo aplicada ao modelo matemático

Figura 3.1 - Malha unidimensional utilizada na formulação dos pontos centrados. Fonte: Notas de aula (Simulação Numérica de Reservatórios).....	25
Figura 3.2 - Esquema de um fluxo bidimensional. Fonte: Ertekin <i>et al.</i> (2001).....	26
Figura 3.3 - Vista superior do fluxo bidimensional com blocos centrais e adjacentes. Fonte: Notas de aula (Simulação Numérica de Reservatórios).....	26
Figura 3.4 - Representação do bloco central e blocos vizinhos. Fonte: (Libardi, 2014).....	27
Figura 3.5 - Discretização através do método explícito (Rosa, 2011).....	29
Figura 3.6 - Faces do domínio e os blocos das suas extremidades e o bloco central. Fonte: (Libardi, 2014).....	30
Figura 3.7 - Elemento localizado na face oeste, mas não na sua extremidade. Fonte: (Libardi, 2014).....	31
Figura 3.8 - Tratamento das faces dos blocos 1, 2, 3 e 4. Fonte: (Libardi, 2014).....	31

Trabalho de Conclusão de Curso

Figura 3.9 - Exemplo de uma matriz dos termos de acumulação. Fonte: Notas de aula (Simulação Numérica de Reservatórios).....	40
Figura 3.10 - Estrutura de uma linha ij da matriz T_{ij} . Fonte: Notas de aula (Simulação Numérica de Reservatórios).....	40
Figura 3.11 - Etapa inicial do fluxograma de cálculo.....	41
Figura 3.12 - Etapa intermediária do fluxograma de cálculo.....	42
Figura 3.13 - Etapa final do fluxograma de cálculo.....	43

Lista de Símbolos

- A - área da seção transversal de um bloco
- B - fator volume formação
- C - constante arbitrária
- c_f - compressibilidade do fluido
- c_R - compressibilidade da rocha
- g - aceleração da gravidade
- g** - vetor da aceleração gravitacional
- g_c - constante de conversão
- $k, k_{x,y,x}$ - permeabilidade, ou componentes do tensor permeabilidade
- k_{rl} - permeabilidade relativa da fase l
- k_{rog} - permeabilidade relativa do óleo no sistema óleo-gás
- k_{row} - permeabilidade relativa do óleo no sistema óleo-água
- $m = \rho\phi$ - massa por unidade de volume
- \dot{m} - fluxo de massa por unidade de área por unidade de tempo
- P_{cog} - pressão capilar no contato óleo-gás
- P_{cow} - pressão capilar no contato óleo-água
- \tilde{q} - depleção de massa por unidade de volume por unidade de tempo
- R_S - razão de solubilidade gás-óleo
- S_l - saturação da fase l
- Δt - incremento de tempo
- u** - velocidade superficial ou de Darcy
- $\gamma = \rho g / g_c$ - densidade em termos da pressão/distância
- μ - viscosidade
- ρ - densidade do fluido
- ρ_l - densidade da fase l
- ϕ - porosidade

CAPÍTULO I

1. INTRODUÇÃO

Os simuladores de sistemas podem ser classificados entre físicos e matemáticos. Os simuladores físicos são, por exemplo, os simuladores analógicos, os modelos reduzidos e protótipos. Os simuladores matemáticos podem ser subdivididos em analíticos e numéricos (Rosa, 2011).

Partindo dessa definição, o estudo realizado irá ser fundamentado na Simulação de Reservatórios, que é um processo em que se busca inferir o comportamento real de um reservatório. Podendo esse modelo ser físico ou matemático.

Um modelo matemático de um sistema físico é um conjunto de Equações Diferenciais Parciais, que juntamente com um conjunto apropriado de condições de fronteira, visam descrever os processos físicos que estão ocorrendo no sistema.

Os processos que ocorrem em um reservatório de petróleo são basicamente o fluxo de fluídos e a transferência de massa. No fluxo de fluídos três fases imiscíveis podem fluir simultaneamente, sendo elas água, óleo e gás. Já a transferência de massa ocorre, majoritariamente, entre as fases gás e óleo.

As equações utilizadas durante a modelagem do sistema devem levar em consideração as forças gravitacionais, capilares e viscosas. As equações diferenciais são obtidas combinando a lei de Darcy para cada fase, aplicando o balanço diferencial de materiais a cada fase.

Portanto, um modelo numérico de um reservatório é um software computacional que usa métodos numéricos para obter uma solução aproximada para o modelo matemático (Peaceman, 1977).

1.1. Objetivo

O objetivo deste trabalho é o estudo do conjunto de equações utilizadas para modelar o fluxo monofásico em um meio poroso bidimensional, descrevendo de forma aproximada como se comporta um reservatório que possui essas características.

Para tanto, realiza-se um fluxograma que mostre o deslocamento de um fluxo monofásico de líquido em um meio poroso bidimensional horizontal.

1.2. Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado em 4 capítulos. O Capítulo I - Introdução, contém a motivação e os objetivos deste trabalho. O Capítulo II - Equações para o Fluxo de Fluidos em Reservatórios de Petróleo, contém os conceitos fundamentais que serão utilizados para descrever o fluxo monofásico em um meio poroso bidimensional horizontal, como a lei da conservação da massa, equação de estado e a Lei de Darcy. Além disso, também contém a classificação dos simuladores de reservatórios. O Capítulo III - Metodologia de Cálculo Aplicada ao Modelo Matemático, mostra a metodologia de cálculo utilizada para o cálculo das pressões. O Capítulo IV - Considerações Finais, trata das conclusões e recomendações que foram feitas sobre o trabalho desenvolvido.

CAPÍTULO II

2. EQUAÇÕES PARA O FLUXO DE FLUÍDOS

O objetivo deste capítulo é o desenvolvimento de um modelo matemático que possa representar o comportamento de um reservatório de petróleo, através de equações de básicas de fluxo para o modelo *black-oil*.

As leis que governam o fluxo em um meio poroso são baseadas na conservação da massa, momento e energia. Sabendo disso, ao invés de aplicá-las diretamente aos problemas de fluxo em um meio poroso, vai ser aplicada a Lei de Darcy ao invés de usar a equação do momento.

2.1. Lei de Conservação da Massa

2.1.1. Fluxo Monofásico

Para representar um fluxo de um único fluido, considera-se que esse fluido se move na direção axial de uma amostra cilíndrica (Figura 2.1), que possui um volume de controle que representa o meio poroso e suas características físicas.

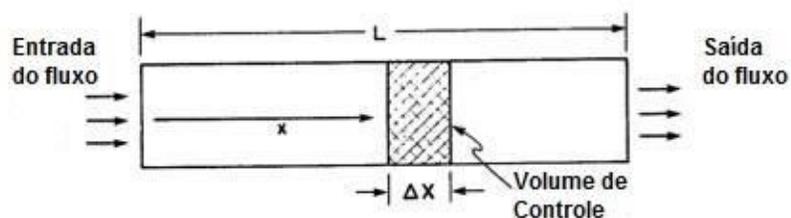


Figura 2.1 - Fluxo linear em uma rocha porosa cilíndrica de comprimento Δx (Aziz, 1979).

Tomando como \dot{m}_x o vetor do fluxo de massa de um fluido de densidade ρ na direção x , nota-se que o fluxo de fluido através do volume de controle pode ser escrito como:

$$(\dot{m}_x)_x A \Delta t$$

Sabendo que a diferença entre o volume que entrou e o que saiu da amostra cilíndrica durante um intervalo Δt resultará em acúmulo de massa dentro do volume de controle, tem-se:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi \Delta V) \right] \Delta t$$

Além disso, deve-se levar em consideração uma queda na vazão \tilde{q} (massa por unidade de volume por unidade tempo), que ocasiona um varredura de parte da massa do volume de controle.

$$\tilde{q} \Delta V \Delta t$$

Tendo posse das três equações acima, pode-se escrever:

$$[(\dot{m}_x)_x - (\dot{m}_x)_{x+\Delta x}] A \Delta t = \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi \Delta V) \right] \Delta t + \tilde{q} \Delta V \Delta t \quad (2.1)$$

Dividindo a equação 2.1 por $(A \Delta x \Delta t)$, obtém-se:

$$\frac{(\dot{m}_x)_x - (\dot{m}_x)_{x+\Delta x}}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \tilde{q} \quad (2.2)$$

O que irá resultar na equação da conservação de massa para o sistema descrito acima, ao fazer $\Delta X \rightarrow 0$.

$$-\frac{\partial \dot{m}_x}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \tilde{q} \quad (2.3)$$

É possível ainda expressar o fluxo mássico em termos da velocidade superficial:

$$\dot{m}_x = \rho u_x \quad (2.4)$$

onde u_x é a velocidade na direção de x . Ao substituir a equação 2.4 na equação 2.3, obtemos:

$$-\frac{\partial \rho u_x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \tilde{q} \quad (2.5)$$

Pode-se generalizar a equação 2.5 de modo que a mesma represente um fluxo em um meio poroso tridimensional com dimensões arbitrárias $\Delta x, \Delta y$ e Δz .

$$-\left(\frac{\partial}{\partial x} \rho u_x + \frac{\partial}{\partial y} \rho u_y + \frac{\partial}{\partial z} \rho u_z\right) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \tilde{q} \quad (2.6)$$

Para um sistema de coordenadas cartesianas, é possível escrever a equação 2.6 como se segue:

$$-\nabla \cdot \rho \mathbf{u} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \tilde{q} \quad (2.7)$$

2.1.2. Fluxo Multifásico

A equação 2.7 pode ser escrita ainda de uma forma mais geral

$$-\nabla \cdot \dot{m}_l = \frac{\partial (m_l)}{\partial t} + \tilde{q}_l \quad (2.8)$$

onde m_l é a massa de um componente l em uma amostra de volume do meio, \dot{m}_l é o fluxo de massa do componente l e $\nabla \cdot \dot{m}_l$ é a taxa do fluxo de massa por unidade de volume.

Existem dois modelos importantes na engenharia de reservatórios de petróleo: o fluxo multifásico ou monofásico, onde mais de dois componentes hidrocarbonetos são considerados e o fluxo multifásico onde o sistema de hidrocarbonetos considerados pode ser aproximado por dois componentes,

sendo um deles um componente não volátil (*black oil*) e o outro um componente volátil (gás), solúvel na fase óleo.

Neste trabalho será considerado o segundo modelo, conhecido por modelo- β ou modelo *black-oil*.

2.1.2.1. O modelo *black-oil*

Nesse modelo, considera-se a existência de três fases distintas: óleo, água e gás. Normalmente, a água é fase molhante, o óleo fase com molhabilidade intermediária e o gás a fase não molhante. Considera-se que a água e o óleo são imiscíveis e que não trocam massa entre si e, também, não mudam de fase. Já o gás é considerado solúvel em óleo, mas não em água (Aziz, 1979).

Ao assumir que a solubilidade do gás é nula em condições de superfície, pode-se considerar que o óleo contido no reservatório é uma solução de dois componentes, sendo eles óleo em condições de superfície e gás nas condições padrão.

Partindo desta ótica, assume-se que os fluidos estão em uma temperatura constante e em equilíbrio termodinâmico em toda a extensão do reservatório. Nessas condições o comportamento PVT do sistema pode ser expresso pelos fatores volume formação descritos a seguir:

$$B_o = \frac{[V_o + V_{dg}]_{RC}}{[V_o]_{STC}} \quad (2.9)$$

$$B_w = \frac{[V_w]_{RC}}{[V_w]_{STC}} \quad (2.10)$$

$$B_g = \frac{[V_g]_{RC}}{[V_g]_{STC}} \quad (2.11)$$

Trabalho de Conclusão de Curso

Nas equações acima $[V_l]_{RC}$ representa o volume ocupado por uma massa fixa do componente l (óleo, água ou gás) nas condições de reservatório e $[V_l]_{STC}$ é o volume ocupado pelo mesmo componente em condições de superfície ou padrão. A transferência de massa entre as fases de óleo e gás é descrita pela razão entre os volumes de óleo e gás, como mostra a equação a seguir:

$$R_s = \left[\frac{V_{dg}}{V_o} \right]_{STC} \quad (2.12)$$

Resultando na quantidade de gás dissolvida no óleo como uma função da pressão na fase óleo. As densidades das três fases estão relacionadas com as densidades nas condições de superfície:

$$\rho_o = \frac{1}{B_o} (\rho_{oSTC} + R_s \rho_{gSTC}) \quad (2.13)$$

$$\rho_w = \frac{1}{B_w} (\rho_{wSTC}) \quad (2.14)$$

$$\rho_g = \frac{1}{B_g} (\rho_{gSTC}) \quad (2.15)$$

A densidade da fase óleo pode ser ainda expressa da seguinte maneira,

$$\rho_o = \bar{\rho}_o + \bar{\rho}_{dg} \quad (2.16)$$

onde $\bar{\rho}_o$ e $\bar{\rho}_{dg}$ são as densidades dos dois componentes seguintes:

$$\bar{\rho}_o = \frac{1}{B_o} \bar{\rho}_{oSTC} \quad (2.17)$$

$$\bar{\rho}_{dg} = \frac{R_s}{B_o} \bar{\rho}_{gSTC} \quad (2.18)$$

Deve-se ainda considerar o conceito de saturação antes de introduzir o conceito de fluxo multifásico. A saturação, S_l , da fase l é a fração do volume poroso ocupado pela fase l . Portanto, é fácil concluir que $\sum S_l = 1$. A equação de conservação da massa para cada componente pode ser escrita considerando a equação 2.8.

Para o componente óleo na fase óleo, tem-se:

$$\dot{m}_o = \bar{\rho}_o u_o \quad (2.19)$$

$$m_o = \bar{\rho}_o \phi S_o \quad (2.20)$$

Substituindo as duas equações acima na equação 2.8, e dividindo por ρ_{oSTC} , resulta em:

$$-\nabla \cdot \left[\frac{1}{B_o} u_o \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{B_o} \phi S_o \right] + q_o \quad (2.21)$$

onde,

$$q_o = \frac{\tilde{q}_o}{\rho_{oSTC}} \quad (2.22)$$

A equação para a fase água pode ser obtida de maneira semelhante à obtida para a fase óleo:

$$-\nabla \cdot \left[\frac{1}{B_w} u_w \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{B_w} \phi S_w \right] + q_w \quad (2.23)$$

O componente gás existe tanto na fase gás quanto em solução na fase óleo.

$$\dot{m}_g = \rho_g u_g + \bar{\rho}_{dg} u_o \quad (2.24)$$

$$m_g = \phi[S_g\rho_g + \bar{\rho}_{dg}S_o] \quad (2.25)$$

$$\tilde{q}_g = \tilde{q}_{fg} + \tilde{q}_o R_S \left(\frac{\rho_g}{\rho_o} \right)_{STC} = \tilde{q}_{fg} + q_o R_S \rho_{gSTC} \quad (2.26)$$

Gerando a seguinte equação final:

$$-\nabla \cdot \left[\frac{R_S}{B_o} \mathbf{u}_o + \frac{1}{B_g} \mathbf{u}_g \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{R_S}{B_o} S_o + \frac{1}{B_g} S_g \right) \right] + q_{fg} + R_S q_o \quad (2.27)$$

Os termos de produção q_o , q_w e q_g representam o volume produzido em condições de superfície (ou padrão), por unidade de tempo por unidade de volume de reservatório.

2.2. Lei de Darcy

2.2.1. Fluxo monofásico

Além do estudo da equação da continuidade ou da conservação da massa, é necessário analisar a relação entre razão de fluxo e o gradiente de pressão para cada fase. A forma diferencial dessa relação foi descoberta por Darcy, e pode ser escrita como

$$\mathbf{u} = -\frac{k}{\mu} \left(\nabla p + \rho \frac{\mathbf{g}}{g_c} \right) \quad (2.28)$$

onde k é o tensor da permeabilidade absoluta do meio poroso, μ é a viscosidade do fluido, \mathbf{g} é o vetor aceleração da gravidade e g_c é a constante de conversão com as unidades $lb_m/lb_f ft/s^2$. Caso a coordenada seja a z , no sentido de cima para baixo, tem-se:

$$\rho \frac{\mathbf{g}}{g_c} = -\rho \frac{g}{g_c} \nabla z = -\gamma \nabla z \quad (2.29)$$

Tendo posse da definição de γ acima, pode-se escrever a Lei de Darcy como

$$\mathbf{u} = -\frac{k}{\mu}(\nabla p - \gamma \nabla z) \quad (2.30)$$

Quando $\mathbf{u} = 0$, a equação acima resulta na relação de pressão máxima. No sistema de coordenadas cartesianas com o eixo z vertical no sentido de cima para baixo a relação torna-se:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \gamma \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.32)$$

O tensor utilizado na equação 2.28 é definido por essa equação e deve ser determinado experimentalmente. Nos problemas mais práticos é possível assumir que k é um tensor diagonal dado por:

$$k = \begin{bmatrix} k_x & & \\ & k_y & \\ & & k_z \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Se $k_x = k_y = k_z$ o meio é chamado isotrópico, caso contrário é chamado anisotrópico.

2.2.2. Fluxo multifásico

A lei pode ainda compreender o fluxo simultâneo de mais de uma fase, conforme a equação 2.34 a seguir:

$$\mathbf{u}_l = -\frac{k k_{rl}}{\mu_l} \left(\nabla p_l + \rho_l \frac{\mathbf{g}}{g_c} \right) \quad (2.34)$$

onde $l = o = w = g$ (óleo, água e gás, respectivamente) e k_{rl} é a permeabilidade relativa da fase l . A equação acima também pode ser escrita em termos de γ_l :

$$\mathbf{u}_l = - \frac{k k_{rl}}{\mu_l} (\nabla p_l - \gamma_l \nabla z) \quad (2.35)$$

onde,

$$\gamma_l = \rho_l \frac{g}{g_c} \quad (2.36)$$

e z é positivo na direção vertical no sentido de cima para baixo. Se a velocidade estiver em cm/s , a viscosidade em centipoise e o gradiente de pressão em atm/cm a unidade de k é o darcy.

2.3. Equações básicas de fluxo

As equações de fluxo para o fluxo monofásico e o multifásico são obtidas através da combinação das formas apropriadas da Lei de Darcy e da equação de conservação da massa. A densidade do fluido é expressa explicitamente ou implicitamente com uma função da pressão através de uma equação de estado.

2.3.1. Fluxo monofásico

2.3.1.1. Equação geral para fluidos compressíveis

Quando todo o espaço poroso é ocupado por uma única fase, a equação 2.28 pode ser substituída na equação 2.7, obtendo

$$\nabla \frac{\rho k}{\mu} (\nabla p - \gamma \nabla z) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \tilde{q} \quad (2.37)$$

Dividindo a equação acima por ρ_{STC} e sabendo que $B = [V]_{RC}/[V]_{STC}$, tem-se:

$$\nabla[\lambda(\nabla p - \gamma \nabla z)] = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) + q \quad (2.38)$$

onde,

$$\lambda = \frac{1}{\mu B} k \quad (2.39)$$

2.3.1.2. Equação para um fluido pouco compressível

Para o fluxo de líquido é possível assumir que a compressibilidade do fluido é dada por:

$$c_f = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \quad (2.40)$$

sendo constante para determinado intervalo de pressão definido. Quando integrada essa equação resulta em:

$$\rho = \rho^0 \exp[c_f(p - p^0)] \quad (2.41)$$

onde ρ^0 é a densidade na pressão de referência p^0 . Partindo da definição do fator volume formação pode-se observar o seguinte:

$$\frac{\rho}{\rho^0} = \frac{B}{B^0} = \exp[c_f(p - p^0)] = 1 + c_f(p - p^0) + \frac{1}{2!} c_f^2 (p - p^0)^2 \dots \quad (2.42)$$

onde B^0 é o fator volume formação em p^0 .

Considerando apenas os dois primeiros termos da expansão é possível escrever,

$$B = \frac{B^o}{[1 + c_f(p - p^o)]} \quad (2.43)$$

onde c_f é a compressibilidade da formação.

O termo relacionado a derivada temporal da equação 2.37 pode ser expresso em termos de $\partial p / \partial t$ usando a expressão para $1/B$ dada pela equação 2.43 e por ϕ , resultando em:

$$\nabla[\lambda(\nabla p - \gamma \nabla z)] = \left(\phi \frac{c_f}{B^o} + \phi^o \frac{c_R}{B} \right) \frac{\partial p}{\partial t} + q \quad (2.44)$$

Outra forma útil da equação de fluxo é obtida quando se substitui a equação 2.41 na equação 2.37, e são negligenciados os termos envolvendo o quadrado do gradiente da pressão multiplicado por c_f quando comparado com os outros termos da equação. O que resulta na equação abaixo:

$$\nabla^2 p = \frac{\mu \phi c_f}{k} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\mu}{\rho k} \tilde{q} \quad (2.45)$$

A equação acima, que é conhecida como a equação da difusividade, só pode ser escrita desta forma, pois se assume que as propriedades do fluido são constantes, $c_R = 0$, e que os termos gravitacionais são negligenciáveis.

2.3.2. Fluxo multifásico

A Lei de Darcy, representada pela equação 2.35, pode ser substituída na equação de conservação da massa para cada fase (equações 2.21, 2.23 e 2.27) para obter as equações de fluxo, respectivamente:

$$\nabla \cdot [\lambda_o(\nabla p_o - \gamma_o \nabla z)] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\phi S_o}{B_o} \right] + q_o \quad (2.46)$$

$$\nabla \cdot [\lambda_w (\nabla p_w - \gamma_w \nabla z)] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\phi S_w}{B_w} \right] + q_w \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot [R_S \lambda_o (\nabla p_o - \gamma_o \nabla z) + \gamma_g (\nabla p_g - \gamma_g \nabla z)] &= \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{R_S}{B_o} S_o + \frac{S_g}{B_g} \right) \right] + R_S q_o + q_{fg} \end{aligned} \quad (2.48)$$

onde as mobilidades λ_l são definidas como,

$$\lambda_l = \frac{k_{rl}}{\mu_l B_l} k \quad (2.49)$$

Enquanto que a equação da conservação é suficiente para descrever o fluxo monofásico (onde a única variável dependente é a pressão), isso não é o caso para o fluxo multifásico. As três equações abaixo contém seis variáveis dependentes, mas ainda são necessárias três relações adicionais para encontrar as soluções.

$$S_o + S_w + S_g = 1 \quad (2.50)$$

$$P_{cow} = p_o - p_w = f(S_w, S_g) \quad (2.51)$$

$$P_{cog} = p_g - p_o = f(S_w, S_g) \quad (2.52)$$

A relação entre as pressões capilares e as saturações é, normalmente, encontrada de forma empírica.

2.4. Classificação dos simuladores de reservatórios

Um simulador numérico de reservatórios pode ser classificado através da atribuição de quatro características básicas ao mesmo, sendo elas: o número de dimensões, sistema de coordenadas utilizado, número de fases de sistema e o modelo matemático admitido.

2.4.1. Classificação pelo número de dimensões

Um simulador de reservatórios pode ser classificado quanto ao número de dimensões de quatro formas: dimensão zero (ou modelo tanque), unidimensional (1D), bidimensional (2D), tridimensional (3D).

2.4.1.1. Dimensão Zero ou Modelo Tanque

O modelo tanque não é capaz de distinguir a direção do fluxo, porém representa o reservatório em função da sua energia, sendo possível então determinar a distribuição inicial do fluido no reservatório, prever a produção do campo, estimar o influxo de água e avaliar as saturações e pressões médias do meio poroso.

2.4.1.2. Unidimensional

Diz-se que um simulador numérico de fluxo é unidimensional quando admite fluxo em apenas uma direção, podendo ser na horizontal, vertical ou radial, como mostra a Figura 3.1.

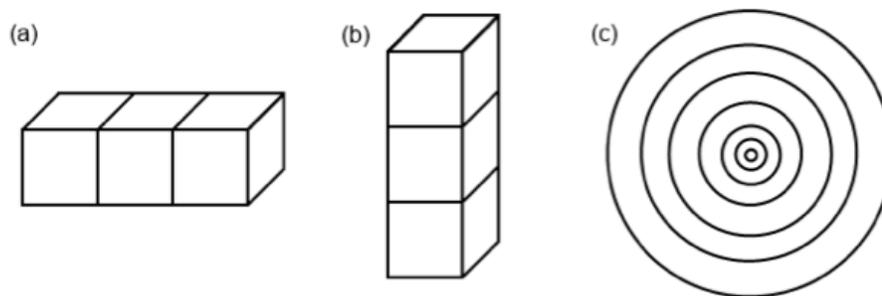


Figura 2.2 - Representação unidimensional: (a) 1D horizontal, (b) 1D vertical, (c) 1D radial. Fonte: Souza, 2013.

2.4.1.3. Bidimensional

Enquanto que um simulador numérico bidimensional pode simular o fluxo em duas dimensões, onde os mais comuns são os horizontais, verticais e radiais, como exemplifica a Figura 3.2.

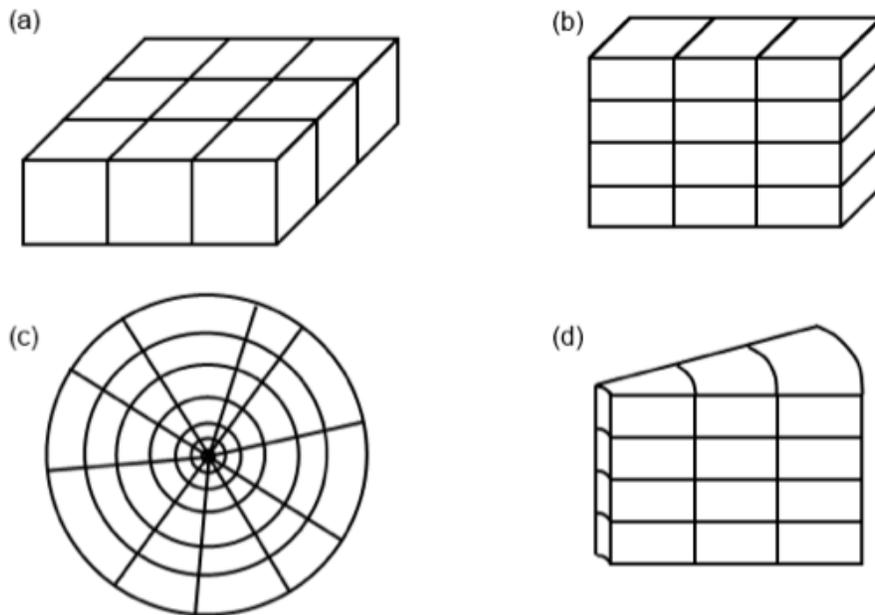


Figura 2.3 - Representação bidimensional: (a) 2D horizontal, (b) 2D vertical, (c) 2D radial horizontal, (d) 2D radial vertical. Fonte: Souza, 2013.

Os modelos 2D horizontal e 2D radial horizontal são os mais utilizados em estudos de reservatórios quando se quer determinar um fluxo no reservatório que seja predominantemente horizontal.

2.4.1.4. Tridimensional

Já para um simulador numérico tridimensional admite-se que o fluxo no meio poroso pode ocorrer em três direções (Rosa, 2011). É através deles que se obtém uma melhor visualização do comportamento do fluxo dentro do reservatório, como mostra a Figura 2.4 a seguir.

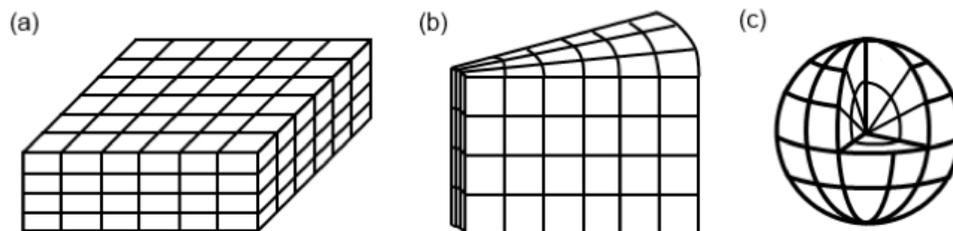


Figura 2.4 - Representação tridimensional: (a) 3D cartesiano, (b) 3D cilíndrico, (c) 3D esférico. Fonte: Souza, 2013.

2.4.2. Classificação pelo sistema de coordenadas

Um simulador numérico pode estar representado através de coordenadas cartesianas (ou retangulares), cilíndricas ou esféricas, de acordo com a Figura 3.4. O primeiro caso é utilizado quando tem-se um fluxo distante do poço, devido ao fluxo ser linear e retangular. Já no segundo caso utiliza-se para fluxos próximos ao poço. Por fim, o terceiro caso é utilizado quando se tem fluxo próximo aos canhoneados.

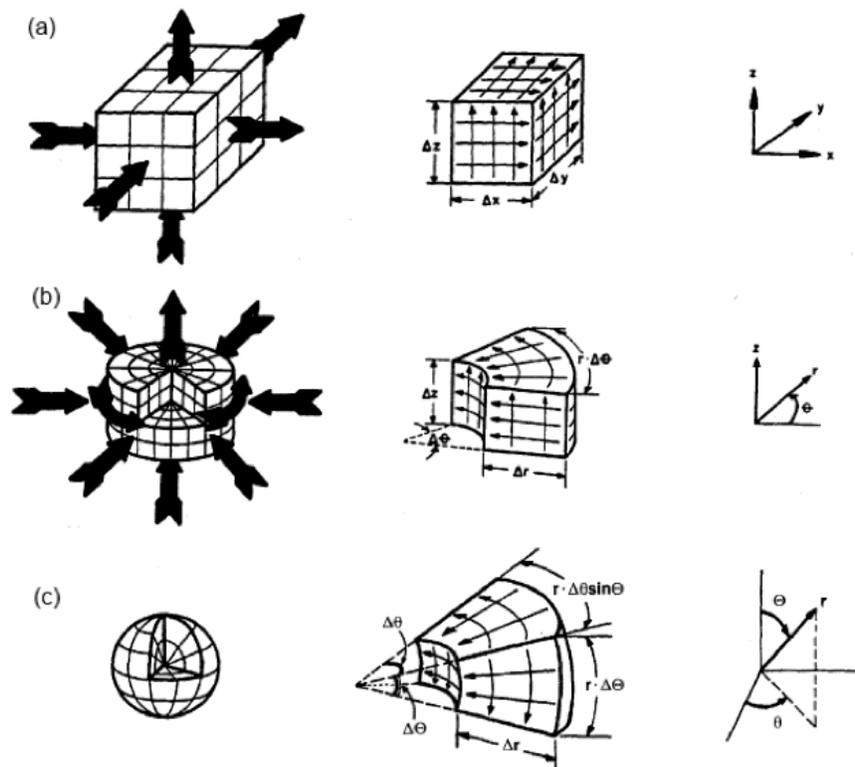


Figura 2.5 - Representação tridimensional: (a) retangular, (b) cilíndrico, (c) esférico. Fonte: Ertekin *et al.* (2001).

2.4.3. Classificação pelo número de fases do sistema

De acordo com Rosa *et al.* (2011), pode-se classificar os simuladores numéricos de fluxo de acordo com o número de fase em monofásico, bifásicos e trifásicos.

- Monofásico: considera o fluxo de apenas uma fase no reservatório (gás, óleo ou água quando se tratar de um aquífero);
- Bifásico: considera o fluxo de duas fases no reservatório, podendo ser óleo e água (reservatório de óleo) ou gás e água (reservatório de gás);
- Trifásico: considera o fluxo de três fases no reservatório (óleo, água e gás).

2.4.4. Classificação pelo modelo matemático

Segundo Rosa *et al.* (2011), os simuladores numérico de fluxo são classificados de acordo com a maneira pela qual o comportamento físico e a característica de desempenho são tratados.

2.4.4.1. Modelo tipo β ou volumétrico

No modelo *Black Oil*, o tratamento matemático envolve funções da pressão e da temperatura do reservatório. Admite-se que o escoamento possa ter no máximo três fases distintas (óleo, água e/ou gás), cada uma com apenas um componente.

2.4.4.2. Modelo composicional

De acordo com Rosa *et al.* (2011), o tratamento matemático de um modelo composicional considera não somente a pressão e a temperatura do reservatório, mas também as composições das diversas fases, eventualmente, presentes no meio poroso. Sendo assim, esse modelo pode ser utilizado quando o processo de recuperação que está sendo aplicado é sensível às mudanças composicionais.

Na prática, quando o número de hidrocarbonetos no reservatório é bastante elevado é comum que se agrupe diversos desses componentes em um grupo chamado de pseudocomponentes, com o objetivo de reduzir o

tempo computacional empregado. Geralmente, o óleo do reservatório pode ser representado por três pseudocomponentes: C_1 , $C_2 - C_6$ (óleo volátil) e C_{7+} (óleo não volátil).

2.4.4.3. Modelo térmico

O modelo térmico é utilizado quando considera-se os efeitos da variação da temperatura no interior do reservatório. Pode ser utilizado quando se aplica um dos métodos de recuperação terciária, como a injeção de vapor, injeção de água quente ou combustão *in situ*. Por se tratarem de situações complexas, os modelos térmicos são necessariamente composicionais.

CAPÍTULO III

3. METODOLOGIA DE CÁLCULO APLICADA AO MODELO MATEMÁTICO

Nesta seção foi desenvolvida uma metodologia de cálculo para o deslocamento do fluxo monofásico de um líquido em um meio poroso

bidimensional horizontal. A fim de facilitar o entendimento da metodologia, foi abordado, também, um fluxograma de cálculo representando todos os procedimentos utilizados na modelagem do modelo matemático.

3.1. Modelo matemático

Quando se deseja modelar o escoamento de um fluido através de um reservatório, deve-se modelar matematicamente o problema utilizando uma equação que leve em consideração tanto as propriedades da rocha e do reservatório como também as características do fluido que irá escoar.

No modelo matemático a ser explanado a seguir foi considerado o escoamento de um fluido em um meio poroso bidimensional horizontal em coordenadas cartesianas (plano x-y), moderadamente compressível sob influência do regime transiente. A equação que governa esse escoamento, se tratando do modelo *black oil*, é a equação da difusividade hidráulica.

De modo geral, pode-se escrever a equação da difusividade como se segue:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_x \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda_y \frac{\partial p}{\partial y} \right] = \frac{\partial(\phi/B)}{\partial t} + q_{sc,ij} \quad (3.1)$$

onde,

$$\lambda_x = \frac{k_x}{B \cdot \mu} \quad (3.2)$$

$$\lambda_y = \frac{k_y}{B \cdot \mu} \quad (3.3)$$

Além disso, como se trata de um fluxo na horizontal, tem-se que:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 0 \quad (3.4)$$

3.1.1. Condições iniciais e de contorno

Esta etapa é de fundamental importância, pois é onde o modelo matemático irá ser especificado da forma correta.

As condições iniciais são necessárias quando o reservatório está submetido a um regime transiente. Quando trata-se de um regime permanente, não se faz necessário o uso das condições iniciais

As condições de contorno são empregadas com o objetivo de limitar o domínio de solução das equações governantes, podendo ser: tipo Neumann, tipo Dirichlet, ou mistas. A etapa onde se utiliza as condições de contorno é posterior à discretização das equações governantes.

3.2. Aproximação numérica

Em linhas gerais, a solução exata de equações como a da difusividade hidráulica é difícil de ser obtida. Portanto, utiliza-se os métodos numéricos para se obter uma solução aproximada. Os métodos numéricos permitem transformar as equações diferenciais parciais em equações algébricas que podem, também, ser representadas em sua forma matricial (Libardi, 2014).

O método mais empregada quando se trata da simulação numérica de reservatórios é o método das diferenças finitas. Esse método é aplicado quando os problemas da engenharia de reservatórios conduzem a equações ou sistemas de equações diferenciais parciais não lineares, que não se prestam aos métodos analíticos de solução (Rosa, 2011). Portanto, ao aplicar este método é possível obter soluções aproximadas para as equações.

As aproximações da Equação 3.1 foram realizadas utilizando-se o método das diferenças finitas com o método explícito para a discretização temporal.

A Figura 3.1 a seguir representa como os pontos centrados são empregados.

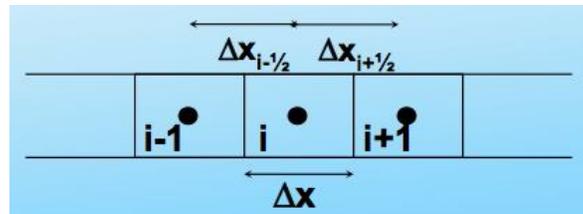


Figura 3.1 - Malha unidimensional utilizada na formulação dos pontos centrados. Fonte: Notas de aula (Simulação Numérica de Reservatórios).

Na formulação dos pontos centrados o domínio é dividido em blocos, colocando-se os pontos da malha no centro dos blocos. Nessa formulação não há pontos na fronteira. A equação da difusividade hidráulica deve ser atendida em cada bloco.

É importante ressaltar que a solução das equações por diferenças finitas é obtida apenas em pontos discretos do domínio. Nesse caso, as pressões calculadas em um simulador de reservatórios são conhecidas apenas em alguns pontos do reservatório, em oposição à solução analítica, em que as pressões são conhecidas em todos os pontos do reservatório (Ertekin, 2001).

3.2.1. Discretização espacial

A discretização da equação governante será apresentada de forma detalhada no eixo x , bastando apenas substituir os índices das equações para obter o resultado no eixo y .

A Figura 3.2 representa o modelo de fluxo bidimensional que irá auxiliar na discretização das equações. A Figura 3.3 representa a Figura 3.2 vista de cima.

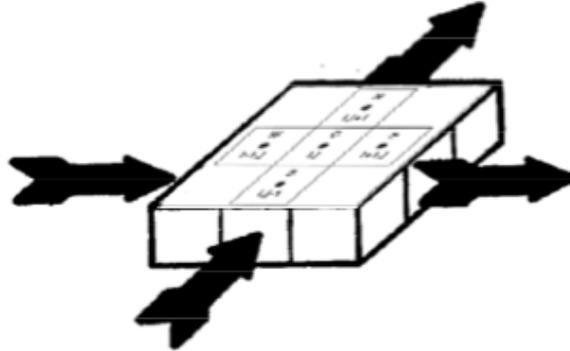


Figura 3.2 - Esquema de um fluxo bidimensional. Fonte: Ertekin *et al.* (2001).

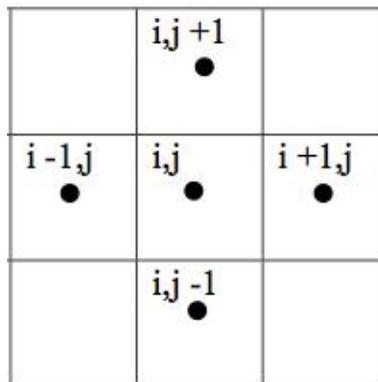


Figura 3.3 - Vista superior do fluxo bidimensional com blocos centrais e adjacentes. Fonte: Notas de aula (Simulação Numérica de Reservatórios).

Na Figura 3.3, observa-se um nó central com outros quatro nós na sua vizinhança. O nó a esquerda do bloco central é identificado por $(i-1,j)$ e o que está a direita do nó central por $(i+1,j)$. O bloco superior é identificado por $(i,j+1)$ e o inferior por $(i,j-1)$.

Pode-se escrever as derivadas de segunda ordem da Equação 3.1, com auxílio da Figura 3.4 a seguir.

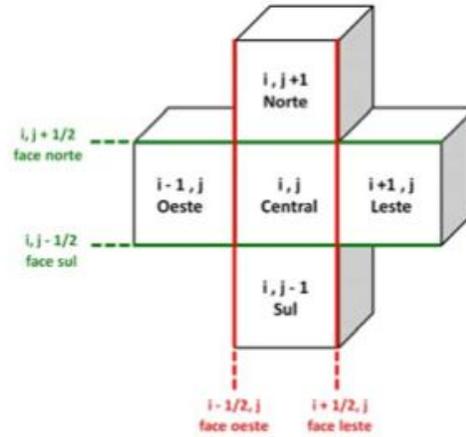


Figura 3.4 - Representação do bloco central e blocos vizinhos. Fonte: (Libardi, 2014).

Utilizando a aproximação central e utilizando a notação da Figura 3.4, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_x \frac{\partial p}{\partial x} \right] &= \frac{\left(\lambda_x \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+1/2,j} - \left(\lambda_x \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-1/2,j}}{\Delta x_i} \\ &= \frac{\lambda_{x_{i+1/2,j}} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+1/2,j} - \lambda_{x_{i-1/2,j}} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-1/2,j}}{\Delta x_i} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Analogamente para a direção y, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda_y \frac{\partial p}{\partial y} \right] &= \frac{\left(\lambda_y \frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i,j+1/2} - \left(\lambda_y \frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i,j-1/2}}{\Delta y_i} \\ &= \frac{\lambda_{y_{i+1/2,j}} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i,j+1/2} - \lambda_{y_{i-1/2,j}} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i,j-1/2}}{\Delta y_i} \end{aligned} \quad (3.6)$$

As derivadas de primeira ordem das equações 3.5 e 3.6 são discretizadas da seguinte forma, respectivamente:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_{i+1/2,j} = \frac{p_{i+1,j} - p_{i,j}}{x_{i+1,j} - x_{i,j}} = \frac{p_{i+1,j} - p_{i,j}}{\Delta x_{i+1/2,j}} \quad (3.7)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_{i-1/2,j} = \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{x_{i,j} - x_{i-1,j}} = \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{\Delta x_{i-1/2,j}} \quad (3.8)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_{i,j+1/2} = \frac{p_{i,j+1} - p_{i,j}}{y_{i,j+1} - y_{i,j}} = \frac{p_{i,j+1} - p_{i,j}}{\Delta y_{i,j+1/2}} \quad (3.9)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_{i,j-1/2} = \frac{p_{i,j} - p_{i,j-1}}{y_{i,j} - y_{i,j-1}} = \frac{p_{i,j} - p_{i,j-1}}{\Delta y_{i,j-1/2}} \quad (3.10)$$

3.2.2. Discretização do termo de acumulação

Antes de realizar a discretização temporal, deve-se escrever o primeiro termo do lado direito da Equação 3.1 em função das compressibilidades. Sendo assim, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) = \phi \left(-\frac{1}{B^2} \frac{\partial B}{\partial t} \right) + \frac{1}{B} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \quad (3.11)$$

Sabendo que,

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial B}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.13)$$

e substituindo as equações 3.12 e 3.13 na equação 3.11, resulta em

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) = \frac{\phi}{B} \left(-\frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial p} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.14)$$

onde,

$$c_f = -\frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial P} \quad (3.15)$$

$$c_r = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (3.16)$$

As equações 3.15 e 3.16 são a compressibilidade da rocha e a compressibilidade do reservatório, respectivamente. Substituindo-as na equação 3.14, se obtém:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) = \frac{\phi}{B} (c_f + c_r) \frac{\partial p}{\partial t} = C \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.17)$$

Como o objetivo aqui é que toda a malha representando o reservatório seja varrida em cada intervalo de tempo, partindo das condições iniciais até o tempo em que se deseja conhecer os parâmetros do reservatório, a equação 3.17 deve ser discretizada, utilizando-se o método explícito.

No método explícito, as derivadas são estabelecidas em torno do termo central i e do tempo já conhecido n . As pressões associadas ao tempo de referência n são utilizadas para calcular as pressões no tempo futuro $n+1$. Como a solução envolve apenas uma incógnita, que tem referência no tempo $n+1$, a solução pode ser representada através de uma equação envolvendo as derivadas centrais e ascendentes (Rosa, 2011). A discretização empregada pode ser vista na Figura 3.5.

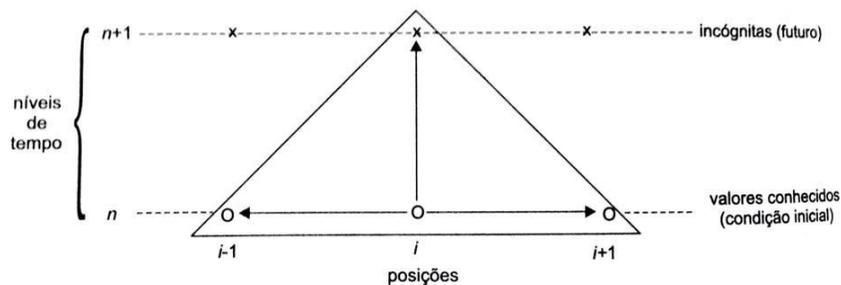


Figura 3.5 - Discretização através do método explícito (Rosa, 2011).

Portanto, a discretização da equação 3.17 resulta em:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) = C \frac{\partial p}{\partial t} \approx C_{i,j} \frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (3.18)$$

Substituindo as equações 3.7 e 3.8 na equação 3.5 e as equações 3.9 e 3.10 na equação 3.6 e, também, substituindo a equação 3.18 na equação 3.1 e aplicando o método explícito, tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta x_i} \left[(\lambda_{i+1/2,j}^n) \frac{p_{i+1,j} - p_{i,j}}{\Delta x_{i+1/2,j}} - (\lambda_{i-1/2,j}^n) \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{\Delta x_{i-1/2,j}} \right] \Delta x + \\ & \frac{1}{\Delta y_i} \left[(\lambda_{i,j+1/2}^n) \frac{p_{i,j+1} - p_{i,j}}{\Delta y_{i,j+1/2}} - (\lambda_{i,j-1/2}^n) \frac{p_{i,j} - p_{i,j-1}}{\Delta y_{i,j-1/2}} \right] \Delta y \\ & = C_{i,j} \frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n}{\Delta t} + q_{sc,i,j} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Ao considerar $k_x = k_y = k$ e simplificando Δx_i e Δy_i , pode-se definir a transmissibilidade nas faces norte, sul, leste e oeste da Figura 3.4 como:

$$T_{i,j+1/2}^n = \left(\frac{\lambda}{\Delta y} \right)_{i,j+1/2}^n \quad (3.20)$$

$$T_{i,j-1/2}^n = \left(\frac{\lambda}{\Delta y} \right)_{i,j-1/2}^n \quad (3.21)$$

$$T_{i+1/2,j}^n = \left(\frac{\lambda}{\Delta x} \right)_{i+1/2,j}^n \quad (3.22)$$

$$T_{i-1/2,j}^n = \left(\frac{\lambda}{\Delta x} \right)_{i-1/2,j}^n \quad (3.23)$$

É possível perceber que certas variáveis da transmissibilidade são dependentes da pressão, sendo invariavelmente incógnitas da equação.

Sendo necessário que sejam calculadas em um n explicitamente no tempo de referência anterior, n .

Substituindo as equações 3.20 a 3.23 na equação 3.19, tem-se:

$$\begin{aligned} & [T_{i+1/2,j}^n(p_{i+1,j} - p_{i,j}) - T_{i-1/2,j}^n(p_{i,j} - p_{i-1,j})] \\ & + [T_{i,j+1/2}^n(p_{i,j+1} - p_{i,j}) - T_{i,j-1/2}^n(p_{i,j} - p_{i,j-1})] \quad (3.24) \\ & = C_{i,j} \frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n}{\Delta t} + q_{SC,i,j} \end{aligned}$$

3.3. Análise dos pontos internos e das fronteiras do domínio

3.3.1. Pontos internos do domínio

O nó central (i,j) representa a solução para os pontos internos do domínio. Para tanto, basta isolar o termo $p_{i,j}^{n+1}$ que se encontra do lado direito da equação 3.24.

$$\begin{aligned} p_{i,j}^{n+1} = p_{i,j}^n + C_{i,j} [T_{i+1/2,j}^n(p_{i+1,j} - p_{i,j}) - T_{i-1/2,j}^n(p_{i,j} - p_{i-1,j})] \\ + C_{i,j} [T_{i,j+1/2}^n(p_{i,j+1} - p_{i,j}) - T_{i,j-1/2}^n(p_{i,j} - p_{i,j-1})] \quad (3.25) \\ - C_{i,j} q_{SC,i,j} \end{aligned}$$

Na equação acima todas as pressões são conhecidas no instante n , pois foram estipuladas pressões iniciais para cada bloco. A transmissibilidade pode ser calculada através das propriedades do reservatório, que são conhecidos.

3.3.2. Fronteiras do domínio

No fluxo bidimensional tem que ser dar atenção especial as faces norte, sul, leste e oeste do domínio, devido a dificuldade em se implementar as condições de contorno. Existindo ainda mais quatro blocos, localizados

nas extremidades, que também devem ser tratados pelas condições de contorno. A Figura 3.6 abaixo resume de forma simples o que foi dito acima.

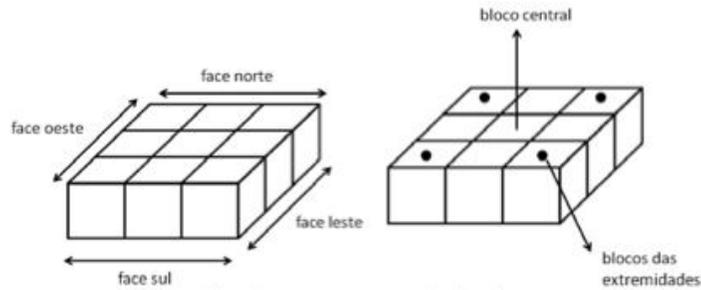


Figura 3.6 - Faces do domínio e os blocos das suas extremidades e o bloco central. Fonte: (Libardi, 2014).

Inicialmente, deve-se assumir que a não existência de fluxo das fronteiras para qualquer ponto que seja distante do reservatório. Para satisfazer essa condição, pode ser utilizada a condição de contorno do tipo Neumann, que diz que a variação de pressão nas fronteiras da malha especificada é nula. Logo, pode-se dizer que a transmissibilidade é nula nas faces externas.

A transmissibilidade para os elementos localizados nas faces norte, sul, leste e oeste (Figura 3.7), e que não estão nas extremidades, a transmissibilidade é nula. Então para cada uma das faces, deve-se anular de forma independente a transmissibilidade correspondente a cada face, $T_{i,j+1/2}^n$, $T_{i,j-1/2}^n$, $T_{i+1/2,j}^n$ e $T_{i-1/2,j}^n$ da equação 3.25. Resultando em uma equação distinta para cada elemento.

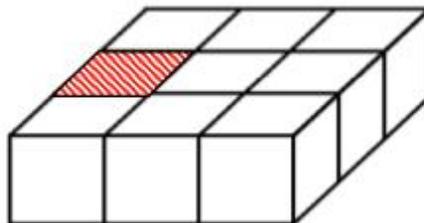


Figura 3.7 - Elemento localizado na face oeste, mas não na sua extremidade. Fonte: (Libardi, 2014).

Por fim, é necessário que se faça o mesmo para as faces dos blocos 1, 2, 3 e 4 (Figura 3.8). Para o caso do bloco 1, por exemplo, devem ser anuladas as transmissibilidades das suas faces sul e oeste, resultando em:

$$p_{i,j}^{n+1} = p_{i,j}^n + C_{i,j} [T_{i+1/2,j}^n (p_{i+1,j} - p_{i,j})] + C_{i,j} [T_{i,j+1/2}^n (p_{i,j+1} - p_{i,j})] - C_{i,j} q_{sc,ij} \quad (3.26)$$

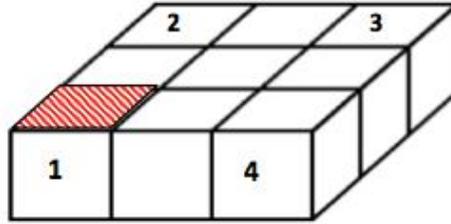


Figura 4.8 - Tratamento das faces dos blocos 1, 2, 3 e 4. Fonte: (Libardi, 2014).

3.4. Representação matricial

Para representar o fluxograma de cálculo apresentando o cálculo da distribuição da pressão após um intervalo de tempo especificado é necessário que se resolva um sistema de equações.

Contudo, é necessário que seja introduzida a forma matricial da equação 4.1 após ser discretizada. Portanto, tem-se:

$$\Delta T_x \Delta P + \Delta T_y \Delta P = \frac{C_{ij} V_{ij}}{\Delta t} (P_{ij}^{n+1} - P_{ij}^n) + Q_{sc,ij} \quad (3.27)$$

onde $\Delta T_x \Delta P$ e $\Delta T_y \Delta P$, podem ser escritos como se segue

$$\Delta T_x \Delta P = T_{i+1/2,j} (P_{i+1,j} - P_{i,j}) + T_{i-1/2,j} (P_{i,j} - P_{i-1,j}), i = 1, \dots, M \quad (3.28)$$

$$\Delta T_y \Delta P = T_{i,j+1/2} (P_{i,j+1} - P_{i,j}) + T_{i,j-1/2} (P_{i,j} - P_{i,j-1}), j = 1, \dots, N \quad (3.29)$$

Logo, a forma matricial fica:

$$\vec{p}^{n+1} = \vec{p}^n + \Delta t (B^n)^{-1} (T^n \vec{p}^n - \vec{Q}^n) \quad (3.33)$$

3.5. Fluxograma de cálculo

O Fluxograma da Figura 3.11 busca resumir os passos que foram dados no decorrer do Capítulo III, com o objetivo de facilitar o entendimento do desenvolvimento do modelo matemático.

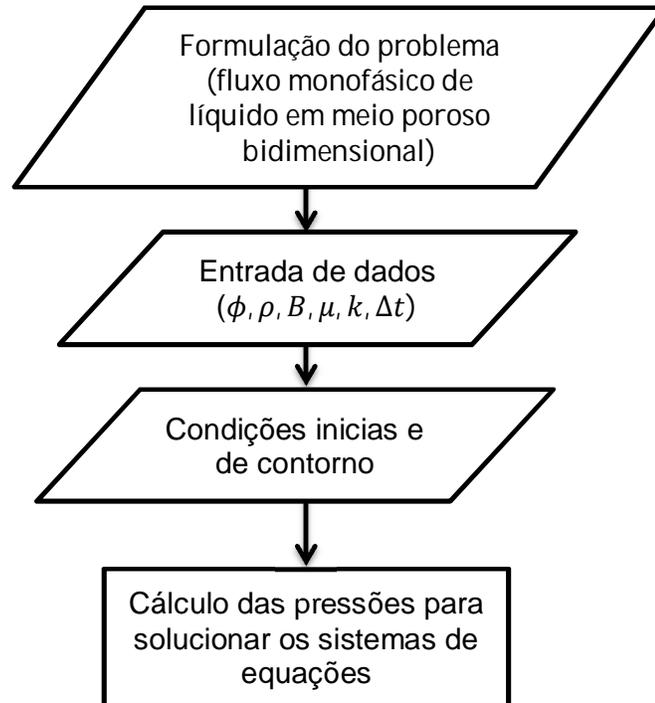


Figura 3.11 - Etapa inicial do fluxograma de para entrada dos dados do problema.

Após a entrada dos dados é necessário que sejam inicializadas as variáveis n (número máximo de iterações), através de iterações que utilizam os números máximos de blocos em x e y .

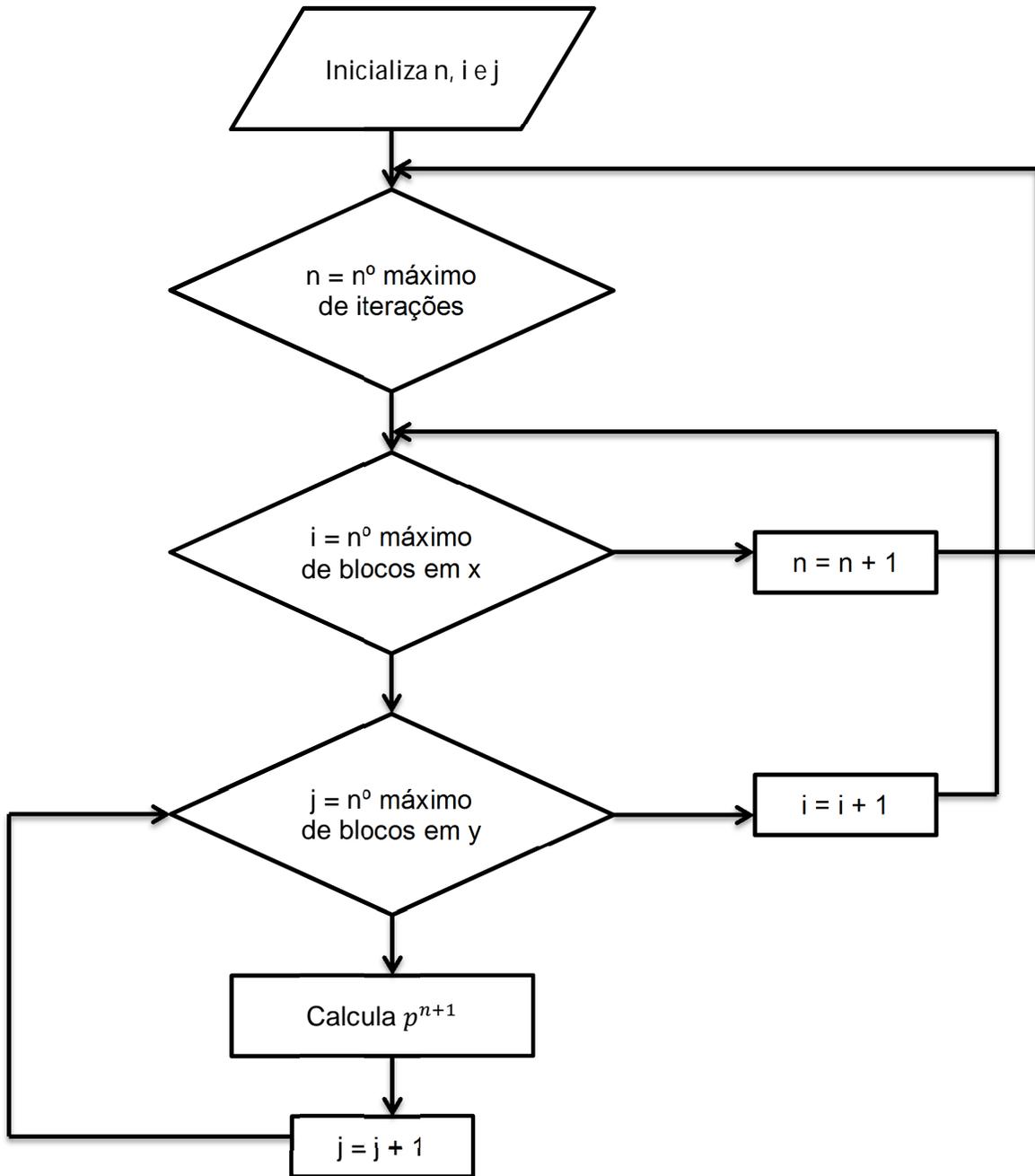


Figura 3.12 - Etapa intermediária do fluxograma para realização das iterações de cálculo.

A etapa final do fluxograma a seguir representa os passos que são dados para o cálculo de p^{n+1} , utilizando-se o Método de Newton.

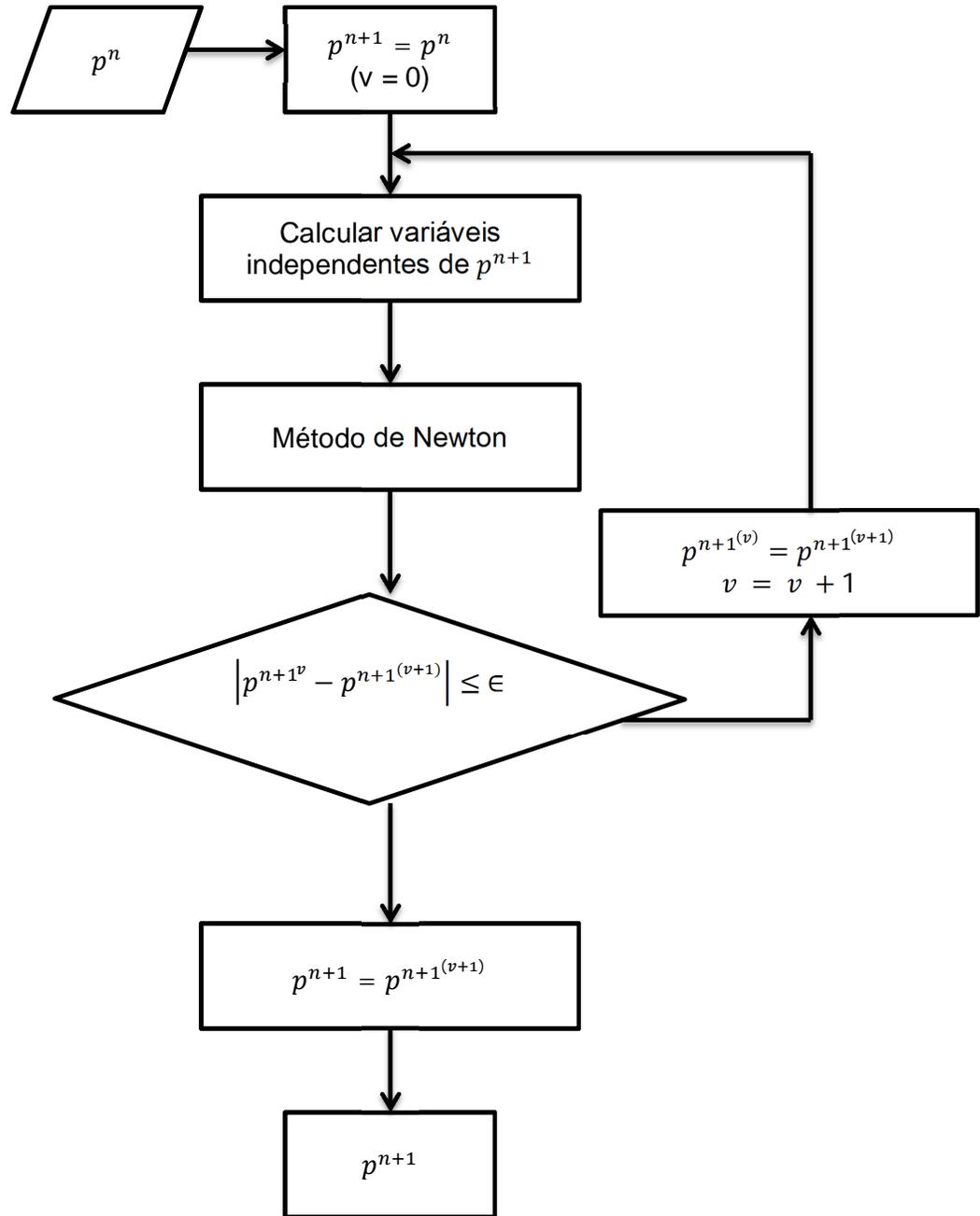


Figura 3.13 - Etapa final do fluxograma de cálculo, culminando na obtenção dos valores das pressões.

Capítulo IV

4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O trabalho realizado, através do estudo das equações para fluxo de fluídos, classificação dos simuladores e, também, da metodologia de cálculo aplicado ao modelo matemático que foi desenvolvido, tem como meta auxiliar e complementar o desenvolvimento de futuros trabalhos acadêmicos que visem se aprofundar no mesmo tópico de estudo.

Recomenda-se a pesquisa de outros tipos de fluxos e fluidos, aperfeiçoamento do fluxograma de cálculo e o desenvolvimento de um simulador numérico para o estudo do escoamento em meios porosos.

Referências Bibliográficas

AZIZ, K., SETTARI, A.. *Petroleum Reservoir Simulation*. Applied Science Publishers LTD, Essex, England 1979.

ERTEKIN, T., ABOU-KASSEM, J. H., KING, G. R.. *Basic Applied Reservoir Simulation*. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers, 2001.

LIBARDI, C. C.. Desenvolvimento de um simulador numérico para o estudo do escoamento de petróleo em meios porosos. Projeto de Graduação em Engenharia de Petróleo, Universidade Federal do Espírito Santo. São Mateus, ES, 2014.

ROSA, A. J., CARVALHO, R. S., XAVIER, J. A. D.. Engenharia de Reservatórios de Petróleo, Ed. Interciência, Rio de Janeiro, 2011.

SOUZA JR, B. G.. Simulador numérico bidimensional para escoamento monofásico em meios porosos. Macaé-RJ. Universidade Estadual do Norte Fluminense, 2013.