



Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de
Computação



Controle Adaptativo por Posicionamento de Polos e Estrutura Variável

Francisco das Chagas da Silva Junior

Orientador: Prof. Dr. Aldayr Dantas de Araújo

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação da UFRN (área de concentração: Automação e Sistemas) como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Número de ordem PPgEEC: D188
Natal, RN, fevereiro de 2017

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN
Sistema de Bibliotecas – SISBI
Catalogação da Publicação na Fonte - Biblioteca Central Zila Mamede

Silva Junior, Francisco das Chagas da.

Controle adaptativo por posicionamento de polos e estrutura variável /
Francisco das Chagas da Silva Junior. - 2017.

124 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro
de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de
Computação. Natal, RN, 2017.

Orientador: Prof. Dr. Aldayr Dantas de Araújo.

1. Controle adaptativo robusto - Tese. 2. Posicionamento de polos -
Tese. 3. Sistemas com estrutura variável - Tese. 4. Plantas intervalares -
Tese. 5. Teorema de Kharitonov - Tese. 6. Sistemas de fase não-mínima -
Tese. I. Araújo, Aldayr Dantas de. II. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 681.326

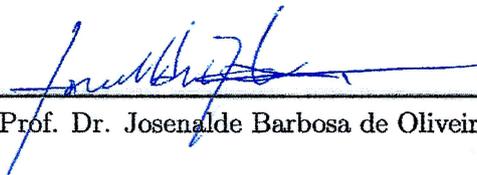
Controle Adaptativo por Posicionamento de Polos e Estrutura Variável

Francisco das Chagas da Silva Junior

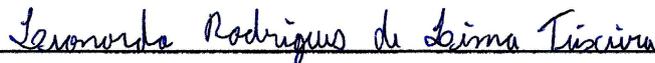
Tese de Doutorado aprovada em 03 de fevereiro de 2017 pela banca examinadora
composta pelos seguintes membros:



Prof. Dr. Adayr Dantas de Araújo (orientador) DEE/UFRN



Prof. Dr. Josenalde Barbosa de Oliveira EAJ/UFRN



Prof. Dr. Leonardo Rodrigues de Lima Teixeira EAJ/UFRN



Prof. Dr. José Álvaro de Paiva IFRN



Prof. Dr. Odailson Cavalcante de Oliveira IFRN

*À minha mãe, Iêda (in
memoriam), minha maior
incentivadora.*

Agradecimentos

A Deus por me manter firme e perseverante na busca por mais esta grande vitória.

Ao meu orientador Aldayr Dantas de Araújo pela confiança, paciência e brilhante orientação. Um grande exemplo de competência e sabedoria para minha carreira docente.

Ao professor Josenalde Oliveira pelas brilhantes contribuições ao longo da construção deste trabalho.

À minha esposa Kalyne pelo amor, compreensão e apoio incondicional ao longo desta jornada.

Ao meu filho João Pedro, minha grande dádiva, por me realizar e me alegrar todos os dias, mesmo nos momentos mais difíceis.

A minha mãe Iêda (in memoriam), pelos ensinamentos e por buscar todas as formas de suporte e conforto para que eu e meu irmão pudéssemos alcançar todos os objetivos durante a vida.

Ao meu pai Chagas, pela luta constante para vencer as dificuldades e garantir o sustento e a dignidade da família.

Ao meu irmão Rodrigo, por ser um grande amigo e companheiro desde sempre.

Aos colegas Odailson Oliveira, Leonardo Teixeira, Fábio Procópio e Bruno Costa, por estarem sempre dispostos a ajudar e compartilhar suas experiências nos momentos que precisei.

Aos professores Allan Martins, Kurios Queiroz e Samaherni Dias pelas dicas, orientações e sugestões ao longo do trabalho.

Ao IFRN pelo incentivo à capacitação.

Aos amigos do LACI, que me ajudaram sempre que precisei, aos professores do PPGEEC, que me transmitiram seus conhecimentos com muita competência, e a todos que contribuíram de alguma forma para a conclusão deste trabalho.

Resumo

Este trabalho aborda o problema de projeto de controladores adaptativos por posicionamento de polos para plantas incertas, monovariáveis, lineares e invariantes no tempo (LTI). A principal motivação deste trabalho é a aplicação dos esquemas propostos a plantas de fase não-mínima, já que a abordagem de controle conhecida como Controle Adaptativo por Modelo de Referência e Estrutura Variável (VS-MRAC), que tem apresentado ao longo dos últimos anos resultados satisfatórios de desempenho e robustez, é restrita a plantas de fase mínima. No primeiro esquema apresentado, denominado Controle Adaptativo por Posicionamento de Polos e Estrutura Variável (VS-APPC), os parâmetros do controlador são calculados a cada instante de tempo a partir das estimativas dos parâmetros da planta, que são geradas por leis chaveadas baseadas na teoria dos Sistemas com Estrutura Variável (VSS), e de um polinômio característico, escolhido com base em especificações de desempenho e que define a posição desejada para os polos de malha fechada. O segundo esquema, denominado Controle Adaptativo Intervalar por Posicionamento de Polos e Estrutura Variável (IVS-APPC), é projetado para plantas intervalares, ou seja, plantas cujos parâmetros são desconhecidos mas limitados a intervalos conhecidos. Neste projeto, os parâmetros do controlador são calculados da mesma forma que no caso do VS-APPC, mas devem estar contidos em intervalos previamente calculados por um algoritmo de otimização que busca solucionar um problema de Programação Não-Linear, de forma a garantir que os polos de malha fechada permaneçam em uma região convexa definida pelas raízes de um polinômio característico intervalar, cuja estabilidade é garantida pelo Teorema de Kharitonov. Resultados de simulação são apresentados para ilustrar as propriedades dos esquemas propostos, como por exemplo transitório rápido, sinal de controle suave sem filtragem e robustez a variações paramétricas.

Palavras-chave: Controle Adaptativo Robusto, Posicionamento de Polos, Sistemas com Estrutura Variável, Plantas Intervalares, Teorema de Kharitonov, Sistemas de Fase Não-Mínima.

Abstract

This work deals with the problem of designing adaptive pole placement controllers for uncertain, monovariable, linear and time-invariant (LTI) plants. The main motivation of this work is the application of the proposed schemes to nonminimum phase plants, since the control approach known as Variable Structure Model Reference Adaptive Control (VS-MRAC), which has presented over the last years satisfactory performance and robustness results, is restricted to minimum phase plants. In the first scheme presented, called Variable Structure Adaptive Pole Placement Control (VS-APPC), the controller parameters are calculated at each instant of time from the plant parameters estimates, which are generated by switching laws based on the Variable Structure Systems (VSS) theory, and a characteristic polynomial, chosen based on performance requirements and which defines the desired closed-loop pole locations. The second scheme, called Interval Variable Structure Adaptive Pole Placement Control (IVS-APPC), is designed for interval plants, i.e., plants whose parameters are unknown but constrained within known intervals. In this design, the controller parameters are calculated in the same way as the VS-APPC case, but must be contained in intervals previously calculated by an optimization algorithm that seeks to solve a Nonlinear Programming problem, so to ensure that the closed-loop poles remain in a convex region defined by the roots of an interval characteristic polynomial whose stability is guaranteed by Kharitonov's Theorem. Simulation results are presented to illustrate the properties of the proposed schemes, such as fast transient, smooth control signal without filtering and robustness to parametric variations.

Keywords: Robust Adaptive Control, Pole Placement, Variable Structure Systems, Interval Plants, Kharitonov's Theorem, Nonminimum Phase Systems.

Sumário

Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	v
Lista de Abreviaturas	vii
Lista de Símbolos	ix
1 Introdução	1
1.1 Apresentação	1
1.2 Justificativa	7
1.3 Contribuições	8
1.4 Notações e Definições	10
1.5 Organização do Texto	10
2 Controle por Posicionamento de Polos	13
2.1 Introdução	13
2.2 Abordagem Tradicional	14
2.2.1 Descrição do Problema	14
2.2.2 Lei de Controle	16
2.3 Abordagem Intervalar	19
2.3.1 Descrição do Problema	19
2.3.2 Lei de Controle	21
2.3.3 Exemplo Numérico	23
3 Sistemas com Estrutura Variável	25
3.1 Introdução	25
3.2 Descrição Geral	26
3.3 Solução de Filippov	28
4 Estimação de Parâmetros	31
4.1 Introdução	31
4.2 Parametrização da Planta	32
4.3 Abordagem ERP-Lyapunov	34

5	VS-APPC	39
5.1	Introdução	39
5.2	Descrição do Problema	39
5.3	Parametrização e Leis Chaveadas	40
5.4	Cálculo dos Parâmetros do Controlador	41
5.5	Lei de Controle	42
5.6	Resultados de Simulações	43
5.6.1	Planta de 2ª Ordem de Fase Não-Mínima Estável	45
5.6.2	Planta de 2ª Ordem de Fase Não-Mínima Instável	49
5.7	Comentários Finais	54
6	IVS-APPC	57
6.1	Introdução	57
6.2	Descrição do Problema	57
6.3	Parametrização e Leis Chaveadas	58
6.4	Determinação do Controlador Intervalar	60
6.5	Cálculo dos Parâmetros do Controlador	63
6.6	Lei de Controle	65
6.7	Resultados de Simulações	66
6.7.1	Planta de 2ª Ordem de Fase Não-Mínima Estável	66
6.7.2	Planta de 2ª Ordem de Fase Não-Mínima Instável	69
6.8	Comentários Finais	75
7	Conclusões e Perspectivas	77
	Referências Bibliográficas	79
A	Conceitos sobre Estabilidade	89
A.1	Definição de Estabilidade	89
A.2	Método Direto de Lyapunov	89
A.2.1	Funções Definidas Positivas e Negativas	90
A.2.2	Translação da Origem do Sistema de Coordenadas	90
A.2.3	Teoremas sobre Estabilidade (Segundo Lyapunov)	90
A.3	Princípio do Modelo Interno	91
B	Funções Reais Positivas	93
B.1	Funções de Transferência Reais Positivas e Estritamente Reais Positivas	93
B.2	Lemas	94
C	VS-APPC para Plantas de 1ª Ordem	95
C.1	Projeto do Controlador	95
C.2	Análise de Estabilidade	96
D	Produção Científica Relacionada	99

Lista de Figuras

2.1	Polos de malha fechada com leis de controle intervalares.	24
3.1	Superfície de deslizamento para um sistema de segunda ordem.	26
3.2	Comportamento do sistema no deslizamento ideal (a) e real (b).	28
3.3	Campo vetorial no modo deslizante (solução de Filippov).	29
5.1	Diagrama de blocos do VS-APPC, utilizando a abordagem polinomial.	43
5.2	APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima estável.	46
5.3	VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima estável.	46
5.4	Comportamento dos polos de malha fechada do APPC (a) e do VS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima estável sem variações paramétricas e perturbações.	47
5.5	APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima estável, sujeita a variações paramétricas e perturbação na saída.	48
5.6	VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima estável, sujeita a variações paramétricas e perturbação na saída.	48
5.7	Comportamento dos polos de malha fechada do APPC (a) e do VS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima estável com variações paramétricas e perturbação na saída.	50
5.8	APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a variações paramétricas.	51
5.9	VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a variações paramétricas.	51
5.10	Comportamento dos polos de malha fechada do APPC (a) e do VS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima instável com variações paramétricas.	52
5.11	APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a variações paramétricas.	53
5.12	VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a variações paramétricas.	53
5.13	Comportamento dos polos de malha fechada do APPC (a) e do VS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima instável com variações paramétricas.	54
5.14	APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a uma perturbação na saída.	55
5.15	VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a uma perturbação na saída.	55
5.16	Comportamento dos polos de malha fechada do APPC (a) e do VS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima instável com uma perturbação na saída.	56

6.1	VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima estável, sujeita a variações paramétricas e uma perturbação na saída.	68
6.2	IVS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima estável, sujeita a variações paramétricas e uma perturbação na saída.	68
6.3	Comportamento dos polos de malha fechada do VS-APPC (a) e do IVS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima estável com variações paramétricas e perturbação na saída.	69
6.4	VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a variações paramétricas.	71
6.5	IVS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a variações paramétricas.	71
6.6	Comportamento dos polos de malha fechada do VS-APPC (a) e do IVS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima instável com variações paramétricas.	72
6.7	VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a perturbações na entrada e na saída.	73
6.8	IVS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a perturbações na entrada e na saída.	73
6.9	Comportamento dos polos de malha fechada do VS-APPC (a) e do IVS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima instável com perturbações na entrada e na saída.	74

Lista de Tabelas

5.1	Comparação de desempenho entre APPC e VS-APPC para uma planta de fase não-mínima estável com variações paramétricas e perturbação na saída.	49
6.1	Comparação de desempenho entre VS-APPC e IVS-APPC para uma planta de fase não-mínima estável com variações paramétricas e perturbação na saída.	70
6.2	Comparação de desempenho entre VS-APPC e IVS-APPC para uma planta de fase não-mínima instável com variações paramétricas.	73
6.3	Comparação de desempenho entre VS-APPC e IVS-APPC para uma planta de fase não-mínima instável sob perturbações na entrada e na saída.	74

Lista de Abreviaturas

APPC - Adaptive Pole Placement Control (Controle Adaptativo por Posicionamento de Polos)

DMARC - Dual Mode Adaptive Robust Control (Controle em Modo Dual Adaptativo Robusto)

ERP - Estritamente Real Positiva

FOPDT - First Order Plus Dead-Time (Primeira Ordem com Atraso de Transporte)

IAE - Integral of Absolute Error (Integral do Valor Absoluto do Erro)

ISE - Integral of Squared Error (Integral do Quadrado do Erro)

ITAE - Integral of Time Multiply Absolute Error (Integral do Tempo Multiplicado pelo Valor Absoluto do Erro)

ITSE - Integral of Time Multiply Squared Error (Integral do Tempo Multiplicado pelo Quadrado do Erro)

IDMARC - Indirect Dual Mode Adaptive Robust Control (Controle em Modo Dual Adaptativo Robusto Indireto)

IVS-APPC - Interval Variable Structure Adaptive Pole Placement Control (Controle Adaptativo Intervalar por Posicionamento de Polos e Estrutura Variável)

IVS-MRAC - Indirect Variable Structure Model Reference Adaptive Control (Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência e Estrutura Variável)

LQC - Linear Quadratic Control (Controle Linear Quadrático)

LTI - Linear Time Invariant (Linear e Invariante no Tempo)

MIMO - Multiple Input Multiple Output (Multivariável)

MRAC - Model Reference Adaptive Control (Controle Adaptativo por Modelo de

Referência)

MRC - Model Reference Control (Controle por Modelo de Referência)

PE - Persistentemente Excitante

PPC - Pole Placement Control (Controle por Posicionamento de Polos)

RP - Real Positiva

SISO - Single Input Single Output (Monovariável)

SMC - Sliding Mode Control (Controle por Modos Deslizantes)

VS-APPC - Variable Structure Adaptive Pole Placement Control (Controle Adaptativo por Posicionamento de Polos e Estrutura Variável)

VSC - Variable Structure Control (Controle por Estrutura Variável)

VS-MRAC - Variable Structure Model Reference Adaptive Control (Controle Adaptativo por Modelo de Referência e Estrutura Variável)

VSS - Variable Structure Systems (Sistemas com Estrutura Variável)

Lista de Símbolos

y - Sinal de saída da planta

u - Sinal de controle

$G(s)$ - Função de transferência da planta

$Z(s)$ - Polinômio do numerador de $G(s)$

$R(s)$ - Polinômio do denominador de $G(s)$

β_i - Coeficiente i de $Z(s)$

α_i - Coeficiente i de $R(s)$

$B(s)$ - Polinômio característico de malha fechada

r - Sinal de referência

$Q_m(s)$ - Modelo interno de r

q - Grau de $Q_m(s)$

e_1 - Erro de rastreamento

n - Grau de $R(s)$ (ordem da planta descrita por $G(s)$)

m - Grau de $Z(s)$

n^* - Grau relativo da planta ($n^* = n - m$)

$P_c(s)$ - Polinômio do numerador da função de transferência do controlador

$L_c(s)$ - Polinômio do denominador da função de transferência do controlador

A_s - Matriz de Sylvester associada a $Z(s)$ e $Q_m(s)R(s)$

x_s - Vetor associado a $L_c(s)$ e $P_c(s)$

b_s - Vetor associado a $B(s)$

γ_i - Elemento i do vetor formado com os coeficientes de $Q_m(s)R(s)$

l_i - Elemento i do vetor formado com os coeficientes de $L_c(s)$

p_i - Elemento i do vetor formado com os coeficientes de $P_c(s)$

b - Vetor formado com os coeficientes de $B(s)$

x - Vetor formado com os coeficientes de $L_c(s)$ e $P_c(s)$

$\Lambda_c(s)$ - Polinômio Hurwitz utilizado na realização alternativa da lei de controle do método polinomial

$[G(s)]$ - Função de transferência da planta intervalar

$[Z(s)]$ - Polinômio intervalar do numerador da função de transferência da planta intervalar

$[R(s)]$ - Polinômio intervalar do denominador da função de transferência da planta intervalar

$[\beta_i]$ - Coeficiente intervalar i de $[Z(s)]$

β_i^- - Limitante inferior de $[\beta_i]$

β_i^+ - Limitante superior de $[\beta_i]$

$[\alpha_i]$ - Coeficiente intervalar i de $[R(s)]$

α_i^- - Limitante inferior de $[\alpha_i]$

α_i^+ - Limitante superior de $[\alpha_i]$

$\mathcal{S}([C(s)])$ - Conjunto espectral de um polinômio intervalar $[C(s)]$

A_c - Matriz centro de uma matriz intervalar $[A]$

A_r - Matriz raio de uma matriz intervalar $[A]$

ρ - Função utilizada para checar a não-singularidade robusta de uma matriz intervalar

$[F(s)]$ - Polinômio intervalar do denominador da função de transferência intervalar de malha fechada

b^- - Vetor formado com os limitantes inferiores dos coeficientes de $[B(s)]$

b^+ - Vetor formado com os limitantes superiores dos coeficientes de $[B(s)]$

b_s^- - Vetor associado aos limitantes inferiores de $[B(s)]$ para o cálculo de x_s

b_s^+ - Vetor associado aos limitantes superiores de $[B(s)]$ para o cálculo de x_s

$[A_s]$ - Matriz de Sylvester associada a $Q_m(s)[R(s)]$ e $[Z(s)]$

A_s^- - Matriz limitante inferior de $[A_s]$

A_s^+ - Matriz limitante superior de $[A_s]$

$[\gamma_i]$ - Elemento i do vetor formado com os coeficientes de $Q_m(s)[R(s)]$

s - Superfície de chaveamento

u_{eq} - Sinal de controle equivalente

θ_β^* - Vetor dos coeficientes do numerador da planta ($Z(s)$)

θ_α^* - Vetor dos coeficientes do denominador da planta ($R(s)$)

ψ_u - Vetor dos sinais associados à entrada da planta

ψ_y - Vetor dos sinais associados à saída da planta

θ^* - Vetor dos parâmetros da planta

ψ - Vetor dos sinais associados à entrada e à saída da planta

$\Lambda(s)$ - Polinômio Hurwitz de ordem n utilizado na construção de uma função ERP

λ - Vetor formado com os coeficientes de $\Lambda(s)$

$W(s)$ - Função de transferência formada pelo inverso de $\Lambda(s)$

$L(s)$ - Polinômio Hurwitz escolhido para tornar $W(s)L(s)$ uma função ERP

ϕ_u - Vetor dos sinais associados à entrada da planta filtrados

ϕ_y - Vetor dos sinais associados à saída da planta filtrados

ϕ - Vetor dos sinais associados à entrada e à saída da planta filtrados

\hat{y} - Estimativa do sinal de saída da planta y

$\hat{\theta}_\beta$ - Vetor das estimativas dos coeficientes do numerador da planta

$\hat{\theta}_\alpha$ - Vetor das estimativas dos coeficientes do denominador da planta

$\hat{\theta}$ - Vetor das estimativas dos parâmetros da planta

ϵ_1 - Erro de estimação

$\tilde{\theta}_\beta$ - Vetor diferença entre $\hat{\theta}_\beta$ e θ_β^*

$\tilde{\theta}_\alpha$ - Vetor diferença entre $\hat{\theta}_\alpha$ e θ_α^*

$\tilde{\theta}$ - Vetor diferença entre $\hat{\theta}$ e θ^*

ϵ - Vetor das variáveis de estado da representação de espaço de estado de $W(s)L(s)$
 A_e - Matriz associada à representação de espaço de estado de $W(s)L(s)$
 B_e - Vetor associado à representação de espaço de estado de $W(s)L(s)$
 C_e - Vetor associado à representação de espaço de estado de $W(s)L(s)$
 P_e - Matriz definida positiva utilizada na representação do Lema de Kalman-Yakubovich-Popov
 Q_e - Matriz definida positiva utilizada na representação do Lema de Kalman-Yakubovich-Popov
 Γ - Matriz de ganhos adaptativos
 $\hat{\beta}_i$ - Estimativa do coeficiente β_i
 $\bar{\beta}_i$ - Amplitude do relé utilizado no cálculo de $\hat{\beta}_i$
 $\beta_{i,nom}$ - Valor nominal de β_i
 $\hat{\alpha}_i$ - Estimativa do coeficiente α_i
 $\bar{\alpha}_i$ - Amplitude do relé utilizado no cálculo de $\hat{\alpha}_i$
 $\alpha_{i,nom}$ - Valor nominal de α_i
 $\hat{Z}(s)$ - Polinômio estimado do numerador da função de transferência da planta
 $\hat{R}(s)$ - Polinômio estimado do denominador da função de transferência da planta
 $\hat{P}_c(s)$ - Polinômio estimado do numerador da função de transferência do controlador
 $\hat{L}_c(s)$ - Polinômio estimado do denominador da função de transferência do controlador
 \hat{A}_s - Matriz de Sylvester associada a $\hat{Z}(s)$ e $Q_m(s)\hat{R}(s)$
 \hat{x}_s - Vetor associado a $\hat{L}_c(s)$ e $\hat{P}_c(s)$
 $\hat{\gamma}_i$ - Elemento i do vetor formado com os coeficientes de $Q_m(s)\hat{R}(s)$
 \hat{x} - Vetor formado com os coeficientes de $\hat{L}_c(s)$ e $\hat{P}_c(s)$
 \hat{l}_i - Elemento i do vetor formado com os coeficientes de $\hat{L}_c(s)$
 \hat{p}_i - Elemento i do vetor formado com os coeficientes de $\hat{P}_c(s)$
 E_u - Consumo de energia

t_{max} - Tempo de simulação
 $\hat{\beta}_i(0)$ - Valor inicial da estimativa do coeficiente β_i
 $\hat{\alpha}_i(0)$ - Valor inicial da estimativa do coeficiente α_i
 t_s - Tempo de estabilização (ou acomodação)
 d - Perturbação aditiva
 $[\theta_\beta^*]$ - Vetor intervalar dos coeficientes de $[Z(s)]$
 $[\theta_\alpha^*]$ - Vetor intervalar dos coeficientes de $[R(s)]$
 $[\theta^*]$ - Vetor dos parâmetros da planta intervalar descrita por $[G(s)]$
 β_i^c - Valor central de $[\beta_i]$
 α_i^c - Valor central de $[\alpha_i]$
 $[x_s]$ - Vetor intervalar que descreve o controlador intervalar
 $S(\xi)$ - Função que representa a matriz de Sylvester associada a uma planta cujos coeficientes formam o vetor ξ
 $\mathcal{V}([\sigma])$ - Conjunto de todos os vértices do vetor intervalar $[\sigma]$
 $[x_{int}]$ - Vetor intervalar temporário na determinação de $[x_s]$
 A_l - Matriz construída com as combinações dos limitantes de $[A_s]$ para a determinação de $[x_s]$
 b_l^- - Vetor construído com os elementos de b_s^- para a determinação de $[x_s]$
 b_l^+ - Vetor construído com os elementos de b_s^+ para a determinação de $[x_s]$
 A_f - Matriz construída a partir da matriz A_l
 b_f - Vetor construído a partir dos vetores b_l^- e b_l^+
 x_{min} - Vetor temporário que determina o limitante inferior de $[x_s]$
 x_{max} - Vetor temporário que determina o limitante superior de $[x_s]$
 f_{min} - Função objetivo para determinar x_{min}
 f_{max} - Função objetivo para determinar x_{max}
 l_b - Vetor limitante inferior da busca por $[x_s]$
 u_b - Vetor limitante superior da busca por $[x_s]$

$[x]$ - Vetor intervalar contendo os limitantes para cada parâmetro do controlador

$[P_c(s)]$ - Polinômio do numerador da função de transferência do controlador intervalar descrito por $[x]$

$[L_c(s)]$ - Polinômio do denominador da função de transferência do controlador intervalar descrito por $[x]$

$[l_i]$ - Elemento i do vetor intervalar formado com os coeficientes de $[L_c(s)]$

$[p_i]$ - Elemento i do vetor intervalar formado com os coeficientes de $[P_c(s)]$

$B_c(s)$ - Polinômio central de $[B(s)]$

b^c - Vetor formado com os coeficientes de $B_c(s)$

b_s^c - Vetor associado a $B_c(s)$ no cálculo de \hat{x}_s

Capítulo 1

Introdução

1.1 Apresentação

Em muitos casos, a planta a ser controlada apresenta complexidade e os processos físicos básicos nela presentes não são completamente entendidos, possuindo muitas vezes parâmetros incertos constantes ou variando lentamente. Por exemplo, robôs manipuladores podem carregar objetos grandes com parâmetros inerciais desconhecidos. Sistemas de potência podem ser submetidos a grandes variações nas condições de carga. Portanto, as técnicas de projeto de controle necessitam da adição de uma técnica de estimação de parâmetros, visando obter progressivamente um melhor entendimento da planta a ser controlada. É assim intuitivo agregar estimação de parâmetros e controle. Frequentemente, os dois passos são feitos separadamente. Se a estimação de parâmetros é recursiva, isto é, o modelo da planta é periodicamente atualizado com base em estimativas anteriores e novos dados, estimação e controle podem ser executados concorrentemente (Sastry & Bodson 1989). O controle de modelos de plantas desconhecidos ou parcialmente conhecidos é objeto de estudo da área de *sistemas de controle adaptativo*.

Falar sobre controladores adaptativos é se referir a controladores que mudam seu comportamento conforme novas circunstâncias. Técnicas de controle adaptativo têm sido cada vez mais usadas em sistemas de controle industriais. Entretanto, apesar do crescimento significativo na literatura da teoria de controle adaptativo robusto nos últimos anos, muitas áreas deste campo ainda precisam ser investigadas. Robustez num algoritmo de controle se refere a se manter um sistema em malha fechada estável mesmo na presença de perturbações externas, variações paramétricas, não-linearidades e dinâmicas não-modeladas. Estabilidade e desempenho são duas características fundamentais no projeto, análise e avaliação de sistemas de controle.

A estabilidade significa que na ausência de excitação externa, todos os sinais do sistema decaem para zero. A estabilidade do sistema em malha fechada é um requisito absoluto já que a sua ausência causa o crescimento ilimitado de sinais, inclusive podendo destruir a planta que se deseja controlar. Isso é o que acontece, por exemplo, quando um avião falha ou um satélite gira fora de controle. Em diversas aplicações a planta em malha aberta é instável e a tarefa do controle por realimentação é estabilizar o sistema. Portanto, é de fundamental importância que os sistemas de controle sejam projetados de modo que a estabilidade seja preservada na pre-

sença de vários tipos de incertezas. Esta propriedade é conhecida como *estabilidade robusta* (Bhattacharyya et al. 1995).

O desempenho de um sistema geralmente refere-se a sua habilidade para seguir rigorosamente sinais de referência e rejeitar perturbações. Um sistema de controle bem projetado deve ser capaz de seguir todos os sinais de referência pertencentes a uma classe de sinais, sem erro excessivo, mesmo com vários tipos de incertezas. Em outras palavras, o desempenho do sistema no pior caso do conjunto de incertezas deve ser aceitável. Essa característica do sistema é referida como *desempenho robusto* (Bhattacharyya et al. 1995).

Modelos lineares invariantes no tempo (*Linear Time Invariant* - LTI) tratados na prática normalmente são aproximações feitas para simplificar o projeto e a análise de sistemas complexos. Na verdade, a maioria dos sistemas reais são não-lineares e um modelo LTI pode ser obtido pela fixação de um ponto de operação e pela linearização das equações relacionadas a esse ponto. Conforme o ponto de operação muda, os parâmetros da correspondente aproximação linear também mudam. Portanto, existe incerteza significativa sobre o verdadeiro modelo da planta, e nesse caso é necessário que o controlador seja projetado para estabilizar o sistema considerando a faixa inteira de variações esperadas nos parâmetros da planta. Além disso, outras perturbações importantes mas menos estruturadas do modelo da planta devem também ser toleradas sem interferir na estabilidade do sistema em malha fechada. Essas perturbações não estruturadas surgem geralmente ao truncar um modelo complexo pela manutenção de alguns dos modos dominantes, que normalmente se encontram na faixa de baixa frequência (Bhattacharyya et al. 1995). Portanto, incerteza desestruturada é geralmente operacional em uma faixa de alta frequência. Como foi dito anteriormente, a tolerância a esses tipos de incerteza é qualitativamente um problema de estabilidade robusta.

O final dos anos 70 e o início dos anos 80 testemunharam o desenvolvimento de um grande número de resultados de estabilidade em controle adaptativo para sistemas LTI, embora ainda sob muitas hipóteses restritivas como, por exemplo, a ausência de erros de modelagem (Landau 1979, Egardt 1979, Morse 1980, Narendra et al. 1980). A motivação inicial destes controladores adaptativos era a necessidade de se trabalhar com incertezas paramétricas. Uma característica comum a vários desses primeiros trabalhos é que os sistemas a serem controlados são supostamente de fase mínima, ou seja, com zeros com parte real negativa. A investigação da necessidade das hipóteses colocadas nos primeiros trabalhos desencadeou novas e interessantes pesquisas no que se refere à robustez de controladores adaptativos, assim como em controladores que fossem universalmente estabilizantes. Posteriormente, foi demonstrado que um controlador adaptativo projetado para a situação ideal poderia apresentar instabilidade na presença de erros de modelagem e perturbações (Rohrs et al. 1982, Ioannou & Kokotovic 1983). Desde então, muito esforço tem sido realizado em direção ao desenvolvimento e à aplicação prática de esquemas de controle adaptativo robustos, ou seja, esquemas de controle adaptativo que possam reter certas propriedades de estabilidade na presença de uma larga classe de erros de modelagem (Ioannou & Kokotovic 1984, Praly 1984, Ioannou &

Tsakalis 1986, Kreisselmeier 1986, Ioannou & Sun 1988, Middleton et al. 1988, Narendra & Annaswamy 1989). Assegurar a estabilidade do sistema é garantir que todos os seus sinais permaneçam limitados, independentemente da presença de incertezas não levadas em consideração no projeto. Neste sentido, os diversos resultados empregam diferentes modificações de robustez e diferentes métodos de análise, com diferenças substanciais. Entretanto, os resultados de Ioannou & Sun (1988) revelaram que a chave para uma análise unificada de esquemas de controle adaptativo robusto recai em primeiro analisar as propriedades da lei adaptativa robusta, independentemente da estrutura do controlador a ser usada, e então combinar lei adaptativa e controlador usando o *princípio de equivalência à certeza* (Egardt 1979), que supõe que se as estimativas dos parâmetros convergem para os valores verdadeiros, o desempenho do controlador adaptativo tende ao obtido no caso em que os parâmetros são conhecidos.

O problema de estabilidade sob largas incertezas paramétricas começou a ser estudado com o advento do Teorema de Kharitonov (Kharitonov 1979), que mostrou que a estabilidade Hurwitz de uma família de polinômios de grau fixo mas arbitrário poderia ser verificada checando-se somente a estabilidade de quatro polinômios vértices prescritos. Essa família pode ser representada por um *polinômio intervalar*, que tem a forma de um polinômio fixo, mas seus coeficientes são na verdade intervalos fechados, ou seja, um polinômio intervalar representa uma família infinita de polinômios cujos coeficientes pertencem a intervalos conhecidos. Uma planta é denominada *planta intervalar* quando um ou mais de seus coeficientes são intervalos fechados. O resultado do Teorema de Kharitonov é extremamente atraente porque a tarefa aparentemente impossível de verificar a estabilidade de um conjunto infinito de polinômios poderia ser agora executada simplesmente usando as condições Routh-Hurwitz para apenas quatro polinômios. Esse teorema fez ressurgir o interesse no estudo de estabilidade robusta mediante incertezas paramétricas reais. Diversos trabalhos foram desenvolvidos nas últimas décadas buscando investigar e aperfeiçoar o que foi comprovado por Kharitonov (Soh et al. 1985, Bartlett et al. 1988, Bieracki et al. 1987, Chapellat & Bhattacharyya 1989, Chapellat et al. 1991, Smagina & Brewer 2002, Franze et al. 2006). Além disso, diversas soluções computacionais e resultados relevantes da teoria de equações intervalares lineares têm dado suporte e permitido a construção de controladores robustos para plantas intervalares sem muita dificuldade (Oettli 1963, Moore 1979, Rohn 1989, Neumaier 1990, Hansen 1992, Jaulin et al. 2001). A *Análise Intervalar* tem se tornado uma ferramenta bastante útil para tratar diversos problemas importantes na área de sistemas de controle, o que se confirma com o crescente número de publicações nos últimos anos (Chen & Wang 2000, Bondia et al. 2004, Khadraoui et al. 2012, Rauh et al. 2014, Banerjee et al. 2015, Krebs et al. 2016).

A identificação de parâmetros na qual a lei de controle se baseia dá origem a duas abordagens para o controle adaptativo. Na primeira, denominada *controle adaptativo direto*, o modelo da planta é parametrizado em função dos parâmetros do controlador, os quais são ajustados diretamente, sem cálculos intermediários envolvendo as estimativas de parâmetros da planta. Na segunda abordagem, denominada

controle adaptativo indireto, os parâmetros da planta são estimados e então utilizados para calcular os parâmetros do controlador.

Embora a melhoria do comportamento transitório de controladores adaptativos tenha evoluído ao longo do tempo, em algumas aplicações os resultados obtidos por sistemas puramente adaptativos podem não ser satisfatórios, devido às oscilações dependentes das condições iniciais, ao sobressinal característico e à lenta convergência, notadamente quando se usa algum tipo de normalização. O projeto de controladores adaptativos que fornecessem um transitório rápido tornou-se, assim, de grande interesse.

Na época dos primeiros trabalhos de controle adaptativo, devido muitos autores apresentarem soluções restritas a sistemas de fase mínima, estratégias de Controle Adaptativo por Posicionamento de Polos (*Adaptive Pole Placement Control - APCC*) foram apresentadas como alternativas para sistemas de fase não-mínima, ou seja, sistemas que apresentam zeros com parte real positiva. Apesar dessas estratégias serem desenvolvidas tradicionalmente utilizando a abordagem indireta, alguns trabalhos foram desenvolvidos inicialmente utilizando a abordagem direta (Aström 1980, Elliott 1982), embora a questão da estabilidade global permanesse aberta. Mas no trabalho de Elliott et al. (1985) foram propostos esquemas de controle adaptativo por posicionamento de polos direto e indireto que tornam um sistema em malha fechada globalmente estável quando o sinal de referência externo consiste de uma soma de senoides, ou seja, um sinal *persistentemente excitante* (PE) (Narendra & Annaswamy 1987, Narendra & Annaswamy 1989, Sastry & Bodson 1989).

Muitos processos industriais são conhecidos por exibir um atraso de transporte em suas funções de transferência. É também conhecido que os efeitos de tais atrasos podem ser frequentemente aproximados pela alocação de um zero da função de transferência no semiplano direito. Isso normalmente resulta em um projeto insatisfatório de controladores lineares para estas plantas, já que um dos ramos do *root locus* se ramifica em direção aos zeros do semiplano direito. Sistemas com pelo menos um zero no semiplano direito são conhecidos como *sistemas de fase não-mínima*. O controle de tais sistemas permanece um importante problema, tanto no que diz respeito a sistemas lineares como não-lineares. É fato conhecido que os zeros da função de transferência podem afetar o regime transitório da resposta ao degrau. Durante as últimas décadas, muitas contribuições teóricas têm sido feitas no sentido de esclarecer a influência dos zeros e das localizações de polos e zeros da planta no regime transitório, assim como buscar estender a aplicabilidade de esquemas de controle adaptativo também para sistemas de fase não-mínima, já que vários destes sistemas apresentam dificuldade para aplicação de estratégias de controle, devido em alguns casos terem resposta inicial inversa para entrada degrau (*undershoot*) e direção oposta ao estado estável (Freudenberg & Looze 1985, Vidyasagar 1986, Kahne 1990, Looze & Freudenberg 1991, El-Khoury et al. 1993, de la Barra 1994, Bernstein 2002, Hoagg & Bernstein 2004, Hoagg & Bernstein 2007). A presença de zeros no semiplano direito em uma função de transferência é portanto identificada como sendo responsável por seu comportamento dinâmico difícil, o que tem como consequência a dificuldade em

se projetar determinados tipos de controladores. Um outro aspecto no que se refere a controlar um processo com zeros no semiplano direito é o problema da instabilidade, que surge na obtenção de alto desempenho quando o controlador contém um modelo inverso ao do processo.

O estudo de estratégias adaptativas por posicionamento de polos não ficou restrito a sistemas monovariáveis (*Single-Input Single-Output* - SISO), alvo dos trabalhos citados anteriormente. Utilizando estas estratégias, no início dos anos 80, foram apresentadas soluções que tratam com o problema multivariável (*Multiple-Input Multiple-Output* - MIMO) (Elliott & Wolovich 1981, Pernebo 1981, Brockett & Byrnes 1981, Wolovich 1985). Nessa mesma linha, posteriormente, no trabalho de Das (1985), foi apresentada a prova de estabilidade global de um controlador adaptativo por posicionamento de polos direto.

Diversos autores têm apresentado soluções para tornar algoritmos adaptativos por posicionamento de polos robustos, para serem aplicados a sistemas SISO LTI. No trabalho de Aström (1988), é apresentado um controlador adaptativo indireto robusto onde as especificações são dadas em termos de polos e zeros desejados, utilizando o método dos mínimos quadrados para a estimação dos parâmetros. O trabalho apresentado por Das et al. (1990) traz uma abordagem que pode ser aplicada a sistemas com larga faixa de incertezas paramétricas. Neste projeto um observador robusto é utilizado para os estados do sistema. Vários trabalhos apresentaram esquemas robustos a perturbações limitadas (Das & Cristi 1990), sendo aplicados inclusive a sistemas de fase não-mínima (Lozano-Leal et al. 1985, Suárez & Lozano 1996). No trabalho apresentado por Giri et al. (1989), é apresentado um esquema também aplicável a sistemas de fase não-mínima que é robusto não só a perturbações limitadas, mas também a dinâmica não-modelada. O trabalho de Kim et al. (1991) propõe um controlador adaptativo direto aplicável a sistemas de fase não-mínima, usando o método direto de Lyapunov, que garante estabilidade global quando uma determinada faixa de valores iniciais para parâmetros auxiliares é atendida. O método direto de Lyapunov é muito usado no projeto de controladores adaptativos diretos para sistemas de fase mínima. No trabalho de Lozano-Leal & Goodwin (1985) é apresentado um controlador globalmente estável, sem a necessidade de um sinal PE. Outros trabalhos trataram de robustez utilizando algoritmos de posicionamento de polos aplicados a sistemas lineares variantes no tempo (Giri et al. 1990, Li & Chen 1996).

Em contraste à maioria dos controladores adaptativos, o Controle por Estrutura Variável (*Variable Structure Control* - VSC) emprega funções de controle não-lineares (Zinober 1993) e pode ser usado para gerar um sinal de controle a partir de um mecanismo de chaveamento paramétrico, não havendo adaptação paramétrica explícita. Ao longo dos anos, a teoria de Sistemas com Estrutura Variável (*Variable Structure Systems* - VSS) (Utkin 1977) tem sido bastante utilizada no tratamento de problemas de sistemas de controle, principalmente na forma conhecida como Controle por Modos Deslizantes (*Sliding Mode Control* - SMC). Neste método, as funções de chaveamento das variáveis de controle devem ser projetadas de modo a restringir a dinâmica do sistema a uma superfície chamada *superfície deslizante*. Os VSS têm como principais características a rapidez do transitório e a robustez a vari-

ações paramétricas e perturbações, dentro de uma faixa de tolerância estipulada no projeto. Em contrapartida, possuem alguns aspectos a considerar, como o alto valor do sinal de controle inicial e o chaveamento do sinal de controle em alta frequência, fenômeno denominado *chattering*. Se a frequência de chaveamento não for suficientemente grande, o desempenho do sistema é degradado por erros não desprezíveis na saída e podem ocorrer perdas indesejáveis de potência em circuitos elétricos ou desgaste em partes mecânicas, como engrenagens. Os VSS tiveram origem no estudo dos controladores a relé e baseiam-se no chaveamento das variáveis de controle dentro de um conjunto de funções das variáveis de estado do sistema de acordo com uma dada regra, o que impõe para este método o conhecimento de todas as variáveis de estado do sistema, o que nem sempre é possível. A medição do estado do sistema nem sempre é viável devido a aspectos técnicos ou econômicos como, por exemplo, a impossibilidade de instalação ou de construção de alguns sensores e o custo de sistemas de comunicação entre os mesmos e o controlador. Mesmo que todo o estado fosse disponível, as medidas seriam tipicamente corrompidas por ruído. O efeito de *chattering* pode ser reduzido através da introdução de uma região linear na função de chaveamento (função relé) (Araújo 1993, Hsu et al. 1994) e/ou usando um filtro de saída no sinal de controle (Hsu 1990, Peixoto et al. 2002).

Algumas estratégias propostas enfocam a possibilidade de combinar VSC e controle adaptativo, para melhorar a robustez e o desempenho dos esquemas de controle resultantes. Integrando-se duas ou mais técnicas distintas, é possível obter bons resultados, já que se explora o que cada técnica tem de melhor. Seguindo esse conceito, foi proposto o Controlador Adaptativo por Modelo de Referência e Estrutura Variável (*Variable Structure Model Reference Adaptive Control - VS-MRAC*) (Hsu & Costa 1989), onde leis chaveadas são utilizadas em substituição às leis adaptativas integrais (Narendra & Valavani 1978) do Controle Adaptativo por Modelo de Referência (*Model Reference Adaptive Control - MRAC*) e somente a entrada e a saída são mensuráveis. O VS-MRAC apresentou resultados interessantes de robustez a variações paramétricas, assim como a perturbações externas e a dinâmica não-modelada, além de um bom desempenho transitório (Hsu & Costa 1992). Em geral, o MRAC possui um transitório lento e oscilatório.

Desde o trabalho de Hsu & Costa (1989), vários desenvolvimentos têm sido realizados e o VS-MRAC já foi aplicado a sistemas lineares e não-lineares SISO (Hsu et al. 1994, Min & Hsu 2000), bem como a sistemas lineares e não-lineares MIMO (Cunha et al. 2003, Hsu et al. 2003). Recentemente, outros trabalhos tiveram como base o VS-MRAC original para propor melhorias ao projeto, mantendo sua robustez e seu desempenho rápido. O Controlador Adaptativo Indireto por Modelo de Referência e Estrutura Variável (*Indirect Variable Structure Model Reference Adaptive Controller - IVS-MRAC*), dentre outras características, tem um projeto com menor complexidade que o caso direto (Oliveira & Araújo 2008). O Controlador em Modo Dual Adaptativo Robusto (*Dual Mode Adaptive Robust Controller - DMARC*) propõe uma transição entre os controladores VS-MRAC e MRAC, de maneira a se conseguir um sistema robusto, com desempenho rápido e pouco oscilatório e um sinal de controle suave em regime permanente (Cunha et al. 2009). Já o Controlador

em Modo Dual Adaptativo Robusto Indireto (*Indirect Dual Mode Adaptive Robust Controller* - IDMARC) é motivado pelas características apresentadas pelo projeto do IVS-MRAC e propõe uma versão indireta do DMARC (Teixeira et al. 2013).

1.2 Justificativa

O objetivo do VS-MRAC e do MRAC, que derivam do Controle por Modelo de Referência (*Model Reference Control* - MRC), é encontrar a lei de controle por realimentação que muda a estrutura e a dinâmica da planta de maneira que suas propriedades de entrada e saída sejam exatamente as mesmas de um *modelo de referência* (Ioannou & Sun 1996). A função de transferência de *matching*, que é a condição matemática necessária para que a planta se comporte como o modelo de referência, é conseguida pelo cancelamento dos zeros da função de transferência da planta $G(s)$ e pela sua substituição pelos zeros da função de transferência do modelo $W_m(s)$, através do uso de um controlador por realimentação. O cancelamento dos zeros da planta coloca a restrição de que a planta seja de fase mínima, ou seja, tenha zeros no semiplano esquerdo. Se algum zero da planta é instável, seu cancelamento pode facilmente levar a sinais ilimitados.

Tanto o MRAC, como o VS-MRAC e os demais projetos baseados na abordagem por modelo de referência são restritos a sistemas de fase mínima. O requerimento do sistema ser de fase mínima nos projetos do MRAC e do VS-MRAC cai em dois aspectos destes projetos. Primeiro, ele permite o uso de metodologias lineares de projeto onde os zeros do processo são cancelados pelos polos de malha fechada. Isto leva ao uso de estruturas diretas ou implícitas de controle adaptativo onde os parâmetros do controlador são diretamente estimados dos dados de entrada e saída. Segundo, o requerimento de fase mínima assegura que a parte própria da função de transferência do processo tem um inverso estável. Isto é usado na prova de estabilidade para estes projetos já que permite a conclusão de que a entrada do processo não cresce mais rapidamente que a saída ou, equivalentemente, de que a entrada não cresce mais rapidamente que o sinal de erro usado para o ajuste dos parâmetros. Muitos pesquisadores acreditaram que a hipótese de que os sistemas fossem de fase mínima era necessária para que existisse uma solução estável em controle adaptativo. A hipótese, entretanto, é muito restritiva já que na prática ela é violada em muitos sistemas. Por exemplo, a aproximação de atrasos no tempo, frequentemente encontrada em processos químicos e outros processos industriais, leva a modelos de sistemas com zeros no semiplano direito. Ou ainda, uma simples Aproximação de Padé de primeira ordem de um atraso no tempo resulta em zeros no semiplano direito para sistemas reais, tais como um modelo de primeira ordem com atraso de transporte (*First Order Plus Dead-Time* - FOPDT). Este fato é ainda mais realçado para largas variações paramétricas, como por exemplo no controle de nível de água ao longo de canais de irrigação, apresentado por Feliu-Batlle et al. (2011). Para este problema, o modelo de segunda ordem com atraso de transporte $\frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)}e^{-\tau s}$ foi considerado, com cada parâmetro contido em um intervalo largo: $0.01 \leq K \leq 0.1$; $500s \leq T_1 \leq 15000s$; $10s \leq T_2 \leq 300s$ e $300s \leq \tau \leq 360s$.

Portanto, motivado pelos resultados satisfatórios obtidos pelo VS-MRAC e suas versões ao longo das últimas décadas, além das características de robustez e desempenho herdadas pela adição de princípios dos VSS, este trabalho apresenta esquemas de controle adaptativo com estrutura variável como alternativas para plantas de fase não-mínima, visando dessa forma identificar características, peculiaridades e dificuldades do projeto para essa classe de sistemas, assim como similaridades com o projeto do VS-MRAC, já que são abordagens que utilizam leis de controle adaptativas com estrutura variável.

Dadas as dificuldades em se controlar sistemas de fase não-mínima, alguns trabalhos têm procurado combinar técnicas já existentes, recentes ou não, com técnicas com estrutura variável, cujas características de robustez já são comprovadas, para tratar com tais sistemas. No trabalho de Bartolini & Ferrara (1992) é apresentada uma abordagem combinando o VSC e o MRC. O esquema de controle resultante resolve um problema de posicionamento de polos na presença de sistemas de fase não-mínima incertos, e é caracterizado por um compensador fixo de primeira ordem simples colocado em paralelo ao sistema que se deseja controlar. No trabalho de Yeung et al. (1993), uma teoria é apresentada unificando o controlador por modos deslizantes e um controlador clássico, onde medições de estado não são requeridas. Nesta abordagem, uma vez que o sistema alcança a superfície de deslizamento, a função de transferência do controlador clássico é concretizada. No trabalho de Antic & Dimitrijevic (1998), um controlador por estrutura variável é projetado usando lógica *fuzzy*, com o objetivo principal de ser aplicado a sistemas de fase não-mínima. Nesta abordagem, o controlador *fuzzy* é projetado baseado em regras linguísticas que são formuladas matematicamente.

O problema de controle de sistemas de fase não-mínima não é restrito apenas a sistemas contínuos no tempo. A discretização de sistemas contínuos no tempo frequentemente produz zeros no semiplano direito, mesmo que o sistema original tenha zeros no semiplano esquerdo (Åström et al. 1984). Neste campo, várias soluções foram apresentadas no que se refere a perturbações (Lu & Yahagi 1993) e dinâmica não-modelada (Lu et al. 2003), assim como esquemas de controle adaptativo tradicionais (Shafiq et al. 1996) e controle com estrutura variável (Ting et al. 2006, Iskrenovic-Momcilovic et al. 2006).

1.3 Contribuições

Esta tese tem como contribuição principal apresentar o projeto de dois esquemas de controle adaptativo por posicionamento de polos, aplicáveis a plantas incertas, SISO, LTI, de ordem e grau relativo quaisquer, sejam de fase mínima ou não-mínima, buscando agregar as características dos sistemas com estrutura variável para garantir robustez a variações paramétricas e desempenho satisfatório, já que os parâmetros desconhecidos da planta são estimados através de leis chaveadas, oriundas da teoria de relés (Utkin 1977), substituindo as leis adaptativas integrais convencionais do APPC (método do gradiente, mínimos quadrados, etc.), assim como foi feito no VS-MRAC em relação ao projeto do MRAC.

O esquema denominado Controle Adaptativo por Posicionamento de Polos e Estrutura Variável (*Variable Structure Adaptive Pole Placement Control* - VS-APPC) foi apresentado em trabalhos anteriores tanto no caso de sistemas de primeira ordem (Silva Junior et al. 2004a, Silva Junior et al. 2004b, Silva Junior et al. 2011a) como em sistemas de ordem superior (Silva Junior & Araújo 2005, Silva Junior & Araújo 2006a), e obteve sucesso em sua implementação prática (Silva Jr. & Araújo 2005, Silva Junior & Araújo 2006b, Ribeiro et al. 2006, Silva Junior & Araújo 2007). Esta técnica é derivada do APPC e foi motivada pelo sucesso obtido com o VS-MRAC. A ideia do VS-APPC, apresentado nesta tese, é que, além de agregar ao projeto as características presentes em outros controladores com estrutura variável, ele possa ser aplicado a sistemas de fase não-mínima, já que não envolve o cancelamento de zeros e polos. Isso torna o controlador aplicável a uma larga classe de sistemas SISO LTI. Conforme será visto posteriormente, o projeto do VS-APPC é simples e pode ser aplicado da mesma forma a qualquer planta, independentemente do seu grau relativo.

O outro esquema apresentado nesta tese é denominado Controle Adaptativo Intervalar por Posicionamento de Polos e Estrutura Variável (*Interval Variable Structure Adaptive Pole Placement Control* - IVS-APPC) (Silva Junior & Araújo 2016, Silva Junior et al. 2016) e seu projeto é baseado no VS-APPC. Entretanto, é aplicável a plantas intervalares, ou seja, plantas cujos parâmetros são desconhecidos mas limitados a intervalos conhecidos, e tem como objetivo posicionar os polos de malha fechada em uma região definida pelas raízes de um polinômio característico intervalar, cuja estabilidade é garantida pelo Teorema de Kharitonov. Para alcançar esse objetivo, um algoritmo de otimização determina coeficientes intervalares para a lei de controle através da formulação de um problema de Programação Não-Linear. Com os coeficientes da lei de controle limitados às correspondentes faixas encontradas, o posicionamento de polos regional é garantido, mesmo que haja variações paramétricas dentro dos intervalos conhecidos da planta. O projeto do IVS-APPC, incluindo o algoritmo de determinação do controlador intervalar, é mais uma contribuição desta tese.

As leis chaveadas do VS-APPC são derivadas das leis tradicionais de adaptação para os parâmetros da planta do APPC (Ioannou & Sun 1996), e levam a um dimensionamento mais intuitivo para as amplitudes dos relés, uma vez que estão relacionadas aos parâmetros da planta, os quais possuem incertezas mais facilmente conhecidas do que numa abordagem direta, visto que são associados a parâmetros físicos do sistema (parâmetros nominais da planta), como coeficientes de atrito, resistências, capacitâncias, momentos de inércia, etc. A necessidade de limitantes para os parâmetros do controlador no caso direto (uma desvantagem do VS-MRAC) foi suprimida pela abordagem indireta do controlador supracitado. Em sistemas de ordem elevada, o processo de obtenção destes limitantes pode se tornar uma tarefa longa e cansativa, em virtude das complexas e indispensáveis equações de *matching* envolvidas.

1.4 Notações e Definições

- Um intervalo real fechado é representado como $[a] = [a^-, a^+]$, onde a^- é o limitante inferior e a^+ é o limitante superior.
- O centro ou valor nominal de $[a]$ é representado como $a^c = \frac{1}{2}(a^+ + a^-)$ e o raio de $[a]$ é representado como $a^r = \frac{1}{2}(a^+ - a^-)$.
- Para um polinômio $A(s)$ de grau n , $[A(s)]$ representa o polinômio intervalar correspondente de $A(s)$, ou seja, cada coeficiente intervalar $[a_i]$ de $[A(s)]$ contém o coeficiente correspondente a_i de $A(s)$, e, portanto, pode-se dizer que $a_i \in [a_i]$ para $i = 0, 1, \dots, n$, e $A(s) \in [A(s)]$.
- Uma matriz intervalar é definida como $[A] = \{[a_{ij}]\}$, onde $[a_{ij}] = [a_{ij}^-, a_{ij}^+]$, para cada i, j , ou como $[A] = [A^-, A^+] = \{A : A^- \leq A \leq A^+\}$, onde $A^- = \{[a_{ij}^-]\}$ e $A^+ = \{[a_{ij}^+]\}$.
- As matrizes centro e raio de $[A]$ são dadas respectivamente por $A_c = \frac{1}{2}(A^+ + A^-)$ e $A_r = \frac{1}{2}(A^+ - A^-)$, e, conseqüentemente, $[A] = [A_c - A_r, A_c + A_r]$.
- Dado um vetor intervalar $[\sigma] \in \mathbb{R}^n$, $\mathcal{V}([\sigma])$ denota o conjunto de todos os 2^n vértices de $[\sigma]$. Portanto, cada elemento i do vértice $v_j \in \mathcal{V}([\sigma])$ é o limitante inferior ou superior do coeficiente $[\sigma_i]$, para $i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, 2^n$.

1.5 Organização do Texto

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

- O Capítulo 2 apresenta o projeto de duas abordagens para o controle por posicionamento de polos. Na primeira, a lei de controle considera que os parâmetros da planta são conhecidos exatamente. Na segunda, a lei de controle é projetada para uma planta intervalar, ou seja, uma planta cujos coeficientes são incertos, mas pertencem a intervalos fechados conhecidos. Estas duas abordagens são a base para o projeto de um controlador adaptativo por posicionamento de polos, seja utilizando leis adaptativas integrais para estimar os parâmetros desconhecidos da planta, como acontece no caso do APPC, seja utilizando leis chaveadas, como é o caso das estratégias apresentadas nesta tese.
- O Capítulo 3 descreve os sistemas com estrutura variável, apresentando o controle por modos deslizantes convencional.
- O Capítulo 4 apresenta o projeto de leis adaptativas considerado para os esquemas de controle propostos nesta tese. A abordagem apresentada pode ser combinada com diversos tipos de controladores adaptativos. A prova de convergência da saída do modelo estimado da planta para o modelo real da planta quando leis chaveadas são utilizadas também é apresentada.
- O Capítulo 5 apresenta o projeto do VS-APPC, com a descrição de cada etapa do projeto com base nos capítulos anteriores e resultados de simulação comparando o esquema apresentado com o APPC, quando aplicados a plantas de fase não-mínima.

- O Capítulo 6 apresenta o projeto do IVS-APPC, que deriva do projeto do VS-APPC, mas se diferencia pelo objetivo de posicionar os polos de malha fechada em uma região definida pelas raízes de um polinômio característico intervalar. Este objetivo é alcançado graças à determinação prévia de uma lei de controle intervalar por meio de um algoritmo de otimização, que busca solucionar um problema de Programação Não-Linear. Resultados de simulação são apresentados comparando VS-APPC e IVS-APPC, quando aplicados a plantas de fase não-mínima.
- O Capítulo 7 apresenta algumas conclusões, perspectivas deste trabalho e futuras pesquisas.

Capítulo 2

Controle por Posicionamento de Polos

2.1 Introdução

O Controle por Posicionamento de Polos (*Pole Placement Control* - PPC) é uma estratégia de controle bastante tradicional na literatura por apresentar resultados satisfatórios em malha fechada, tanto no transitório como em regime permanente, quando aplicada a plantas LTI. É uma estratégia de controle que muda o posicionamento dos polos da planta e não envolve cancelamentos de zeros e polos, o que permite sua aplicação a plantas de fase mínima e não-mínima. Vários requisitos de desempenho podem ser satisfeitos usando realimentação dinâmica da saída para posicionar adequadamente os polos de malha fechada no plano complexo. Conforme apresentado por Astrom & Wittenmark (1997) e Chen (1999), a solução para o PPC clássico pode ser reduzida sob condições apropriadas à solução de uma *Equação Diofantina*, cuja formulação matricial tem a forma de um sistema linear do tipo $Ax = b$, onde A é a matriz de Sylvester associada com um sistema particular, x é o vetor que agrupa os parâmetros do controlador a ser projetado e b é o vetor dos coeficientes de um polinômio característico, escolhido para definir a posição dos polos de malha fechada. Por outro lado, as características de robustez do PPC dependem do conhecimento preciso do modelo da planta disponível, e, portanto, da escolha dos polos de malha fechada (Horowitz 1963). Para sistemas incertos, a escolha arbitrária dos polos de malha fechada pode resultar em um projeto com desempenho insatisfatório (Soh et al. 1987).

Diversas leis de controle podem ser desenvolvidas para alcançar o objetivo do PPC, como, por exemplo, o método por variáveis de estado, que usa um observador de estado e realimentação por variáveis de estado, e o Controle Linear Quadrático (*Linear Quadratic Control* - LQC), que usa uma técnica de otimização para projetar o sinal de controle, que garante limitação e regulação do sinal de saída da planta ou erro de rastreamento nulo por minimizar uma certa função de custo que reflete o desempenho do sistema em malha fechada (Ioannou & Sun 1996). Neste trabalho é abordado o método polinomial para a lei de controle, que vem sendo utilizado nos trabalhos anteriores que tratam do VS-APPC (Silva Junior & Araújo 2005, Silva Junior & Araújo 2006a, Silva Junior et al. 2013, Silva Junior & Araújo 2016, Silva

Junior et al. 2016) e apresenta projeto mais simples e intuitivo que os projetos supracitados, principalmente no que diz respeito à solução dos parâmetros do controlador em cada instante de tempo, conforme será apresentado nas próximas seções.

O propósito deste capítulo é fazer o desenvolvimento do método polinomial para alcançar o objetivo do PPC, quando os parâmetros são conhecidos com exatidão e quando são desconhecidos mas pertencem a intervalos conhecidos. A forma desta lei de controle assim como o mapeamento entre os parâmetros do controlador e da planta são usados para formar o projeto do APPC e também dos esquemas propostos nesta tese, o VS-APPC e o IVS-APPC, que são utilizados quando os parâmetros da planta são desconhecidos ou parcialmente conhecidos.

2.2 Abordagem Tradicional

2.2.1 Descrição do Problema

Considere inicialmente uma planta SISO e LTI descrita como

$$y = G(s)u, \quad G(s) = \frac{Z(s)}{R(s)} = \frac{\beta_{n-1}s^{n-1} + \dots + \beta_1s + \beta_0}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0} \quad (2.1)$$

onde $G(s)$ é estritamente própria (seu grau relativo, ou excesso de polos, é pelo menos 1) e $R(s)$ é um polinômio mônico (o coeficiente da potência mais alta em s é 1). O objetivo de controle é escolher um sinal de entrada u de forma que os polos de malha fechada sejam iguais às raízes de um polinômio mônico Hurwitz (todas as raízes têm parte real negativa) $B(s)$. O polinômio $B(s)$ é referido como o *polinômio característico* desejado e é escolhido com base nos requisitos de desempenho de malha fechada. Além do posicionamento dos polos de malha fechada, pode-se estender o objetivo do PPC ao incluir o rastreamento, onde y é requerido seguir uma certa classe de sinais de referência r , usando o *princípio do modelo interno* (Francis & Wonham 1975). Portanto, o sinal de referência uniformemente limitado r é assumido satisfazer:

$$Q_m(s)r = 0 \quad (2.2)$$

onde $Q_m(s)$ é um polinômio mônico conhecido de grau q , chamado *modelo interno* de r . Por exemplo, quando $r(t) = \text{constante}$, a transformada de Laplace de $r(t)$ é dada por:

$$\mathcal{L}\{r(t)\} = r(s) = \frac{1}{s}$$

Portanto, $Q_m(s) = s$ satisfaz (2.2) e deve ser utilizado apropriadamente na lei de controle para garantir que o sinal y siga a referência r , ou seja, $e_1(t) = y(t) - r(t) \rightarrow 0$, conforme $t \rightarrow \infty$, onde e_1 é o erro de rastreamento. Da mesma forma, quando $r(t) = t$, $Q_m(s) = s^2$. E quando $r(t) = A \sin(\omega_0 t)$ para quaisquer constantes A e ω_0 , então $Q_m(s) = s^2 + \omega_0^2$.

As propriedades do sistema associado a $G(s)$ dependem bastante das propriedades de $Z(s)$ e $R(s)$. Portanto, para alcançar o objetivo de controle, as seguintes

hipóteses sobre a planta são necessárias, de maneira similar ao projeto do APPC (Ioannou & Sun 1996):

Hipótese 2.1. $R(s)$ é um polinômio mônico cujo grau n é conhecido.

Hipótese 2.2. $Z(s)$ é um polinômio cujo grau $m < n$ é conhecido.

Hipótese 2.3. $Z(s)$ e $R(s)$ são coprimos.

Hipótese 2.4. $Z(s)$ e $Q_m(s)$ são coprimos.

O fato de que $R(s)$ é mônico e tem grau conhecido, descrito na Hipótese 2.1, junto com a Hipótese 2.2, indica que no máximo $2n$ parâmetros são requeridos para especificar unicamente as propriedades de entrada e saída de (2.1). A parametrização da planta considerada neste tese, a ser apresentada no Capítulo 4, é baseada na Hipótese 2.1. Além disso, o conhecimento de n é usado para escolher o grau dos polinômios do controlador e, conseqüentemente, o grau do polinômio característico, conforme será apresentado adiante.

As Hipóteses 2.3 e 2.4 estão relacionadas à coprimicidade de polinômios. Dois polinômios são ditos coprimos (ou relativamente coprimos) se eles não têm fatores comuns além de uma constante (Ioannou & Sun 1996). Esta propriedade é necessária para $Z(s)$ e $R(s)$, para que o cálculo dos parâmetros do controlador em cada instante de tempo t usando a Equação Diofantina tenha solução única, conforme mostram as propriedades a seguir.

Lema 2.1. (*Identidade de Bezout*) Dois polinômios $a(s)$ e $b(s)$ são coprimos se e somente se existem polinômios $c(s)$ e $d(s)$ tais que

$$c(s)a(s) + d(s)b(s) = 1$$

Prova: A prova deste lema pode ser encontrada nos trabalhos de Goodwin & Sin (1984) e Wolovich (1974). \square

Teorema 2.1. Se $a(s)$ e $b(s)$ são coprimos e de grau n_a e n_b , respectivamente, onde $n_a > n_b$, então, para algum polinômio arbitrário $a^*(s)$ de grau $n_{a^*} \geq n_a$, a equação polinomial

$$a(s)l(s) + b(s)p(s) = a^*(s) \tag{2.3}$$

conhecida como Equação Diofantina, tem uma única solução $l(s)$ e $p(s)$ cujos graus n_l e n_p , respectivamente, satisfazem as restrições $n_p < n_a$ e $n_l \leq \max(n_{a^*} - n_a, n_b - 1)$.

Prova: A prova deste teorema pode ser encontrada no trabalho de Ioannou & Sun (1996). \square

Teorema 2.2. (Teorema de Sylvester) Dois polinômios $a(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0$, $b(s) = b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0$ são coprimos se e somente se sua matriz de Sylvester S_e é não singular, onde S_e é definida como a seguinte matriz $2n \times 2n$:

$$S_e \triangleq \begin{bmatrix} a_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & b_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_{n-1} & a_n & 0 & & 0 & 0 & b_{n-1} & b_n & 0 & & 0 & 0 \\ \cdot & a_{n-1} & a_n & \ddots & & \vdots & \cdot & b_{n-1} & b_n & \ddots & & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \vdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ a_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_n & b_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & b_n \\ a_0 & a_1 & \cdot & \cdot & \cdot & a_{n-1} & b_0 & b_1 & \cdot & \cdot & \cdot & b_{n-1} \\ 0 & a_0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & b_0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \vdots & & \ddots & \cdot & \cdot & \cdot & \vdots & 0 & \ddots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \vdots & & & \ddots & a_0 & a_1 & \vdots & & & \ddots & b_0 & b_1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix}$$

Prova: A prova deste Teorema pode ser encontrada no trabalho de Ioannou & Sun (1996). \square

Portanto, o fato de que $Z(s)$ e $R(s)$ são coprimos, descrito na Hipótese 2.3, junto com o Teorema 2.1, torna possível escolher um posicionamento de polos arbitrário no plano complexo s e implicam que a solução dos polinômios do controlador adaptativo em cada instante de tempo t é única, desde que restrições sejam impostas nos graus dos polinômios do controlador.

A Hipótese 2.3 visa garantir que $Z(s)$ e $Q_m(s)R(s)$ sejam coprimos para que a propriedade apresentada no Teorema 2.1 seja satisfeita. Por exemplo, se y é requerido seguir o sinal de referência $r(t) = 2 + \sin(2t)$, então $Q_m(s) = s(s^2 + 4)$ e, portanto, $Z(s)$ não deve ter s ou $s^2 + 4$ como fatores. A ideia por trás do princípio do modelo interno é que ao incluir o fator $1/Q_m(s)$ no controlador $C(s)$, pode-se anular o efeito de r no erro de rastreamento $e_1 = y - r$ (Ioannou & Sun 1996). Este princípio será considerado no projeto de controle apresentado a seguir.

2.2.2 Lei de Controle

Considere a seguinte lei de controle:

$$u = -\frac{P_c(s)}{Q_m(s)L_c(s)}e_1 \quad (2.4)$$

onde $e_1 = y - r$ é o erro de rastreamento; $Q_m(s)$ é o modelo interno de r , que tem grau q e satisfaz 2.2 e a Hipótese 2.4; e $P_c(s)$ e $L_c(s)$ são polinômios (com $L_c(s)$ mônico) de grau $n + q - 1$ e $n - 1$, respectivamente.

Aplicando (2.4) à planta (2.1), a seguinte planta em malha fechada é obtida:

$$y = \frac{P_c(s)Z(s)}{Q_m(s)L_c(s)R(s) + P_c(s)Z(s)}r \quad (2.5)$$

cuja equação característica

$$Q_m(s)L_c(s)R(s) + P_c(s)Z(s) = 0 \quad (2.6)$$

tem ordem $2n + q - 1$. O objetivo agora é escolher $P_c(s)$ e $L_c(s)$, tal que

$$Q_m(s)L_c(s)R(s) + P_c(s)Z(s) = B(s) \quad (2.7)$$

seja satisfeita por um polinômio mônico Hurwitz $B(s)$ de grau $2n + q - 1$, que é representado como

$$B(s) = s^{2n+q-1} + b_{2n+q-2}s^{2n+q-2} + \dots + b_1s + b_0 \quad (2.8)$$

Como $Q_m(s)R(s)$ e $Z(s)$ são coprimos, a solução para que $L_c(s)$ e $P_c(s)$ satisfaçam (2.7) existe e é única. Portanto, conforme o Teorema 2.2, a solução para os coeficientes de $L_c(s)$ e $P_c(s)$ da equação (2.7) pode ser obtida pela resolução da seguinte equação algébrica:

$$A_s x_s = b_s \quad (2.9)$$

onde A_s é a matriz de Sylvester de dimensão $2(n + q) \times 2(n + q)$ associada aos polinômios $Q_m(s)R(s)$ e $Z(s)$; o vetor b_s está associado ao polinômio característico $B(s)$; e o vetor x_s está associado aos polinômios do controlador $P_c(s)$ e $L_c(s)$, ou seja,

$$A_s = \begin{bmatrix} \gamma_{n+q} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \beta_{n+q} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \gamma_{n+q} & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \beta_{n+q} & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma_1 & \vdots & \ddots & 0 & \vdots & \beta_1 & \vdots & \ddots & 0 & \vdots \\ \gamma_0 & \gamma_1 & \ddots & \gamma_{n+q} & 0 & \beta_0 & \beta_1 & \ddots & \beta_{n+q} & 0 \\ 0 & \gamma_0 & \ddots & \vdots & \gamma_{n+q} & 0 & \beta_0 & \ddots & \vdots & \beta_{n+q} \\ \vdots & 0 & \ddots & \gamma_1 & \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \beta_1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \gamma_0 & \gamma_1 & \vdots & \vdots & \ddots & \beta_0 & \beta_1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \gamma_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \beta_0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$b_s = \underbrace{[0, \dots, 0]_q}_{q}, 1, b^\top]^\top \in \mathbb{R}^{2n+2q} \quad (2.11)$$

$$b = [b_{2n+q-2}, b_{2n+q-3}, \dots, b_1, b_0]^\top \in \mathbb{R}^{2n+q-1} \quad (2.12)$$

$$x_s = \underbrace{[0, \dots, 0]_q}_{q}, 1, x^\top]^\top \in \mathbb{R}^{2n+2q} \quad (2.13)$$

$$x = [l_{n-2}, l_{n-3}, \dots, l_0, p_{n+q-1}, p_{n+q-2}, \dots, p_1, p_0]^\top \in \mathbb{R}^{2n+q-1} \quad (2.14)$$

onde os elementos γ_i , para $i = 0, 1, \dots, n+q$, são os coeficientes de $Q_m(s)R(s)$ e l_i e p_i são os coeficientes de

$$P_c(s) = p_{n+q-1}s^{n+q-1} + \dots + p_1s + p_0$$

$$L_c(s) = s^{n-1} + l_{n-2}s^{n-2} + \dots + l_1s + l_0$$

Como $Q_m(s)R(s)$ é um polinômio mônico, tem-se que $\gamma_{n+q} = 1$. Como $Z(s)$ tem grau $m < n$, tem-se que $\beta_{n+q} = \beta_{n+q-1} = \dots = \beta_{m+1} = 0$.

O fato de $Q_m(s)R(s)$ e $Z(s)$ serem coprimos garante que A_s é uma matriz não-singular e, portanto, os coeficientes de $L_c(s)$ e $P_c(s)$ podem ser computados da equação

$$x_s = A_s^{-1}b_s \quad (2.15)$$

Usando (2.7), a planta em malha fechada é descrita por

$$y = \frac{Z(s)P_c(s)}{B(s)}r \quad (2.16)$$

Similarmente, da equação da planta em (2.1) e da lei de controle em (2.4) e (2.7), obtém-se

$$u = \frac{R(s)P_c(s)}{B(s)}r \quad (2.17)$$

Devido r ser um sinal uniformemente limitado e as funções de transferência em (2.16) e (2.17) serem próprias com polos estáveis, tem-se que y e u são uniformemente limitados para qualquer polinômio $P_c(s)$ de grau $n+q-1$. Portanto, o objetivo do posicionamento de polos é alcançado pela lei de controle (2.4), sem qualquer restrição adicional em $P_c(s)$ e $Q_m(s)$ (Ioannou & Sun 1996). Usando (2.16) e (2.7), a equação do erro de rastreamento é obtida como

$$e_1 = \frac{Z(s)P_c(s) - B(s)}{B(s)}r = \frac{Z(s)}{B(s)}(P_c(s) - P_c(s))r - \frac{L_c(s)R(s)}{B(s)}Q_m(s)r \quad (2.18)$$

Como $Q_m(s)r = 0$, o objetivo de erro de rastreamento nulo é alcançado pela lei de controle em (2.4).

Devido $L_c(s)$ não ser necessariamente Hurwitz, a realização de (2.4) com $n+q-1$ integradores pode ter uma função de transferência com polos no semiplano direito. Conforme apresentado por Ioannou & Sun (1996), é possível obter uma nova lei de controle por posicionamento de polos, reescrevendo (2.4) como

$$L_c(s)Q_m(s)u = -P_c(s)e_1$$

Considere um polinômio Hurwitz de grau $n+q-1$ representado como $\Lambda_c(s)$. Adicionando e subtraindo o termo $\Lambda_c(s)u$ do lado esquerdo da equação anterior, obtém-se:

$$\Lambda_c(s)u - \Lambda_c(s)u + L_c(s)Q_m(s)u = -P_c(s)e_1$$

Portanto, uma realização alternativa de (2.4) é escrita como

$$u = \frac{\Lambda_c(s) - L_c(s)Q_m(s)}{\Lambda_c(s)}u - \frac{P_c(s)}{\Lambda_c(s)}e_1 \quad (2.19)$$

2.3 Abordagem Intervalar

2.3.1 Descrição do Problema

Nesta seção, considera-se o caso onde os coeficientes da função de transferência da planta $G(s)$ são desconhecidos, mas pertencem a intervalos fechados conhecidos. A abordagem polinomial para a lei de controle é novamente usada, mas como agora os parâmetros da planta não são conhecidos exatamente, não é possível escolher posições pontuais para os polos de malha fechada. Portanto, o problema de posicionamento de polos é estendido para o problema de *posicionamento de polos regional* (Keel & Bhattacharyya 1999, Lordelo et al. 2006), onde o objetivo de controle passa a ser projetar uma lei de controle que posicione os polos de malha fechada numa região especificada através das raízes de um *polinômio característico intervalar*, cuja estabilidade é garantida pelo Teorema de Kharitonov (Kharitonov 1979), além de y seguir um sinal de referência r .

Considere a planta intervalar $[G(s)]$, tal que $G(s) \in [G(s)]$, representada como:

$$[G(s)] = \frac{[Z(s)]}{[R(s)]} = \frac{[\beta_{n-1}]s^{n-1} + \dots + [\beta_1]s + [\beta_0]}{s^n + [\alpha_{n-1}]s^{n-1} + \dots + [\alpha_1]s + [\alpha_0]} \quad (2.20)$$

Portanto, considera-se que os coeficientes desconhecidos de $G(s)$ têm incertezas limitadas, tais que $\beta_i \in [\beta_i] = [\beta_i^-, \beta_i^+]$ e $\alpha_i \in [\alpha_i] = [\alpha_i^-, \alpha_i^+]$, para $i = 0, 1, \dots, n-1$.

Para alcançar o objetivo de posicionamento de polos intervalar, as seguintes hipóteses são necessárias, de maneira semelhante ao que foi apresentado na abordagem tradicional.

Hipótese 2.5. $[R(s)]$ é um polinômio intervalar mônico cujo grau n é conhecido.

Hipótese 2.6. $[Z(s)]$ é um polinômio intervalar cujo grau $m < n$ é conhecido.

Hipótese 2.7. $[Z(s)]$ e $[R(s)]$ são robustamente coprimos.

Hipótese 2.8. $Q_m(s)$ e $[Z(s)]$ são robustamente coprimos.

Conforme pode ser notado, as Hipóteses 2.5 a 2.8 são semelhantes às Hipóteses 2.1 a 2.4, apresentadas na seção anterior, já que o problema de controle permanece o mesmo: projetar uma lei de controle que posicione os polos de malha fechada em posições definidas por um polinômio característico. A diferença está somente na descrição do problema, já que agora se trata de uma planta intervalar. Portanto, os comentários feitos para as Hipóteses 2.1 a 2.4, na seção anterior, valem para as Hipóteses 2.5 a 2.8, respectivamente.

De acordo com as Hipóteses 2.5 a 2.8, a seguir são apresentadas algumas propriedades importantes sobre não-singularidade robusta de matrizes intervalares e coprimicidade robusta de polinômios intervalares.

Definição 2.1. (Lordelo et al. 2006) O conjunto espectral de $[C(s)]$, denotado como $\mathcal{S}([C(s)])$, é definido como o conjunto de todas as raízes de $[C(s)]$, quando os coeficientes de $[C(s)]$ assumem valores em $[c] = [c^-, c^+]$.

Teorema 2.3. (Teorema das Arestas) O conjunto espectral $\mathcal{S}([C(s)])$ de um polinômio intervalar $[C(s)]$ é limitado pelas raízes de suas arestas $C^-(s)$ e $C^+(s)$.

Prova: A prova deste teorema pode ser encontrada no trabalho de Bhattacharyya et al. (1995). \square

Lema 2.2. (Lordelo et al. 2006) Dois polinômios intervalares $[C(s)]$ e $[D(s)]$ são robustamente coprimos se $\mathcal{S}([C(s)]) \cap \mathcal{S}([D(s)]) = \emptyset$.

Um procedimento visual de tentativa e erro baseado no Teorema das Arestas para determinar a coprimicidade robusta de polinômios intervalares é sugerida em (Bhattacharyya et al. 1995). Uma simples condição suficiente para coprimicidade robusta baseada em resultados de Análise Intervalar é apresentada a seguir.

Lema 2.3. (Lordelo et al. 2006) Dois polinômios $[C(s)]$ e $[D(s)]$ são robustamente coprimos se sua matriz de Sylvester resultante $[A]$ associada é robustamente não-singular.

Prova: Suponha que $[A]$ é robustamente não-singular. Então, todas as resultantes de Sylvester em $[A^-, A^+]$ são não-singulares, implicando que $[C(s)]$ e $[D(s)]$ são robustamente coprimos. \square

Lema 2.4. (Lordelo et al. 2006) Uma matriz quadrada intervalar $[A]$ é dita ser robustamente não-singular (ou regular) se todas as matrizes $A \in [A]$ são não-singulares.

Uma condição suficiente para checar a não-singularidade robusta de uma matriz intervalar $[A]$, com matriz centro A_c e matriz raio A_r , descrita em (Beeck 1975), é dada por

$$\rho(|A_c^{-1}|A_r) < 1 \quad (2.21)$$

onde $\rho(A) := \max\{|\lambda| : \det(\lambda I - A) = 0\}$.

Determinar a não-singularidade robusta de uma matriz intervalar $[A] \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ é um problema que tem sido tratado na literatura (Blondel & Tsitsiklis 2000). Infelizmente, todas as condições suficientes e necessárias conhecidas para não-singularidade robusta apresentam comportamento exponencial, ou seja, é necessário resolver no mínimo 2^{2n} problemas de algum tipo. Algumas considerações e algoritmos sobre condições necessárias e suficientes que tratam da solução do problema de determinar se uma matriz intervalar é robustamente não-singular ou se dois polinômios são robustamente coprimos são apresentadas por Lordelo et al. (2006).

2.3.2 Lei de Controle

Considere agora a mesma lei de controle da seção anterior, ou seja,

$$u = -\frac{P_c(s)}{Q_m(s)L_c(s)}e_1 \quad (2.22)$$

onde $e_1 = y - r$ é o erro de rastreamento; $Q_m(s)$ é o modelo interno de r , que tem grau q e satisfaz a Hipótese 2.8; e $P_c(s)$ e $L_c(s)$ são polinômios de grau $n + q - 1$ e $n - 1$, respectivamente.

Aplicando (2.22) à planta intervalar em (2.20), obtém-se a equação da planta em malha fechada:

$$y = \frac{P_c(s)[Z(s)]}{Q_m(s)L_c(s)[R(s)] + P_c(s)[Z(s)]}r \quad (2.23)$$

O objetivo agora é escolher $P_c(s)$ e $L_c(s)$ na equação característica

$$Q_m(s)L_c(s)[R(s)] + P_c(s)[Z(s)] = [F(s)] \quad (2.24)$$

tais que as raízes do polinômio característico do sistema em malha fechada $[F(s)]$ estejam contidas na região especificada pelas raízes de um dado polinômio característico intervalar mônico Hurwitz $[B(s)]$ de grau $2n + q - 1$, ou seja, $\mathcal{S}([F(s)]) \subseteq \mathcal{S}([B(s)])$. Obviamente o tamanho do intervalo de cada coeficiente de $[B(s)]$ tem que ser ajustado para garantir que o desempenho do sistema permaneça satisfatório (Keel & Bhattacharyya 1999). Os coeficientes intervalares de $[B(s)]$ são agrupados no vetor intervalar $[b] = [b^{-\top}, b^{+\top}]^\top$, onde

$$b^- = [b_{2n+q-2}^-, \dots, b_1^-, b_0^-]^\top, \quad b^+ = [b_{2n+q-2}^+, \dots, b_1^+, b_0^+]^\top \quad (2.25)$$

Dada uma planta, o próximo passo é definir um polinômio característico intervalar $[B(s)]$ que deve ser escolhido de maneira que todas as suas raízes tenham parte real negativa. Essa garantia pode ser obtida pelo Teorema de Kharitonov (Kharitonov 1979), que tem sido uma das abordagens mais populares para investigar a estabilidade de sistemas intervalares e é apresentado a seguir.

Teorema 2.4. *(Teorema de Kharitonov) Um polinômio intervalar representado como*

$$[\Delta(s)] = s^n + [\delta_{n-1}]s^{n-1} + \dots + [\delta_1]s + [\delta_0]$$

onde $[\delta_i] = [\delta_i^-, \delta_i^+]$, para $i = 0, 1, \dots, n - 1$, é Hurwitz se e somente se os seguintes quatro polinômios extremos são Hurwitz:

$$\Delta_1(s) = s^n + \dots + \delta_4^- s^4 + \delta_3^+ s^3 + \delta_2^+ s^2 + \delta_1^- s + \delta_0^-$$

$$\Delta_2(s) = s^n + \dots + \delta_4^- s^4 + \delta_3^- s^3 + \delta_2^+ s^2 + \delta_1^+ s + \delta_0^-$$

$$\Delta_3(s) = s^n + \dots + \delta_4^+ s^4 + \delta_3^+ s^3 + \delta_2^- s^2 + \delta_1^- s + \delta_0^+$$

$$\Delta_4(s) = s^n + \dots + \delta_4^+ s^4 + \delta_3^- s^3 + \delta_2^- s^2 + \delta_1^+ s + \delta_0^+$$

Prova: A prova deste teorema pode ser encontrada nos trabalhos de Kharitonov (1979) ou Bhattacharyya et al. (1995). \square

Os coeficientes de $L_c(s)$ e $P_c(s)$ na equação (2.24) podem ser encontrados pela seguinte inequação:

$$b_s^- \leq [A_s]x_s \leq b_s^+ \quad (2.26)$$

onde $[A_s] = [A_s^-, A_s^+]$ é a matriz de Sylvester intervalar de dimensão $2(n+q) \times 2(n+q)$ associada aos polinômios $Q_m(s)[R(s)]$ e $[Z(s)]$, cujas matrizes limitantes inferior e superior A_s^- e A_s^+ são obtidas quando os coeficientes de $[A_s]$ são substituídos pelos seus valores inferiores e superiores, respectivamente; os vetores b_s^- e b_s^+ são associados ao polinômio característico intervalar $[B(s)]$; e o vetor x_s é associado aos polinômios do controlador $P_c(s)$ e $L_c(s)$, ou seja,

$$[A_s] = \begin{bmatrix} [\gamma_{n+q}] & 0 & \cdots & 0 & 0 & [\beta_{n+q}] & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & [\gamma_{n+q}] & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & [\beta_{n+q}] & \ddots & \vdots & \vdots \\ [\gamma_1] & \vdots & \ddots & 0 & \vdots & [\beta_1] & \vdots & \ddots & 0 & \vdots \\ [\gamma_0] & [\gamma_1] & \ddots & [\gamma_{n+q}] & 0 & [\beta_0] & [\beta_1] & \ddots & [\beta_{n+q}] & 0 \\ 0 & [\gamma_0] & \ddots & \vdots & [\gamma_{n+q}] & 0 & [\beta_0] & \ddots & \vdots & [\beta_{n+q}] \\ \vdots & 0 & \ddots & [\gamma_1] & \vdots & \vdots & 0 & \ddots & [\beta_1] & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & [\gamma_0] & [\gamma_1] & \vdots & \vdots & \ddots & [\beta_0] & [\beta_1] \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & [\gamma_0] & 0 & 0 & \cdots & 0 & [\beta_0] \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$b_s^- = \underbrace{[0, \dots, 0]_q}_q, 1, b_s^{-\top}]^\top = \underbrace{[0, \dots, 0]_q}_q, 1, b_{2n+q-2}^-, b_{2n+q-3}^-, \dots, b_1^-, b_0^-]^\top \in \mathbb{R}^{2n+2q} \quad (2.28)$$

$$b_s^+ = \underbrace{[0, \dots, 0]_q}_q, 1, b_s^{+\top}]^\top = \underbrace{[0, \dots, 0]_q}_q, 1, b_{2n+q-2}^+, b_{2n+q-3}^+, \dots, b_1^+, b_0^+]^\top \in \mathbb{R}^{2n+2q} \quad (2.29)$$

$$x_s = \underbrace{[0, \dots, 0]_q}_q, 1, x_s^\top]^\top \in \mathbb{R}^{2n+2q} \quad (2.30)$$

$$x = [l_{n-2}, l_{n-3}, \dots, l_0, p_{n+q-1}, p_{n+q-2}, \dots, p_1, p_0]^\top \in \mathbb{R}^{2n+q-1} \quad (2.31)$$

onde os elementos $[\gamma_i] = [\gamma_i^-, \gamma_i^+]$, para $i = 0, 1, \dots, n+q$, são os coeficientes de $Q_m(s)[R(s)]$ e l_i e p_i são os coeficientes de

$$P_c(s) = p_{n+q-1}s^{n+q-1} + \dots + p_1s + p_0$$

$$L_c(s) = s^{n-1} + l_{n-2}s^{n-2} + \dots + l_1s + l_0$$

Como $Q_m(s)[R(s)]$ é um polinômio intervalar mônico, tem-se que $[\gamma_{n+q}] = 1$. Como $[Z(s)]$ tem grau $m < n$, tem-se que $[\beta_{n+q}] = [\beta_{n+q-1}] = \dots = [\beta_{m+1}] = 0$.

Com esta abordagem, conclui-se que qualquer vetor x_s que atende à condição

em (2.26) pode ser escolhido, já que garante o posicionamento de polos na região delimitada pelas raízes de $[B(s)]$.

2.3.3 Exemplo Numérico

Para exemplificar o controle por posicionamento de polos intervalar, considere a seguinte planta estável de fase não-mínima:

$$G(s) = \frac{2s - 10}{s^2 + 8s + 16} \quad (2.32)$$

cujos coeficientes são assumidos desconhecidos mas contidos em intervalos conhecidos, que formam a seguinte planta intervalar:

$$[G(s)] = \frac{[Z(s)]}{[R(s)]} = \frac{[\beta_1]s + [\beta_0]}{s^2 + [\alpha_1]s + [\alpha_0]} = \frac{[1.6, 2.8]s + [-10.3, -9.1]}{s^2 + [7.7, 8.8]s + [15.5, 16.9]} \quad (2.33)$$

Considera-se neste exemplo que o sinal de referência r é constante e, portanto, $Q_m(s) = s$. Considerando $[A] = [A_c - A_r, A_c + A_r]$ como sendo a matriz de Sylvester intervalar de $[Z(s)]$ e $[R(s)]$, conforme (2.21), tem-se como resultado $\rho(|A_c^{-1}|A_r) = 0.1015$, o que garante a não-singularidade de $[A]$ e, portanto, garante que $Q_m(s)[R(s)]$ e $[Z(s)]$ são polinômios intervalares robustamente coprimos.

Além do rastreamento, o objetivo de controle é posicionar os polos de malha fechada na região especificada pelas raízes do seguinte polinômio intervalar:

$$[B(s)] = s^4 + [18, 24]s^3 + [122, 216]s^2 + [365, 864]s + [412, 1296] \quad (2.34)$$

cujos polinômios extremos definidos pelo Teorema de Kharitonov são:

$$B_1(s) = s^4 + 24s^3 + 216s^2 + 365s + 412$$

$$B_2(s) = s^4 + 18s^3 + 216s^2 + 864s + 412$$

$$B_3(s) = s^4 + 24s^3 + 122s^2 + 365s + 1296$$

$$B_4(s) = s^4 + 18s^3 + 122s^2 + 864s + 1296$$

Portanto, utilizando por exemplo o critério de Routh-Hurwitz (Ogata 2011), os quatro polinômios do Teorema de Kharitonov são estáveis e, conseqüentemente, $[B(s)]$ é um polinômio intervalar estável.

Considerando $[A_s]$ como a matriz de Sylvester de $Q_m(s)[Z(s)]$ e $[R(s)]$, conforme (2.27), e b_s^- e b_s^+ como os vetores dos coeficientes de $[B(s)]$, conforme (2.28) e (2.29), respectivamente, é possível encontrar infinitas possibilidades para que o vetor de parâmetros do controlador x_s , definido conforme (2.30), atenda à inequação (2.26) e, portanto, garanta o posicionamento de polos na região definida pelas raízes de

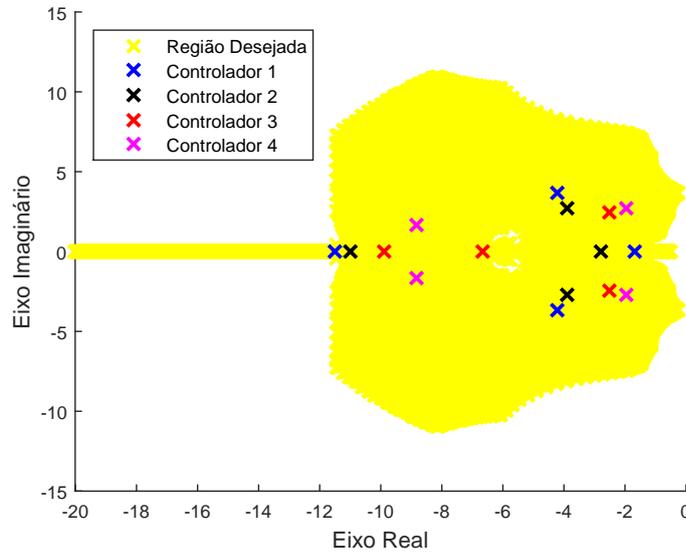


Figura 2.1: Polos de malha fechada com leis de controle intervalares.

$[B(s)]$. As seguintes leis de controle, por exemplo, atendem à inequação (2.26):

$$C_1(s) = -\frac{4.055s^2 + 34.5s + 60}{s(s + 21.68)}e_1 \quad C_2(s) = -\frac{4.055s^2 + 34.6s + 70}{s(s + 21.68)}e_1$$

$$C_3(s) = -\frac{4.06s^2 + 34.5s + 80}{s(s + 21.68)}e_1 \quad C_4(s) = -\frac{4.06s^2 + 34.6s + 90}{s(s + 21.68)}e_1$$

A Figura 2.1 apresenta o comportamento dos polos do sistema em malha fechada para cada uma das quatro leis de controle mencionadas, aplicada à planta (2.32). A área amarela apresenta a região desejada para o posicionamento dos polos de malha fechada, definida pelo polinômio $[B(s)]$, conforme (2.34). Como pode ser observado, as quatro leis de controle, que atendem à inequação (2.26), alcançam o objetivo de posicionar os polos na região desejada.

Capítulo 3

Sistemas com Estrutura Variável

3.1 Introdução

Durante as últimas décadas, a teoria de sistemas com estrutura variável (VSS) tem sido bastante aplicada em problemas de sistemas de controle, principalmente na forma conhecida como controle por modos deslizantes (SMC) (Utkin 1977, Utkin 1978). O método tem esse nome porque as funções de chaveamento das variáveis de controle são projetadas de modo a restringir a dinâmica do sistema a uma superfície no espaço de estado chamada *superfície deslizante*.

As principais vantagens dos sistemas com estrutura variável são a rapidez do transitório e a robustez a variações paramétricas e perturbações, dentro de uma faixa de tolerância estipulada no projeto. Por outro lado, essa estratégia possui alguns aspectos a considerar, como o alto valor do sinal de controle inicial e o chaveamento do sinal de controle em alta frequência, fenômeno denominado *chattering*, que pode ser indesejável em algumas aplicações. Existem diversas formas de suavizar o sinal de controle. Dentre elas estão o uso de regiões lineares nas leis chaveadas (Araújo 1993, Hsu et al. 1994), a introdução de filtros de saída no sinal de controle (Hsu 1990, Peixoto et al. 2002), e as estratégias denominadas DMARC (Cunha et al. 2006, Cunha et al. 2007) e IDMARC (Teixeira et al. 2013), que combinam um controlador adaptativo convencional (sinal suave) com um controlador com estrutura variável (robustez e desempenho).

A teoria dos sistemas com estrutura variável teve origem no estudo dos controladores a relé e baseia-se no chaveamento das variáveis de controle dentro de um conjunto de funções das variáveis de estado da planta de acordo com uma dada regra, o que impõe para este método o conhecimento de todas as variáveis de estado do sistema para a lei de controle. Na prática, nem todas as variáveis de estado estão fisicamente disponíveis para realimentação. Neste caso, um controlador por modos deslizantes com realimentação de estado não pode ser implementado, a menos que um observador seja usado para estimar as variáveis de estado não-mensuráveis (Diong & Medanic 1990, Choi et al. 1990, Ha et al. 1996), ou os métodos de projeto devem ser modificados de tal forma que somente um subconjunto das variáveis de estado seja requerido para implementar a lei de controle.

Esta estratégia de controle tem sido usada com sucesso em manipuladores robóticos, veículos submarinos, motores elétricos de alta performance e sistemas de

potência (Slotine & Li 1991).

Este capítulo tem por objetivo apresentar o desenvolvimento matemático do VSC para um sistema de segunda ordem, que serve como base para o desenvolvimento de controladores adaptativos com leis chaveadas.

3.2 Descrição Geral

Como exemplo de sistemas com estrutura variável e controle por modos deslizantes, considere o sistema de segunda ordem,

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1x_1 + a_2x_2 + u \end{cases} \quad (3.1)$$

em que a_1 e a_2 são parâmetros conhecidos, porém com incertezas. Pode-se definir uma superfície de chaveamento s como

$$s = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid s(x) = cx_1 + x_2 = 0, c > 0\} \quad (3.2)$$

onde se deseja que as variáveis de estado x_1 e x_2 (dinâmica do sistema) permaneçam confinadas, ou seja, sobre a qual o sistema deve deslizar, $\forall t > 0$. Se a condição $s\dot{s} < 0$ é satisfeita em uma vizinhança de $s(x) = 0$, os campos vetoriais representados por $f^+(x)$ e $f^-(x)$ apontam para s nesta vizinhança (Utkin 1977, Utkin 1978), conforme mostra a Figura 3.1). Portanto, se uma trajetória alcança $s(x)$, ela é forçada a deslizar sobre esta superfície, definindo assim, um modo deslizante ou *sliding mode*.

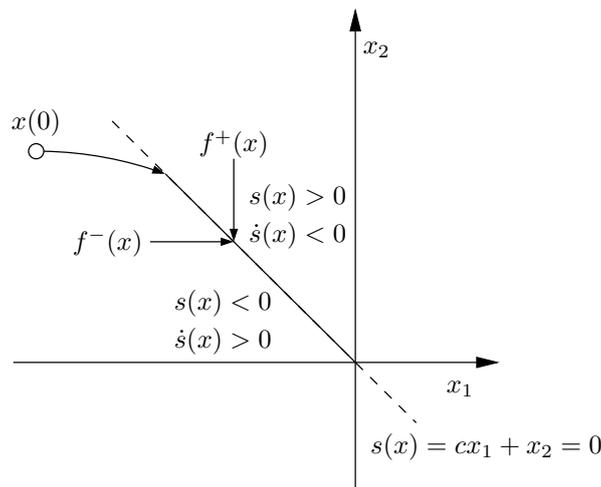


Figura 3.1: Superfície de deslizamento para um sistema de segunda ordem.

A expressão de $s\dot{s}$, com o uso de (3.1) e (3.2), fica

$$s\dot{s} = s(c\dot{x}_1 + \dot{x}_2) = s(cx_2 + a_1x_1 + a_2x_2 + u) \quad (3.3)$$

Considerando o sinal de controle da forma

$$u(x) = \begin{cases} u^+(x), & \text{se } s(x) > 0 \\ u^-(x), & \text{se } s(x) < 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

tendo como expressão

$$u = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 \quad (3.5)$$

obtém-se

$$s\dot{s} = s[a_1 x_1 + (a_2 + c)x_2 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2] \quad (3.6)$$

Considere agora as seguintes leis chaveadas para os parâmetros do controlador (θ_1 e θ_2):

$$\begin{aligned} \theta_1 &= -\bar{\theta}_1 \operatorname{sgn}(s x_1) \\ \theta_2 &= -\bar{\theta}_2 \operatorname{sgn}(s x_2) \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde

$$\operatorname{sgn}(s x_i) = \begin{cases} 1, & \text{se } s x_i > 0 \\ -1, & \text{se } s x_i < 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

Substituindo (3.7) em (3.6), tem-se

$$\begin{aligned} s\dot{s} &= s[a_1 x_1 + (a_2 + c)x_2 - \bar{\theta}_1 \operatorname{sgn}(s x_1)x_1 - \bar{\theta}_2 \operatorname{sgn}(s x_2)x_2] \\ &= a_1 s x_1 - \bar{\theta}_1 |s x_1| + (a_2 + c)s x_2 - \bar{\theta}_2 |s x_2| \end{aligned} \quad (3.9)$$

Se as restrições $\bar{\theta}_1 > |a_1|$ e $\bar{\theta}_2 > |a_2 + c|$ são impostas, a condição de deslizamento $s\dot{s} < 0$ é satisfeita de acordo com (3.9).

É importante ressaltar que os valores dos parâmetros $\bar{\theta}_1$ e $\bar{\theta}_2$ determinam a rapidez com que a trajetória atinge a superfície de deslizamento. Quanto maior a magnitude destes parâmetros, mais rápido será o transitório do sistema, porém resultando num esforço de controle maior (Queiroz 2011).

Uma vez que a trajetória se encontra em s , o *controle equivalente* pode ser definido, originalmente, como o controle contínuo que deve ser aplicado para manter a trajetória sobre esta superfície, e que, conseqüentemente, satisfaz a condição $\dot{s} = 0$ (Utkin 1978). Para o exemplo em questão,

$$\dot{s} = c\dot{x}_1 + \dot{x}_2 = c x_2 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + u = 0 \quad (3.10)$$

e dessa forma,

$$u_{eq} = -a_1 x_1 - (a_2 + c)x_2 \quad (3.11)$$

A obtenção de u_{eq} pode ser realizada através da filtragem de u por um filtro passa-baixa com frequência de corte suficientemente elevada. Ou seja, o controle equivalente pode ser interpretado fisicamente como o valor médio do sinal de controle u obtido através do filtro, na ausência de dinâmica não-modelada da planta e de incertezas no chaveamento real (Utkin 1978).

Os parâmetros do sistema a_1 e a_2 são conhecidos com incertezas, mas também podem ser variantes no tempo. Em ambos os casos, a condição de deslizamento pode ser satisfeita, desde que os parâmetros do vetor $\bar{\theta}$ sejam devidamente dimensionados,

ou seja,

$$\begin{aligned}\bar{\theta}_1 &> \sup_{t>0} |a_1(t)| \\ \bar{\theta}_2 &> \sup_{t>0} |a_2(t) + c|\end{aligned}\quad (3.12)$$

A implementação da lei de controle (3.5) pode ter sua implementação prática dificultada, devido à necessidade de medição de todas as variáveis de estado do sistema. Isto nem sempre é possível, em virtude de restrições de ordem física (fragilidade dos sensores) e/ou econômicas (alto custo). Uma alternativa interessante para estes casos é o uso de observadores de estado, que permite uma redução no número de sensores necessários e, conseqüentemente, no custo total do projeto de controle.

Um outro problema importante se refere à frequência de chaveamento (f_{ch}) dos parâmetros θ_1 e θ_2 em (3.7). Para que a trajetória deslize idealmente sobre a superfície de chaveamento s , conforme a Figura 3.2(a), é necessário que a frequência f_{ch} seja infinita, o que é impossível na prática, provocando comportamento similar ao que está apresentado na Figura 3.2(b), também conhecido como o fenômeno de *chattering*.

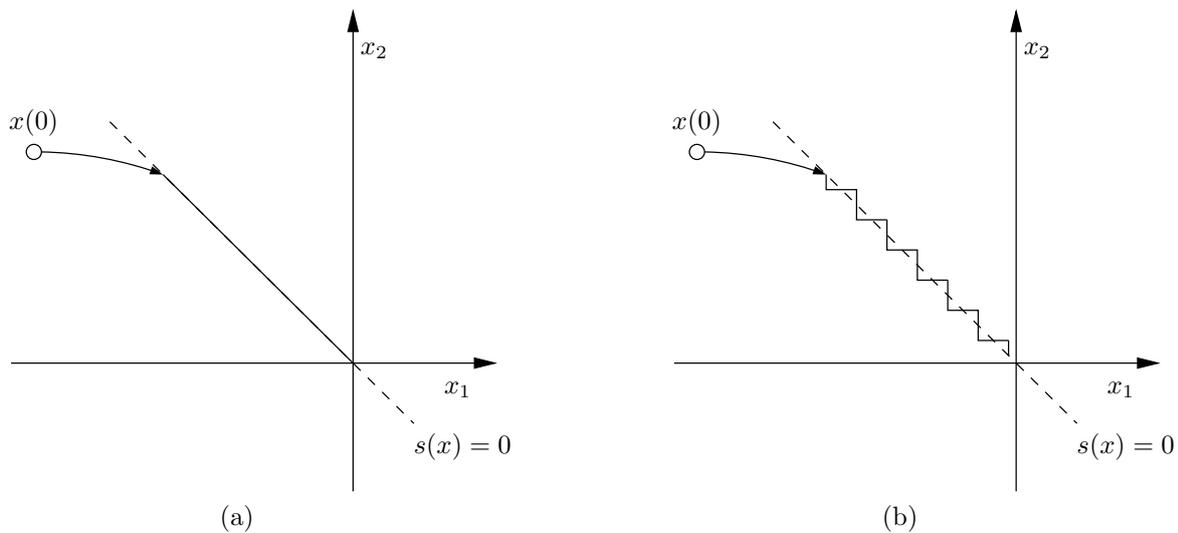


Figura 3.2: Comportamento do sistema no deslizamento ideal (a) e real (b).

3.3 Solução de Filippov

Um problema teórico do uso de controladores com estrutura variável está relacionado com a definição de soluções para equações diferenciais com lado direito descontínuo, que é devido à descontinuidade introduzida pelo controle e, assim, não é possível determinar uma constante de Lipschitz para garantir a unicidade de uma solução para o sistema. Filippov (1964) propôs uma definição que é particularmente adequada para o tipo de equações diferenciais que surgem em sistemas à estrutura variável. Basicamente, as soluções no sentido de Filippov são absolutamente contínuas como funções do tempo e, também, contínuas em relação às condições iniciais.

Isto torna possível a extensão do método direto de Lyapunov na análise de estabilidade de sistemas à estrutura variável. Segundo este trabalho, o valor da solução num certo ponto pode ser determinado pelo comportamento da sua derivada em pontos da vizinhança.

Em cada ponto da superfície de descontinuidade, o campo vetorial que determina a solução para $\dot{x} = f(x)$ pertence ao conjunto convexo mínimo que contém todos os valores de $f(x)$, quando x varia em quase toda a vizinhança δ (com $\delta \rightarrow 0$) do ponto sob consideração, exceto para um conjunto de medida nula segundo Lebesgue. Se ocorre deslizamento sobre uma dada superfície s , um campo vetorial f^* em cada ponto desta superfície pode ser determinado a partir dos campos vetoriais f^+ e f^- direcionados conforme a Figura 3.3. Desta maneira é obtido um fecho convexo mínimo, que é a base para o método de Filippov. Uma vez que o deslizamento ideal ocorre na superfície de chaveamento, o campo vetorial permanece em um plano tangencial à superfície. Assim, a equação para o deslizamento ideal, definida de acordo com Filippov, é dada por

$$f^* = \alpha f^+ + (1 - \alpha)f^-, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (3.13)$$

onde α é um parâmetro que depende das direções e magnitudes dos campos vetoriais f^+ , f^- , e do gradiente da função $s(x)$.

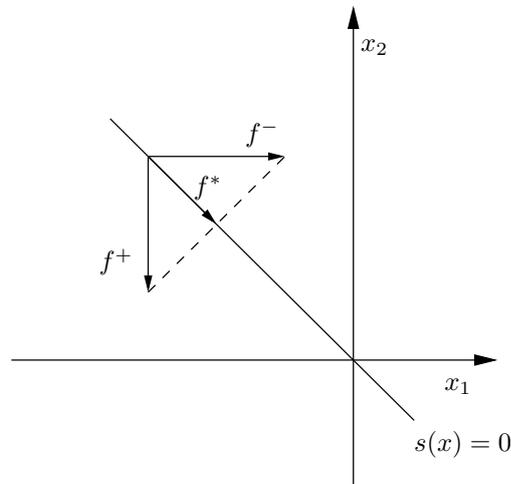


Figura 3.3: Campo vetorial no modo deslizante (solução de Filippov).

Capítulo 4

Estimação de Parâmetros

4.1 Introdução

O primeiro passo para projetar estimadores de parâmetros *on-line* é escolher uma parametrização apropriada do modelo da planta. A parametrização é feita com relação a um vetor cujos elementos são os parâmetros verdadeiros da planta, que é representado neste trabalho por θ^* . Entretanto, a proposta apresentada nesta tese considera que o vetor θ^* é desconhecido, conforme será apresentado nas próximas seções.

Este capítulo apresenta um tipo de parametrização que é bastante útil, onde os parâmetros a serem estimados são agrupados juntos, mas ficam separados dos sinais de entrada e saída da planta, de maneira similar ao que é feito por Ioannou & Sun (1996). Os parâmetros são constantes desconhecidas a serem estimadas das medições dos sinais de entrada e saída da planta. Na parametrização apresentada neste capítulo, θ^* representa os coeficientes desconhecidos do numerador e do denominador da função de transferência do modelo da planta. Para o problema de estimação e controle tratados nesta tese, este tipo de parametrização de planta é mais conveniente que outros.

A abordagem utilizada neste capítulo para o projeto das leis adaptativas está presente em grande parte da literatura clássica sobre esquemas adaptativos contínuos (Parks 1966, Monopoli 1967, Monopoli 1974, Narendra & Valavani 1978, Egardt 1979, Morse 1980, Narendra & Annaswamy 1989) e faz parte deste trabalho para conectar o modelo paramétrico com o problema de controle adaptativo a ser apresentado e discutido nos próximos capítulos. Denominada ERP-Lyapunov, esta abordagem envolve o desenvolvimento de uma equação diferencial que relaciona o erro de estimação com o erro paramétrico através de uma função de transferência *estritamente real positiva* (ERP). Com isso, os lemas de Lefschetz-Kalman-Yakubovich (Anderson & Vongpanitlerd 1973, Popov 1973) e de Meyer-Kalman-Yakubovich (Lefschetz 1963, Ioannou & Tao 1987) podem ser usados para escolher uma função de Lyapunov V apropriada, cuja derivada no tempo \dot{V} seja definida negativa, pela escolha adequada da equação que define a lei adaptativa. Nos casos tradicionais, utiliza-se leis adaptativas integrais como o método do gradiente, mínimos quadrados e outros. Nesta tese, os esquemas de controle propostos utilizam estimativas calculadas através de leis chaveadas, que são oriundas da teoria dos sistemas com estrutura

variável (VSS) (Utkin 1977, Utkin 1978). Ao tratar o projeto de estimação de parâmetros de maneira independente do projeto de controle, separa-se a complexidade da parte de estimação da parte de controle e isto simplifica o projeto e a análise de esquemas de controle adaptativo.

4.2 Parametrização da Planta

Considere a planta SISO LTI representada como

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x(0) = 0 \\ y = C^\top x \end{cases} \quad (4.1)$$

onde $x \in \mathbb{R}^n$ e somente a saída y e a entrada u estão disponíveis para medição. As matrizes A , B e C têm as dimensões apropriadas e a tripla (A, B, C) consiste de $n^2 + 2n$ elementos que são referidos como os parâmetros da planta. Se (4.1) está em uma das formas canônicas, os n^2 elementos de (A, B, C) são fixados em 0 e 1 e no máximo $2n$ elementos são requeridos para especificar as propriedades da planta em (4.1) (Ioannou & Sun 1996). Estes $2n$ elementos são os coeficientes do numerador e do denominador da função de transferência da planta.

A equação (4.1) pode ser reescrita como

$$y(s) = C^\top (sI - A)^{-1} Bu(s) \quad (4.2)$$

ou como

$$y = \frac{Z(s)}{R(s)} u \quad (4.3)$$

onde $R(s)$ é um polinômio de grau n e $Z(s)$ é um polinômio de grau no máximo $n - 1$. Os polinômios $Z(s)$ e $R(s)$ podem ser representados como

$$\begin{aligned} Z(s) &= \beta_{n-1}s^{n-1} + \dots + \beta_1s + \beta_0 \\ R(s) &= s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde os coeficientes $\beta_{n-1}, \dots, \beta_0, \alpha_{n-1}, \dots, \alpha_0$ são os parâmetros da planta, que são constantes mas desconhecidos. As equações (4.3) e (4.4) indicam que no máximo $2n$ parâmetros são requeridos para especificar singularmente as propriedades de entrada e saída de (4.1).

A equação da planta (4.3) pode ser reescrita, através da substituição dos polinômios $Z(s)$ e $R(s)$ por suas respectivas descrições em (4.4) como

$$(s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0)y = (\beta_{n-1}s^{n-1} + \dots + \beta_1s + \beta_0)u$$

Portanto, tem-se que

$$s^n y = (\beta_{n-1}s^{n-1} + \dots + \beta_1s + \beta_0)u - (\alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0)y \quad (4.5)$$

Agrupando todos os parâmetros em (4.5) nos vetores

$$\theta_\beta^{*\top} = [\beta_{n-1}, \dots, \beta_1, \beta_0]^\top = [\theta_1^*, \dots, \theta_n^*]^\top \quad (4.6)$$

$$\theta_\alpha^{*\top} = [\alpha_{n-1}, \dots, \alpha_1, \alpha_0]^\top = [\theta_{n+1}^*, \dots, \theta_{2n}^*]^\top \quad (4.7)$$

e todos os sinais de entrada e saída com suas derivadas nos vetores

$$\psi_u = [s^{n-1}u, s^{n-2}u, \dots, su, u]^\top \quad (4.8)$$

$$\psi_y = [-s^{n-1}y, -s^{n-2}y, \dots, -sy, -y]^\top \quad (4.9)$$

chega-se à seguinte representação de (4.5):

$$s^n y = \theta_\beta^{*\top} \psi_u + \theta_\alpha^{*\top} \psi_y \quad (4.10)$$

ou de forma compacta como

$$s^n y = \theta^{*\top} \psi \quad (4.11)$$

onde

$$\theta^* = [\theta_\beta^{*\top}, \theta_\alpha^{*\top}]^\top = [\beta_{n-1}, \dots, \beta_1, \beta_0, \alpha_{n-1}, \dots, \alpha_1, \alpha_0]^\top \quad (4.12)$$

$$\psi = [\psi_u^\top, \psi_y^\top]^\top = [s^{n-1}u, \dots, su, u, -s^{n-1}y, \dots, -sy, -y]^\top \quad (4.13)$$

Considere agora um polinômio mônico Hurwitz de ordem n definido como

$$\Lambda(s) = s^n + \lambda_{n-1}s^{n-1} + \dots + \lambda_1 s + \lambda_0$$

cujos coeficientes estão agrupados no vetor $\lambda = [\lambda_{n-1}, \dots, \lambda_1, \lambda_0]^\top$. Portanto, adicionando o termo $(\Lambda - s^n)y$ em ambos os lados de (4.10), obtém-se

$$s^n y + \lambda_{n-1}s^{n-1}y + \dots + \lambda_0 y = \theta_\beta^{*\top} \psi_u + \theta_\alpha^{*\top} \psi_y + \lambda_{n-1}s^{n-1}y + \dots + \lambda_0 y$$

Definindo-se uma função de transferência $W(s)$ como

$$W(s) = \frac{1}{\Lambda(s)} = \frac{1}{s^n + \lambda_{n-1}s^{n-1} + \dots + \lambda_1 s + \lambda_0}$$

tem-se o modelo em (4.10) reescrito como

$$y = W(s)(\theta_\beta^{*\top} \psi_u + \theta_\alpha^{*\top} \psi_y - \lambda^\top \psi_y) \quad (4.14)$$

Na maioria das aplicações práticas, os únicos sinais disponíveis para medição são a entrada u e a saída y . Portanto, o uso de derivações conforme (4.8) e (4.9) deve ser evitado. Como θ_β^* , θ_α^* e λ são vetores constantes, pode-se reescrever (4.14) na forma do seguinte modelo paramétrico linear, a ser usado nas próximas seções, obtido pela

multiplicação de ambos os lados de (4.14) por um polinômio $L(s)$:

$$y = W(s)L(s)(\theta_\beta^{*\top} \phi_u + \theta_\alpha^{*\top} \phi_y - \lambda^\top \phi_y) \quad (4.15)$$

onde

$$\phi_u = L^{-1}(s)\psi_u, \quad \phi_y = L^{-1}(s)\psi_y$$

e o polinômio $L(s)$ é escolhido de maneira que $L^{-1}(s)$ seja uma função de transferência própria e estável e $W(s)L(s)$ seja uma função de transferência ERP. Por exemplo, quando

$$W(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)(s+5)}$$

pode-se escolher $L(s)$ como

$$L(s) = (s+2)(s+4)$$

o que implica que $W(s)L(s)$ é uma função ERP. Pode-se notar que apesar da ordem de $W(s)L(s)$ depender do modelo da planta, os coeficientes de $W(s)$ e $L(s)$ não dependem, o que facilita para o projetista na construção de uma função ERP. A introdução do polinômio $L(s)$ no modelo paramétrico se justifica para que seja possível usar a abordagem ERP-Lyapunov para construir as leis adaptativas para estimar os vetores θ_β^* e θ_α^* (Ioannou & Sun 1996), conforme será apresentado na próxima seção.

4.3 Abordagem ERP-Lyapunov

Nesta seção, é apresentado o segundo passo no projeto de estimação de parâmetros: gerar estimativas *on-line* dos parâmetros desconhecidos da planta, usando leis adaptativas adequadas. Estas leis são projetadas para minimizar o erro entre a resposta do sistema $y(t)$ e sua estimativa $\hat{y}(t)$, que é gerada por um modelo parametrizado cujo formato é exatamente o mesmo do modelo paramétrico em (4.15). O vetor de estimativas $\theta(t)$ é ajustado continuamente de maneira que $\hat{y}(t)$ se aproxima de $y(t)$ conforme t cresce. A proposta apresentada nesta tese gera as estimativas dos parâmetros da planta usando leis chaveadas (Silva Junior & Araújo 2005), ao invés das tradicionais leis integrais (Narendra & Valavani 1978), com o objetivo de adicionar as características do VSC (Utkin 1978) ao projeto de controle adaptativo.

A equação da planta em (4.3) pode ser reescrita de diversas formas, dando origem a diferentes equações para gerar uma estimativa para $y(t)$. Considerando a parametrização da planta dada por (4.15), considera-se agora uma equação que tem o mesmo formato de (4.15) para estimar $y(t)$, mas com as estimativas dos parâmetros substituindo os parâmetros verdadeiros. Esta equação, conhecida como *modelo série-paralelo* e amplamente usada para estimação de parâmetros (Landau 1979), é dada por

$$\hat{y} = W(s)L(s)(\hat{\theta}_\beta^\top \phi_u + \hat{\theta}_\alpha^\top \phi_y - \lambda^\top \phi_y) \quad (4.16)$$

onde $\hat{\theta}_\beta$ e $\hat{\theta}_\alpha$ são as estimativas *on-line* para θ_β^* e θ_α^* , respectivamente, e formam o vetor de estimativas $\hat{\theta} = [\hat{\theta}_\beta^\top, \hat{\theta}_\alpha^\top]^\top \in \mathbb{R}^{2n}$. O erro de estimação, que reflete a incerteza paramétrica, é dado por

$$\epsilon_1 = y - \hat{y} \quad (4.17)$$

Portanto, substituindo y e \hat{y} em (4.17), obtém-se

$$\epsilon_1 = W(s)L(s)(-\tilde{\theta}_\beta^\top \phi_u - \tilde{\theta}_\alpha^\top \phi_y) \quad (4.18)$$

onde $\tilde{\theta}_\beta = \hat{\theta}_\beta - \theta_\beta^*$ e $\tilde{\theta}_\alpha = \hat{\theta}_\alpha - \theta_\alpha^*$, ou com o seguinte modelo compacto:

$$\epsilon_1 = W(s)L(s)(-\tilde{\theta}^\top \phi) \quad (4.19)$$

onde $\tilde{\theta} = [\tilde{\theta}_\beta^\top, \tilde{\theta}_\alpha^\top]^\top$ e $\phi = [\phi_u^\top, \phi_y^\top]^\top$.

Considere agora a seguinte representação de espaço de estado para (4.19):

$$\begin{cases} \dot{\epsilon} = A_e \epsilon + B_e (-\tilde{\theta}^\top \phi) \\ \epsilon_1 = C_e^\top \epsilon \end{cases} \quad (4.20)$$

onde A_e , B_e e C_e são as matrizes associadas à representação de espaço de estado que tem como função de transferência $W(s)L(s) = C_e^\top (sI - A_e)^{-1} B_e$. Pelo fato de $W(s)L(s)$ ser ERP, conforme apresentado na seção anterior, o Lema de Kalman-Yakubovich-Popov (Anderson & Vongpanitlerd 1973, Popov 1973) pode ser usado para garantir que

$$\begin{cases} A_e^\top P_e + P_e A_e = -2Q_e \\ P_e B_e = C_e \end{cases} \quad (4.21)$$

onde $P_e = P_e^\top > 0$ para alguma matriz $Q_e = Q_e^\top > 0$.

Inicialmente, considere a seguinte candidata à função de Lyapunov:

$$V(\epsilon, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2} \epsilon^\top P_e \epsilon + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^\top \Gamma^{-1} \tilde{\theta} > 0 \quad (4.22)$$

onde $\Gamma = \Gamma^\top > 0$. A derivada no tempo \dot{V} , usando (4.20) e (4.21), é dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}(\epsilon, \tilde{\theta}) &= \frac{1}{2} (\dot{\epsilon}^\top P_e \epsilon + \epsilon^\top P_e \dot{\epsilon}) + \frac{1}{2} (\dot{\tilde{\theta}}^\top \Gamma^{-1} \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^\top \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}) \\ &= \frac{1}{2} \left((A_e \epsilon + B_e (-\tilde{\theta}^\top \phi))^\top P_e \epsilon + \epsilon^\top P_e (A_e \epsilon + B_e (-\tilde{\theta}^\top \phi)) \right) + \frac{1}{2} \left(2\tilde{\theta}^\top \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\epsilon^\top (A_e^\top P_e + P_e A_e) \epsilon + 2\epsilon^\top P_e B_e (-\tilde{\theta}^\top \phi) + 2\tilde{\theta}^\top \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \right) \end{aligned}$$

A partir de (4.21), garantida pela propriedade ERP de $W(s)L(s)$, e de (4.20), tem-se que $\epsilon^\top P_e B_e = \epsilon^\top C_e = \epsilon_1$ e a derivada no tempo \dot{V} pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \dot{V}(\epsilon, \tilde{\theta}) &= \frac{1}{2} \left(\epsilon^\top (-2Q_e) \epsilon + 2\epsilon_1 (-\tilde{\theta}^\top \phi) + 2\tilde{\theta}^\top \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \right) \\ &= -\epsilon^\top Q_e \epsilon - \epsilon_1 \tilde{\theta}^\top \phi + \tilde{\theta}^\top \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \end{aligned}$$

Considere o método do gradiente para as leis adaptativas que estimam θ^* :

$$\dot{\hat{\theta}} = \dot{\tilde{\theta}} = \Gamma \epsilon_1 \phi \quad (4.23)$$

Portanto, a derivada no tempo \dot{V} é escrita como

$$\begin{aligned} \dot{V}(\epsilon, \tilde{\theta}) &= -\epsilon^\top Q \epsilon - \epsilon_1 \tilde{\theta}^\top \phi + \tilde{\theta}^\top \Gamma^{-1} \Gamma \epsilon_1 \phi \\ \dot{V}(\epsilon, \tilde{\theta}) &= -\epsilon^\top Q \epsilon \leq 0 \end{aligned}$$

o que garante $[\epsilon^\top, \tilde{\theta}^\top] = [0, 0]^\top$ como sendo um ponto de equilíbrio estável.

Agora, considere a seguinte candidata à função de Lyapunov para a equação diferencial em (4.20):

$$V(\epsilon) = \frac{\epsilon^\top P_e \epsilon}{2} \quad (4.24)$$

A derivada no tempo \dot{V} de (4.24) é dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}(\epsilon) &= \frac{1}{2} (\dot{\epsilon}^\top P_e \epsilon + \epsilon^\top P_e \dot{\epsilon}) \\ &= \frac{1}{2} \left((A_e \epsilon + B_e (-\tilde{\theta}^\top \phi))^\top P_e \epsilon + \epsilon^\top P_e (A_e \epsilon + B_e (-\tilde{\theta}^\top \phi)) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\epsilon^\top (P_e A_e + A_e^\top P_e) \epsilon + 2 \epsilon^\top P_e B_e (-\tilde{\theta}^\top \phi) \right) \\ &= -\epsilon^\top Q_e \epsilon + \epsilon^\top P_e B_e (-\tilde{\theta}^\top \phi) \end{aligned}$$

Novamente, a propriedade ERP de $W(s)L(s)$ garante de (4.21) que $P_e B_e = C_e$, o que implica que $\epsilon^\top P_e B_e = \epsilon^\top C_e = \epsilon_1$. Portanto, a derivada no tempo \dot{V} é escrita como

$$\dot{V}(\epsilon) = -\epsilon^\top Q_e \epsilon - \epsilon_1 \tilde{\theta}^\top \phi \quad (4.25)$$

ou seja,

$$\begin{aligned} \dot{V}(\epsilon) &= -\epsilon^\top Q_e \epsilon - \epsilon_1 \tilde{\theta}^\top \phi \\ &= -\epsilon^\top Q_e \epsilon - \sum_{i=1}^{2n} [\hat{\theta}_i - \theta_i^*] \epsilon_1 \phi_i \\ &= -\epsilon^\top Q_e \epsilon - \sum_{i=0}^{n-1} [\hat{\beta}_i - \beta_i] \epsilon_1 \phi_{u,n-i} - \sum_{i=0}^{n-1} [\hat{\alpha}_i - \alpha_i] \epsilon_1 \phi_{y,n-i} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Agora, as seguintes leis chaveadas são consideradas para $\hat{\theta}$:

$$\begin{cases} \hat{\beta}_i = \bar{\beta}_i \operatorname{sgn}(\epsilon_1 \phi_{u,n-i}) + \beta_{i,nom}, & \bar{\beta}_i > |\beta_i - \beta_{i,nom}| \\ \hat{\alpha}_i = \bar{\alpha}_i \operatorname{sgn}(\epsilon_1 \phi_{y,n-i}) + \alpha_{i,nom}, & \bar{\alpha}_i > |\alpha_i - \alpha_{i,nom}| \end{cases} \quad (4.27)$$

onde os termos $\beta_{i,nom}$ e $\alpha_{i,nom}$ são os valores nominais dos respectivos parâmetros da planta, para $i = 0, 1, \dots, n-1$. Conforme apresentado no Capítulo 3, as constantes $\bar{\beta}_i$ e $\bar{\alpha}_i$ representam as amplitudes de chaveamento das estimativas dos parâmetros

da planta. Utilizando as leis chaveadas em (4.27), a derivada no tempo \dot{V} fica

$$\begin{aligned}\dot{V}(\epsilon) &= -\epsilon^\top Q_e \epsilon - \sum_{i=0}^{n-1} [\bar{\beta}_i \operatorname{sgn}(\epsilon_1 \phi_{u,n-i}) + \beta_{i,nom} - \beta_i] \epsilon_1 \phi_{u,n-i} \\ &\quad - \sum_{i=0}^{n-1} [\bar{\alpha}_i \operatorname{sgn}(\epsilon_1 \phi_{y,n-i}) + \alpha_{i,nom} - \alpha_i] \epsilon_1 \phi_{y,n-i}\end{aligned}$$

Usando a propriedade $\operatorname{sgn}(x)x = |x|$, obtém-se

$$\begin{aligned}\dot{V}(\epsilon) &= -\epsilon^\top Q_e \epsilon - \sum_{i=0}^{n-1} [\bar{\beta}_i |\epsilon_1 \phi_{u,n-i}| + \beta_{i,nom} \epsilon_1 \phi_{u,n-i} - \beta_i \epsilon_1 \phi_{u,n-i}] \\ &\quad - \sum_{i=0}^{n-1} [\bar{\alpha}_i |\epsilon_1 \phi_{y,n-i}| + \alpha_{i,nom} \epsilon_1 \phi_{y,n-i} - \alpha_i \epsilon_1 \phi_{y,n-i}]\end{aligned}$$

ou seja,

$$\begin{aligned}\dot{V}(\epsilon) &= -\epsilon^\top Q_e \epsilon - \sum_{i=0}^{n-1} [\bar{\beta}_i |\epsilon_1 \phi_{u,n-i}| - (\beta_i - \beta_{i,nom}) \epsilon_1 \phi_{u,n-i}] \\ &\quad - \sum_{i=0}^{n-1} [\bar{\alpha}_i |\epsilon_1 \phi_{y,n-i}| - (\alpha_i - \alpha_{i,nom}) \epsilon_1 \phi_{y,n-i}]\end{aligned}$$

Como $\bar{\beta}_i > |\beta_i - \beta_{i,nom}|$ e $\bar{\alpha}_i > |\alpha_i - \alpha_{i,nom}|$, para $i = 0, 1, \dots, n-1$, conclui-se que

$$\dot{V}(\epsilon) \leq -\epsilon^\top Q_e \epsilon < 0 \quad (4.28)$$

que garante $\epsilon = 0$ como um ponto de equilíbrio globalmente assintoticamente estável, que implica que $\epsilon \in \mathcal{L}_\infty$ e $\epsilon \in \mathcal{L}_2$. Como $\epsilon_1 = C_e^\top \epsilon$, tem-se que $\epsilon_1 \in \mathcal{L}_\infty$ e $\epsilon_1 \in \mathcal{L}_2$.

Com o uso de leis chaveadas para gerar as estimativas dos parâmetros da planta, não se pode garantir a convergência para os parâmetros verdadeiros da planta. Entretanto, a convergência de \hat{y} para y é garantida.

Com a análise e as equações apresentadas neste capítulo, o projeto de estimação de parâmetros está concluído e pode ser combinado com uma grande variedade de esquemas de controle. Na abordagem de controle adaptativo utilizada nesta tese, denominada *controle adaptativo indireto* (Ioannou & Sun 1996, Sastry & Bodson 1989), as estimativas dos parâmetros da planta são calculadas *on-line* pelo uso de leis chaveadas conforme (4.27) e são usadas para calcular os parâmetros do controlador de uma lei de controle por posicionamento de polos, conforme será apresentado nos próximos capítulos.

Capítulo 5

VS-APPC

5.1 Introdução

O Capítulo 2 apresentou o projeto de controle por posicionamento de polos (PPC), utilizando a abordagem polinomial, onde os parâmetros da planta são conhecidos, ou desconhecidos tendo os respectivos limitantes inferior e superior conhecidos. Foi apresentado que uma lei de controle com parâmetros fixos pode atingir perfeitamente o objetivo de posicionamento de polos para cada caso. A abordagem polinomial também pode ser usada para o caso onde se deseja estimar os parâmetros desconhecidos da planta para então calcular os parâmetros da lei de controle. O Capítulo 4 apresentou uma forma de realizar a parametrização da planta a ser estimada e controlada e assim projetar a lei adaptativa, que pode ser integral, como o método do gradiente, ou chaveada, conforme usado nos controladores VS-MRAC e VS-APPC. A parametrização em questão pode ser utilizada para a estimação de parâmetros de diversos esquemas de controle adaptativo. Portanto, este capítulo apresenta o projeto do VS-APPC, uma das contribuições desta tese, tendo como base os dois capítulos supracitados, ou seja, o problema de estimar parâmetros desconhecidos da planta através de leis chaveadas é combinado ao problema de controle por posicionamento de polos, visando obter um projeto robusto a perturbações e variações paramétricas, tanto para plantas de fase mínima como de fase não-mínima.

O VS-APPC foi apresentado para o caso geral em trabalhos anteriores (Silva Junior & Araújo 2005, Silva Junior & Araújo 2006a), mas com abordagens de parametrização da planta ligeiramente diferentes do que está sendo apresentado nesta tese. Este capítulo apresenta vários resultados de simulação comparando o desempenho do APPC e do VS-APPC, quando aplicados a plantas de fase não-mínima.

5.2 Descrição do Problema

O projeto do VS-APPC utilizando a abordagem polinomial é semelhante ao projeto do PPC, apresentado na Seção 2.2, pois utiliza a mesma lei de controle e o mesmo mapeamento entre parâmetros da planta e do controlador. A diferença é que o projeto do VS-APPC é voltado para plantas cujos parâmetros são incertos, e por isso calcula os parâmetros do controlador usando estimativas dos parâmetros da

planta e não os verdadeiros parâmetros, como acontece no projeto do PPC. Essas estimativas são calculadas através de leis chaveadas oriundas da teoria de Sistemas com Estrutura Variável (Utkin 1977, Utkin 1978). Calculadas as estimativas em cada instante de tempo t , o mapeamento entre estimativas e parâmetros do controlador é feito como no caso do PPC, onde a solução de uma Equação Diofantina permite encontrar os parâmetros adaptativos da lei de controle.

A planta considerada no projeto do VS-APPC tem a forma

$$y = \frac{Z(s)}{R(s)}u = \frac{\beta_{n-1}s^{n-1} + \beta_{n-2}s^{n-2} + \dots + \beta_1s + \beta_0}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \alpha_{n-2}s^{n-2} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0}u \quad (5.1)$$

Os coeficientes da função de transferência da planta formam o vetor de parâmetros

$$\theta^* = [\theta_\beta^{*\top}, \theta_\alpha^{*\top}]^\top \quad (5.2)$$

onde

$$\theta_\beta^* = [\beta_{n-1}, \beta_{n-2}, \dots, \beta_1, \beta_0]^\top, \quad \theta_\alpha^* = [\alpha_{n-1}, \alpha_{n-2}, \dots, \alpha_1, \alpha_0]^\top \quad (5.3)$$

O objetivo de controle é escolher o sinal de controle u para que os polos de malha fechada sejam posicionados nas raízes de um polinômio mônico Hurwitz $B(s)$ e y siga um sinal de referência r que satisfaz

$$Q_m(s)r = 0 \quad (5.4)$$

onde $Q_m(s)$ é um polinômio mônico conhecido de grau q , chamado *modelo interno* de r (Francis & Wonham 1975). Portanto, para alcançar o objetivo de controle, as seguintes hipóteses sobre a planta são necessárias, de maneira similar ao projeto do APPC (Ioannou & Sun 1996):

Hipótese 5.1. $R(s)$ é um polinômio mônico cujo grau n é conhecido.

Hipótese 5.2. $Z(s)$ é um polinômio cujo grau $m < n$ é conhecido.

Hipótese 5.3. $Z(s)$ e $R(s)$ são coprimos.

Hipótese 5.4. $Z(s)$ e $Q_m(s)$ são coprimos.

5.3 Parametrização e Leis Chaveadas

Conforme foi visto no Capítulo 4, o projeto das leis chaveadas se inicia reescrevendo a planta (5.1) como o modelo paramétrico

$$y = W(s)L(s)(\theta_\beta^{*\top}\phi_u + \theta_\alpha^{*\top}\phi_y - \lambda^\top\phi_y) \quad (5.5)$$

onde

$$\begin{aligned} \phi_u &= L^{-1}(s)\psi_u, & \phi_y &= L^{-1}(s)\psi_y \\ \psi_u &= [s^{n-1}u, s^{n-2}u, \dots, su, u]^\top, & \psi_y &= [-s^{n-1}y, -s^{n-2}y, \dots, -sy, -y]^\top \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\theta_\beta^* = [\beta_{n-1}, \dots, \beta_1, \beta_0]^\top, \quad \theta_\alpha^* = [\alpha_{n-1}, \dots, \alpha_1, \alpha_0]^\top$$

e o polinômio $L(s)$ é um polinômio Hurwitz escolhido para tornar $W(s)L(s)$ uma função ERP, onde $W(s)$ é uma função de transferência dada por

$$W(s) = \frac{1}{\Lambda(s)} = \frac{1}{s^n + \lambda_{n-1}s^{n-1} + \dots + \lambda_1s + \lambda_0}$$

e onde os coeficientes de $\Lambda(s)$ formam o vetor

$$\lambda = [\lambda_{n-1}, \dots, \lambda_1, \lambda_0]^\top$$

Para estimar o sinal de saída y , um modelo série-paralelo é construído com base no modelo paramétrico (5.5), ou seja, a estimativa \hat{y} é gerada por um modelo cujos verdadeiros parâmetros de (5.5) são substituídos pelas suas respectivas estimativas, conforme segue:

$$\hat{y} = W(s)L(s)(\hat{\theta}_\beta^\top \phi_u + \hat{\theta}_\alpha^\top \phi_y - \lambda^\top \phi_y) \quad (5.7)$$

onde

$$\hat{\theta}_\beta = [\hat{\beta}_{n-1}, \dots, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_0]^\top, \quad \hat{\theta}_\alpha = [\hat{\alpha}_{n-1}, \dots, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_0]^\top$$

Conforme (4.27), o cálculo das estimativas dos parâmetros da planta é feito através das seguintes leis chaveadas:

$$\begin{cases} \hat{\beta}_i = \bar{\beta}_i \text{sgn}(\epsilon_1 \phi_{u,n-i}) + \beta_{i,nom}, & \bar{\beta}_i > |\beta_i - \beta_{i,nom}| \\ \hat{\alpha}_i = \bar{\alpha}_i \text{sgn}(\epsilon_1 \phi_{y,n-i}) + \alpha_{i,nom}, & \bar{\alpha}_i > |\alpha_i - \alpha_{i,nom}| \end{cases} \quad (5.8)$$

onde os termos $\beta_{i,nom}$ e $\alpha_{i,nom}$ são os valores nominais dos respectivos parâmetros da planta, para $i = 0, 1, \dots, n-1$, e o erro de estimação ϵ_1 é calculado como $\epsilon_1 = y - \hat{y}$.

As leis chaveadas em (5.8) geram estimativas *on-line* $\hat{\theta}_\beta$ e $\hat{\theta}_\alpha$ dos vetores de coeficientes, θ_β^* de $Z(s)$ e θ_α^* de $R(s)$, respectivamente, para formar os polinômios da planta estimados:

$$\hat{Z}(s) = \hat{\beta}_{n-1}s^{n-1} + \dots + \hat{\beta}_1s + \hat{\beta}_0$$

$$\hat{R}(s) = s^{n-1} + \hat{\alpha}_{n-1}s^{n-1} + \dots + \hat{\alpha}_1s + \hat{\alpha}_0$$

5.4 Cálculo dos Parâmetros do Controlador

Os polinômios estimados da planta são usados para computar os polinômios estimados do controlador $\hat{L}_c(s, t)$ e $\hat{P}_c(s, t)$ pela resolução da equação Diofantina

$$\hat{L}_c(s)Q_m(s)\hat{R}(s) + \hat{P}_c(s)\hat{Z}(s) = B(s) \quad (5.9)$$

ou pela resolução da equação algébrica

$$\hat{A}_s \hat{x}_s = b_s \quad (5.10)$$

onde \hat{A}_s é a matriz de Sylvester de $\hat{R}(s)Q_m(s)$ e $\hat{Z}(s)$; \hat{x}_s contém os coeficientes de $\hat{L}_c(s)$ e $\hat{P}_c(s)$; e b_s contém os coeficientes de $B(s)$, ou seja,

$$\hat{A}_s = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_{n+q} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \hat{\beta}_{n+q} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \hat{\gamma}_{n+q} & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \hat{\beta}_{n+q} & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hat{\gamma}_1 & \vdots & \ddots & 0 & \vdots & \hat{\beta}_1 & \vdots & \ddots & 0 & \vdots \\ \hat{\gamma}_0 & \hat{\gamma}_1 & \ddots & \hat{\gamma}_{n+q} & 0 & \hat{\beta}_0 & \hat{\beta}_1 & \ddots & \hat{\beta}_{n+q} & 0 \\ 0 & \hat{\gamma}_0 & \ddots & \vdots & \hat{\gamma}_{n+q} & 0 & \hat{\beta}_0 & \ddots & \vdots & \hat{\beta}_{n+q} \\ \vdots & 0 & \ddots & \hat{\gamma}_1 & \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \hat{\beta}_1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \hat{\gamma}_0 & \hat{\gamma}_1 & \vdots & \vdots & \ddots & \hat{\beta}_0 & \hat{\beta}_1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \hat{\gamma}_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \hat{\beta}_0 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$b_s = \underbrace{[0, \dots, 0, 1, b^\top]^\top}_q = \underbrace{[0, \dots, 0, 1, b_{2n+q-2}, b_{2n+q-3}, \dots, b_1, b_0]^\top}_{q} \in \mathbb{R}^{2n+2q} \quad (5.12)$$

$$\hat{x}_s = \underbrace{[0, \dots, 0, 1, \hat{x}^\top]^\top}_q \in \mathbb{R}^{2n+2q} \quad (5.13)$$

$$\hat{x} = [\hat{l}_{n-2}, \hat{l}_{n-3}, \dots, \hat{l}_0, \hat{p}_{n+q-1}, \hat{p}_{n+q-2}, \dots, \hat{p}_1, \hat{p}_0]^\top \in \mathbb{R}^{2n+q-1} \quad (5.14)$$

onde os elementos $\hat{\gamma}_i$, para $i = 0, 1, \dots, n+q$, são os coeficientes de $Q_m(s)\hat{R}(s)$ e \hat{l}_i e \hat{p}_i são os coeficientes de

$$\hat{P}_c(s) = \hat{p}_{n+q-1}s^{n+q-1} + \dots + \hat{p}_1s + \hat{p}_0$$

$$\hat{L}_c(s) = s^{n-1} + \hat{l}_{n-2}s^{n-2} + \dots + \hat{l}_1s + \hat{l}_0$$

Como $Q_m(s)\hat{R}(s)$ é um polinômio mônico, tem-se que $\hat{\gamma}_{n+q} = 1$. Como $\hat{Z}(s)$ tem grau $m < n$, tem-se que $\hat{\beta}_{n+q} = \hat{\beta}_{n+q-1} = \dots = \hat{\beta}_{m+1} = 0$.

5.5 Lei de Controle

Calculados os parâmetros do controlador, que formam o vetor \hat{x} , conforme (5.14), a lei de controle do VS-APPC é então formada como

$$u = -\frac{\hat{P}_c(s)}{\hat{L}_c(s)Q_m(s)}e_1 \quad (5.15)$$

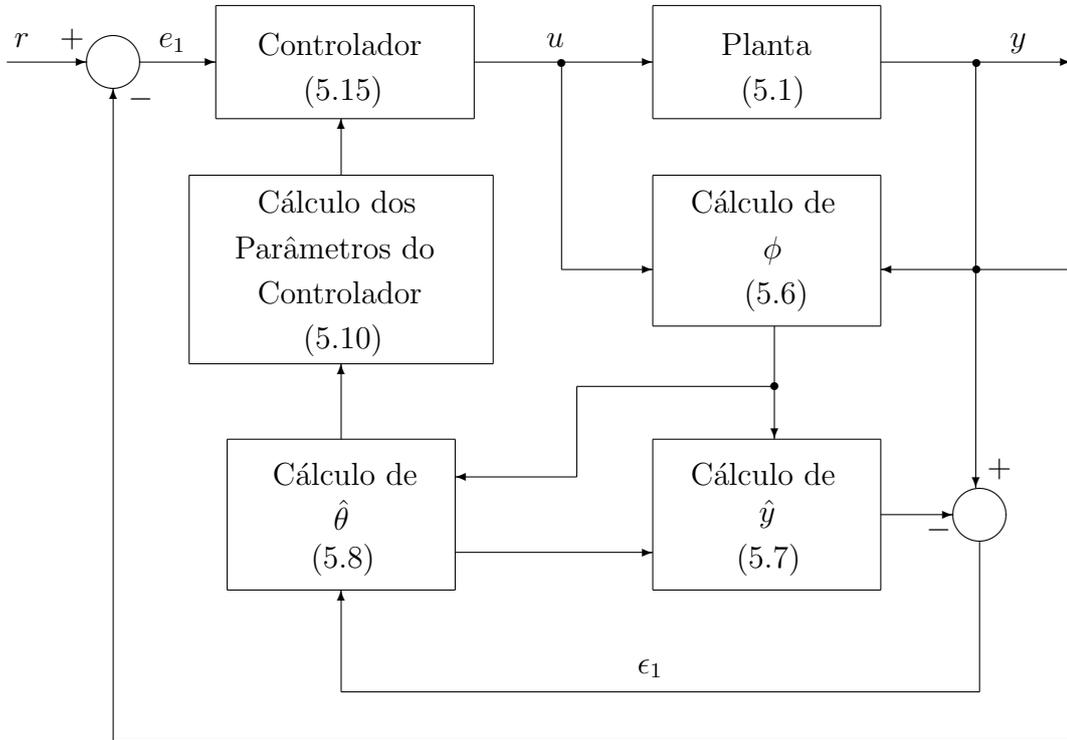


Figura 5.1: Diagrama de blocos do VS-APPC, utilizando a abordagem polinomial.

onde $e_1 = y - r$ é o erro de rastreamento, ou de maneira alternativa, para evitar que o denominador de (5.15) tenha polos instáveis, como

$$u = \frac{\Lambda_c(s) - \hat{L}_c(s)Q_m(s)}{\Lambda_c(s)}u - \frac{\hat{P}_c(s)}{\Lambda_c(s)}e_1 \quad (5.16)$$

onde $\Lambda_c(s)$ é um polinômio mônico Hurwitz de grau $n + q - 1$. A Figura 5.1 mostra o diagrama de blocos do VS-APPC.

5.6 Resultados de Simulações

Nesta seção são apresentados resultados de simulações computacionais no *software* Matlab[®], comparando a aplicação do APPC e do VS-APPC, quando aplicados a plantas de segunda ordem e fase não-mínima, utilizando para a lei de controle a abordagem polinomial, em ambos os casos. As derivadas são implementadas via aproximação de Euler, utilizando um passo de integração de 1ms. Todas as simulações apresentadas nesta seção são realizadas com condições iniciais da planta e do modelo iguais a zero e o sinal de referência assumido é do tipo degrau unitário ($r = 1$), e, portanto, tem-se que $Q_m(s) = s$ e $q = 1$.

O modelo paramétrico para a estimação de \hat{y} é construído com a seguinte função

de transferência ERP:

$$W(s)L(s) = \frac{L(s)}{\Lambda(s)} = \frac{s+2}{(s+1)(s+3)} \quad (5.17)$$

e, portanto, tem-se que

$$\lambda = [4, 3]^\top \quad \phi_u = L^{-1}(s)[\dot{u}, u]^\top, \quad \phi_y = L^{-1}(s)[-y, -y]^\top$$

e a lei de controle tem a forma

$$u = -\frac{\hat{p}_2 s^2 + \hat{p}_1 s + \hat{p}_0}{s(s + \hat{l}_0)} e_1$$

Os polinômios característicos utilizados nas simulações a seguir foram escolhidos através de testes prévios que tiveram como objetivo apenas obter uma resposta satisfatória em termos de desempenho, evitando também altas magnitudes do sinal de controle, não seguindo portanto nenhum critério específico mais rígido. O objetivo principal das simulações é ilustrar as propriedades da ideia proposta nesta tese, ou seja, dado um polinômio característico Hurwitz, verificar como o controlador proposto se comporta em relação a outras estratégias e condições adversas como variações paramétricas e perturbações.

Para as simulações a seguir, serão considerados alguns índices de desempenho médio para comparar APPC e VS-APPC. São eles: Integral do Valor Absoluto do Erro (*Integral of Absolute Error* - IAE), Integral do Quadrado do Erro (*Integral of Squared Error* - ISE), Integral do Tempo Multiplicado pelo Valor Absoluto do Erro (*Integral of Time Multiply Absolute Error* - ITAE), Integral do Tempo Multiplicado pelo Quadrado do Erro (*Integral of Time Multiply Squared Error* - ITSE) e Consumo de Energia (*Energy Consumption* - E_u). Estes índices são fáceis de calcular e de interpretar e são flexíveis para os diversos casos comumente encontrados na prática, pois podem ser usados sobre diferentes respostas dinâmicas obtidas de diferentes sistemas, permitindo assim classificar e comparar as respostas analisadas a um comportamento padrão. Um estudo do uso destes índices de desempenho em medições de qualidade da resposta de sistemas dinâmicos é apresentado por Duarte-Mermoud & Prieto (2004). O cálculo de cada índice é apresentado a seguir, onde t_{max} é o tempo de simulação.

$$IAE = \int_{t=0}^{t_{max}} |e_1(t)| dt \quad (5.18)$$

$$ISE = \int_{t=0}^{t_{max}} e_1^2(t) dt \quad (5.19)$$

$$ITAE = \int_{t=0}^{t_{max}} t |e_1(t)| dt \quad (5.20)$$

$$ITSE = \int_{t=0}^{t_{max}} t e_1^2(t) dt \quad (5.21)$$

$$E_u = \int_{t=0}^{t_{max}} |u(t)| dt \quad (5.22)$$

5.6.1 Planta de 2ª Ordem de Fase Não-Mínima Estável

A primeira simulação é feita com uma planta de fase não-mínima estável, cuja função de transferência é dada por

$$G(s) = \frac{Z(s)}{R(s)} = \frac{\beta_1 s + \beta_0}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0} = \frac{2s - 10}{s^2 + 8s + 16} \quad (5.23)$$

Considera-se também que os parâmetros dessa planta são desconhecidos, mas estão contidos em regiões conhecidas. Esse conhecimento é útil para projetar as amplitudes das leis chaveadas, conforme (5.8). Portanto, considera-se nesta seção que os intervalos onde se encontram os parâmetros da planta são conhecidos e formam uma planta intervalar cuja função de transferência é dada por

$$[G(s)] = \frac{[Z(s)]}{[R(s)]} = \frac{[\beta_1]s + [\beta_0]}{s^2 + [\alpha_1]s + [\alpha_0]} = \frac{[1.6, 2.8]s + [-10.3, -9.1]}{s^2 + [7.7, 8.8]s + [15.5, 16.9]} \quad (5.24)$$

O objetivo é posicionar os polos de malha fechada de maneira que seus valores sejam iguais aos das raízes do seguinte polinômio característico:

$$B(s) = s^4 + 21s^3 + 168.75s^2 + 614.25s + 853.0313 \quad (5.25)$$

que tem como raízes: $r_1 = -5.25 + 1.8107i$, $r_2 = -5.25 - 1.8107i$, $r_3 = -5.25 + 0.3107i$ e $r_4 = -5.25 - 0.3107i$. Não foi utilizado nenhum critério para projetar esse polinômio característico.

Procurando comparar o desempenho do APPC e do VS-APPC de maneira igualitária, apesar das leis adaptativas serem diferentes, são considerados como valores iniciais das estimativas usadas nas leis integrais do APPC os parâmetros nominais de (5.24), ou seja, o centro de cada coeficiente intervalar de (5.24). Portanto, no caso do APPC, tem-se: $\hat{\beta}_1(0) = 2.2$, $\hat{\beta}_0(0) = -9.7$, $\hat{\alpha}_1(0) = 8.25$ e $\hat{\alpha}_0(0) = 16.2$. No caso do VS-APPC, tem-se: $\beta_{1,nom} = 2.2$, $\beta_{0,nom} = -9.7$, $\alpha_{1,nom} = 8.25$ e $\alpha_{0,nom} = 16.2$. Dessa forma, os parâmetros a serem testados e modificados buscando os melhores resultados são os ganhos adaptativos, no caso do APPC, e as amplitudes dos relés, no caso do VS-APPC.

Para analisar o comportamento do APPC e do VS-APPC sob condições adversas, as primeiras simulações foram feitas sob condições ideais, ou seja, sem variações paramétricas ou perturbações. O objetivo destas simulações era obter constantes de projeto para cada caso que propiciassem o menor tempo de convergência do sinal de saída da planta para o sinal de referência, a partir de $t = 0$, considerando uma tolerância de 2%, que é conhecido como *tempo de estabilização* ou *acomodação* (t_s). No caso do APPC, as constantes de projetos são os ganhos adaptativos da lei integral conforme (4.23), que formam a matriz Γ . No caso do VS-APPC, as constantes de projeto são as amplitudes dos relés das leis chaveadas conforme (5.8).

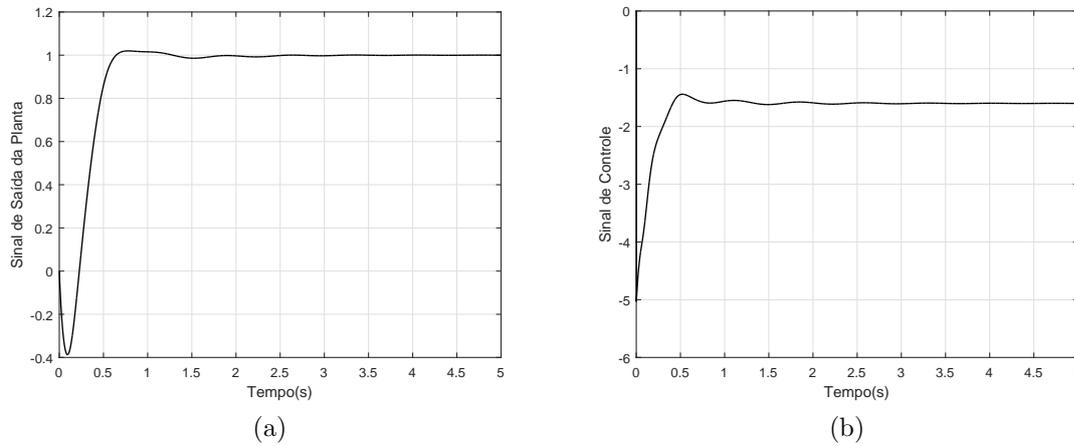


Figura 5.2: APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima estável.

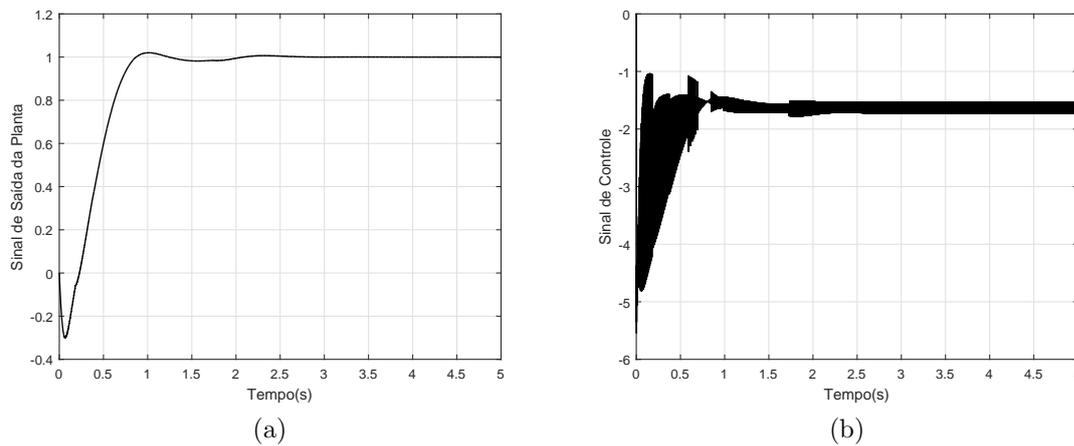


Figura 5.3: VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima estável.

As constantes obtidas para cada caso (APPC e VS-APPC) são usadas em todos os demais resultados apresentados para a planta (5.23).

No caso do APPC, o menor tempo obtido ao longo dos testes foi $t_s = 0.604s$, resultando numa porcentagem de *overshoot* de 1.98% e numa porcentagem de *undershoot* de 38.71%, utilizando a seguinte matriz de ganhos adaptativos na lei integral conforme (4.23):

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 84 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 90 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 235 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 90 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

No caso do VS-APPC, o menor tempo obtido ao longo dos testes foi $t_s = 0.821s$, o que resultou numa porcentagem de *overshoot* de 1.99% e numa porcentagem de *undershoot* de 30.19%, utilizando as seguintes amplitudes para os relés: $\bar{\beta}_1 = 1.5$, $\bar{\beta}_0 = 0.61$, $\bar{\alpha}_1 = 0.64$ e $\bar{\alpha}_0 = 0.72$. Pode-se notar que as amplitudes selecionadas

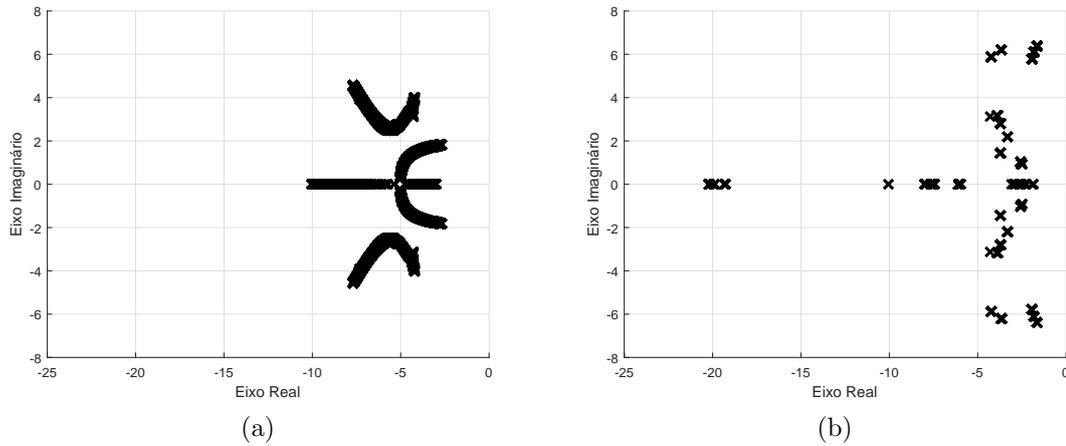


Figura 5.4: Comportamento dos polos de malha fechada do APPC (a) e do VS-APP (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima estável sem variações paramétricas e perturbações.

obedecem as restrições impostas pelas leis chaveadas em (5.8). As Figuras 5.2 e 5.3 apresentam o resultado da aplicação do APPC e do VS-APP à planta (5.23), respectivamente, utilizando as constantes de projeto escolhidas para cada caso, durante 5s. São apresentados o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) em cada figura. Pode-se notar que o comportamento do sinal de saída é bastante parecido nos dois casos, inclusive bastante suave, mas a diferença visível e esperada é no comportamento do sinal de controle, que no caso do APPC é suave e no caso do VS-APP é chaveado, embora com magnitude inferior ao que é visto quando se utiliza o VS-MRAC.

A Figura 5.4 mostra o comportamento dos polos de malha fechada na aplicação dos dois controladores à planta descrita por (5.23). Pode-se notar que no caso do APPC, os polos vão se modificando de maneira suave, à medida que as estimativas dos parâmetros da planta vão sendo atualizadas pelo método do gradiente. Já no caso do VS-APP, quase todos os polos permanecem mais concentrados numa região menor. Essa diferença nas figuras já era esperada, pois a adaptação de parâmetros do APPC é feita por uma lei integral, possibilitando uma grande quantidade de variações nos valores das estimativas ao longo da simulação, diferentemente do VS-APP, onde cada estimativa só pode ter dois valores, o que faz com que os polos de malha fechada assumam poucas posições ao longo da simulação.

Na simulação seguinte, utilizando as mesmas constantes de projeto da simulação anterior, para ambos os controladores é feita uma perturbação aditiva do tipo degrau ($d = 0.7$) na saída da planta, a partir do instante $t = 5s$, e também uma variação paramétrica em todos os parâmetros da planta, a partir do instante $t = 10s$, para os valores: $\beta_1 = 2.8$, $\beta_0 = -9.1$, $\alpha_1 = 7.7$ e $\alpha_0 = 16.9$. Pode-se notar que cada parâmetro será alterado para o seu respectivo limitante. A Figura 5.5 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do APPC à planta em (5.23), e a Figura 5.6 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do VS-APP à mesma planta.

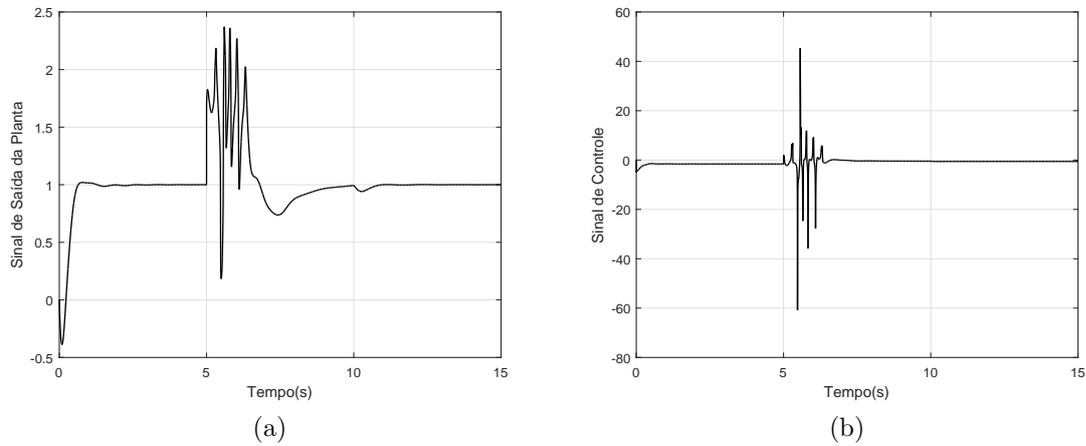


Figura 5.5: APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima estável, sujeita a variações paramétricas e perturbação na saída.

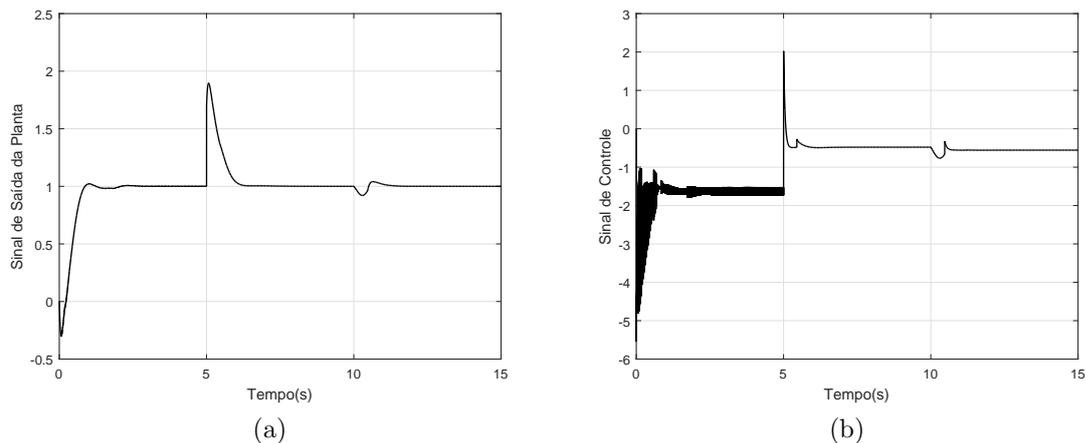


Figura 5.6: VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima estável, sujeita a variações paramétricas e perturbação na saída.

Analisando o desempenho do APPC, pode-se observar que a perturbação aditiva causa uma enorme alteração no sinal de saída da planta, graças ao alto valor atingido pelo sinal de controle. Entretanto, alguns segundos depois a planta volta a rastrear a referência normalmente. As variações paramétricas realizadas no instante $t = 10$ s afetam muito pouco o desempenho do sistema. Pode-se perceber também nessa simulação uma característica típica de controladores adaptativos convencionais, que é o sinal de controle bastante suave.

No caso do VS-APPC, a considerável perturbação aditiva altera naturalmente o sinal de saída, mas sem tanto esforço do sinal de controle para manter o rastreamento, diferentemente do que aconteceu no caso do APPC. A variação paramétrica causou uma mudança um pouco mais acentuada que no caso do APPC, mas também pouco significativa. Pode-se notar que o sinal de controle apresenta *chattering*, principalmente nos primeiros segundos de simulação, mas com amplitude bem menor

do que algumas versões do VS-MRAC. A lei de controle da abordagem polinomial favorece esse comportamento, já que nela são usados $n+q-1$ integradores, conforme (5.15), incluindo o modelo interno.

A Figura 5.7 mostra os polos de malha fechada durante os 15s da simulação em questão tanto na aplicação do APPC (a), quanto na aplicação do VS-APPC (b). Pode-se notar que o desempenho do APPC é bastante prejudicado pela perturbação na saída da planta, tendo como resultado polos de malha fechada bastante dispersos, inclusive entrando no semiplano direito em alguns momentos. No caso do VS-APPC, os polos se mantêm mais estáticos e concentrados numa região menor, mas pode-se perceber também que em alguns instantes de tempo os polos passam para o semiplano direito, de maneira mais discreta que no caso do APPC. A forma como os polos de malha fechada em ambos os casos se comportam já era esperada, pois ocorre uma adaptação integral (e suave) das estimativas dos parâmetros da planta no caso do APPC, e uma adaptação chaveada (e brusca) no caso do VS-APPC, conforme dito anteriormente. Outra característica visível na Figura 5.7 é que o objetivo do posicionamento de polos desejado conforme definido por (5.25) não é atingido, nem quando a planta está livre de problemas que afetam seu desempenho. Como são controladores projetados para uma planta desconhecida e que têm parâmetros variando ao longo do tempo, é impossível garantir nesse caso que os polos de malha fechada permaneçam numa única posição.

A Tabela 5.1 mostra os índices de desempenho do APPC e do VS-APPC para a simulação em questão. Os dados obtidos para o VS-APPC superam o APPC no caso desta simulação, o que pôde ser percebido nas figuras dos resultados.

5.6.2 Planta de 2ª Ordem de Fase Não-Mínima Instável

Na segunda simulação, considera-se uma planta de fase não-mínima instável, cuja função de transferência é dada por

$$G(s) = \frac{Z(s)}{R(s)} = \frac{\beta_1 s + \beta_0}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0} = \frac{3s - 1}{s^2 - s + 9} \quad (5.27)$$

Tabela 5.1: Comparação de desempenho entre APPC e VS-APPC para uma planta de fase não-mínima estável com variações paramétricas e perturbação na saída.

	APPC	VS-APPC
IAE	1.8256e+03	979.6558
ISE	1.3266e+03	702.1353
ITAE	8.7708e+03	2.7984e+03
ITSE	5.1699e+03	1.3248e+03
E_u	1.8181e+04	1.3512e+04

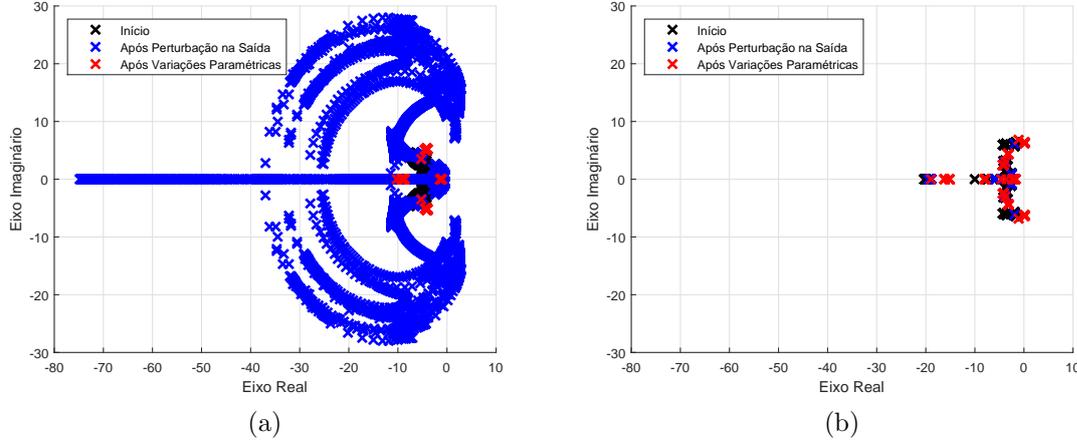


Figura 5.7: Comportamento dos polos de malha fechada do APPC (a) e do VS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima estável com variações paramétricas e perturbação na saída.

Considera-se também que os parâmetros dessa planta são desconhecidos, mas estão contidos em intervalos fechados conhecidos, assim como na simulação anterior, formando uma planta intervalar cuja função de transferência é dada por

$$[G(s)] = \frac{[Z(s)]}{[R(s)]} = \frac{[\beta_1]s + [\beta_0]}{s^2 + [\alpha_1]s + [\alpha_0]} = \frac{[2.8, 3.3]s + [-1.3, -0.9]}{s^2 + [-1.4, -0.7]s + [8.2, 9.3]} \quad (5.28)$$

O objetivo é posicionar os polos de malha fechada de maneira que seus valores sejam iguais às raízes do seguinte polinômio característico:

$$B(s) = s^4 + 7s^3 + 18.75s^2 + 22.75s + 10.5313 \quad (5.29)$$

cujos valores são: $r_1 = -1.7500 + 0.6036i$, $r_2 = -1.7500 - 0.6036i$, $r_3 = -1.7500 + 0.1036i$ e $r_4 = -1.7500 - 0.1036i$.

Da mesma forma que na simulação anterior, são considerados como valores iniciais das estimativas usadas nas leis integrais do APPC os parâmetros nominais de (5.28), ou seja, o centro de cada coeficiente intervalar de (5.28). Portanto, no caso do APPC, tem-se: $\hat{\beta}_1(0) = 3.05$, $\hat{\beta}_0(0) = -1.1$, $\hat{\alpha}_1(0) = -1.05$ e $\hat{\alpha}_0(0) = 8.75$. No caso do VS-APPC, tem-se: $\beta_{1,nom} = 3.05$, $\beta_{0,nom} = -1.1$, $\alpha_{1,nom} = -1.05$ e $\alpha_{0,nom} = 8.75$. Dessa forma, os parâmetros a serem testados e modificados buscando os melhores resultados são os ganhos adaptativos, no caso do APPC, e as amplitudes dos relés, no caso do VS-APPC.

Assim como foi feito para a planta anterior, para realizar alguns testes de robustez, as constantes de projeto do APPC e do VS-APPC foram obtidas ao longo de testes que buscavam obter o menor tempo de estabilização em cada caso, sem qualquer tipo de perturbação no sistema. No caso do APPC, o menor tempo obtido foi $t_s = 6.857s$, com porcentagem de *overshoot* de 9.91% e porcentagem de *undershoot* de 111.22%, utilizando a seguinte matriz de ganhos adaptativos na lei

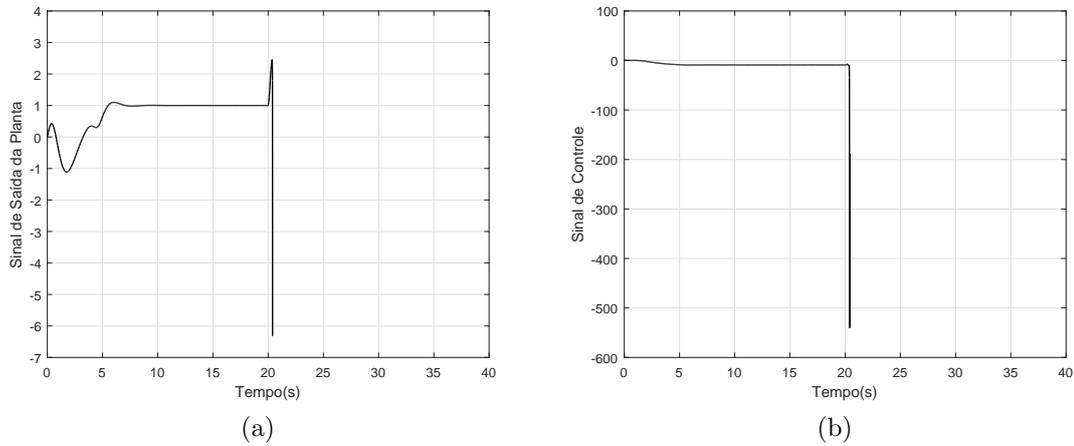


Figura 5.8: APC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a variações paramétricas.

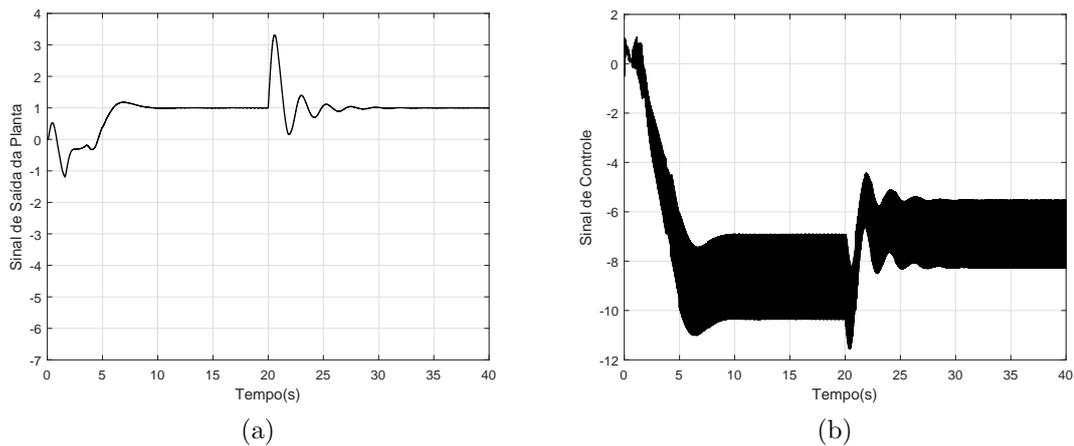


Figura 5.9: VS-APC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a variações paramétricas.

integral conforme (4.23):

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 63 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1500 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

No caso do VS-APC, o menor tempo obtido ao longo dos testes foi $t_s = 9.148s$, resultando numa porcentagem de *overshoot* de 18.06% e numa porcentagem de *undershoot* de 119.87%, utilizando as seguintes amplitudes para os relés: $\bar{\beta}_1 = 0.26$, $\bar{\beta}_0 = 0.22$, $\bar{\alpha}_1 = 0.36$ e $\bar{\alpha}_0 = 2$. As amplitudes obedecem as restrições impostas pelas leis chaveadas em (5.8). Os resultados obtidos com essas constantes, bem piores que no caso da planta anterior, já demonstram a dificuldade em se controlar uma planta de fase não-mínima instável. Com as constantes de projeto escolhidas, a seguir são

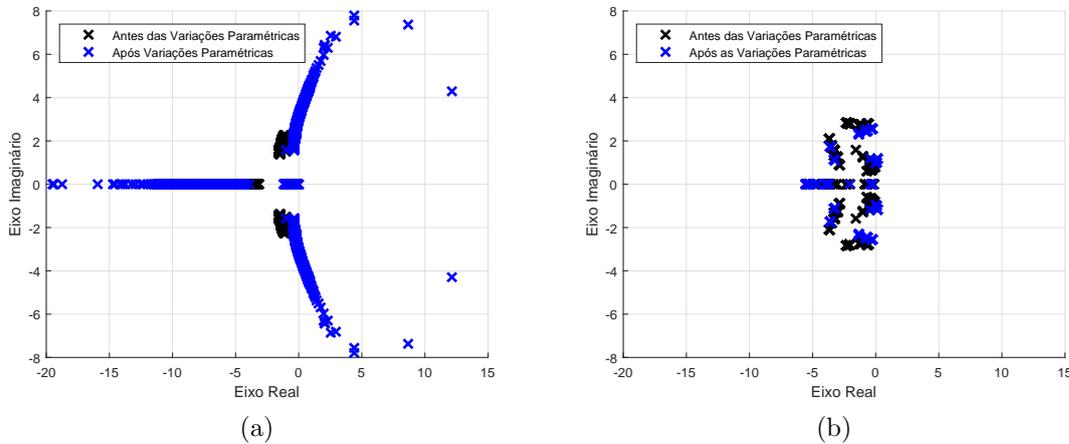


Figura 5.10: Comportamento dos polos de malha fechada do APPC (a) e do VS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima instável com variações paramétricas.

apresentados os testes de robustez.

O primeiro teste com a planta em (5.27) foi de variar os seus parâmetros a partir do instante $t = 20s$ para: $\beta_1 = 2.8$, $\beta_0 = -1.3$, $\alpha_1 = -1.4$ e $\alpha_0 = 8.2$, com a simulação completa durando $40s$. Novamente, a variação paramétrica visa colocar os parâmetros nos seus respectivos limitantes, conforme (5.28). A Figura 5.8 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do APPC à planta em (5.27), e a Figura 5.9 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do VS-APPC à mesma planta. Pode-se notar que o sistema se torna instável no caso do APPC, a partir do momento em que as variações paramétricas ocorrem. Os gráficos apresentados na Figura 5.8 mostram os sinais até poucos instantes após a variação paramétrica, para melhor visualização do crescimento dos sinais. No caso do VS-APPC, a saída do sistema sofre uma grande alteração no instante $t = 20s$, mas mantém o rastreamento após alguns segundos. O sinal de controle nessa simulação apresenta *chattering* com uma amplitude maior que na simulação anterior.

A Figura 5.10 mostra os polos de malha fechada tanto na aplicação do APPC (a), quanto na aplicação do VS-APPC (b). No caso do APPC, estão sendo mostrados os polos de malha fechada somente até alguns décimos de segundo passados das variações paramétricas, assim como a Figura 5.8, já que essa situação gera erro numérico no *software*. No caso do VS-APPC, os polos de malha fechada são apresentados para toda a simulação. Pode-se notar que o desempenho do APPC é bastante prejudicado pela perturbação na saída da planta, tendo como resultado polos de malha fechada bastante dispersos, inclusive entrando em grande parte da simulação no semiplano direito, o que comprova o comportamento apresentado na Figura 5.8. No caso do VS-APPC, os polos se mantêm numa região próxima, mas bastante espalhados. Além disso, a variação paramétrica causa o posicionamento dos polos no semiplano direito em alguns instantes de tempo, embora mais próximos à origem que no caso do APPC. Percebe-se mais uma vez que o objetivo do posicionamento

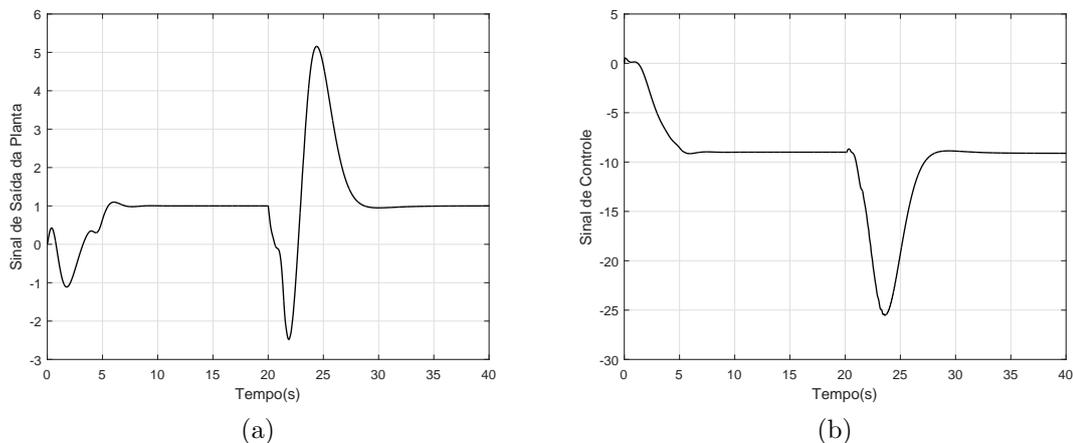


Figura 5.11: APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a variações paramétricas.

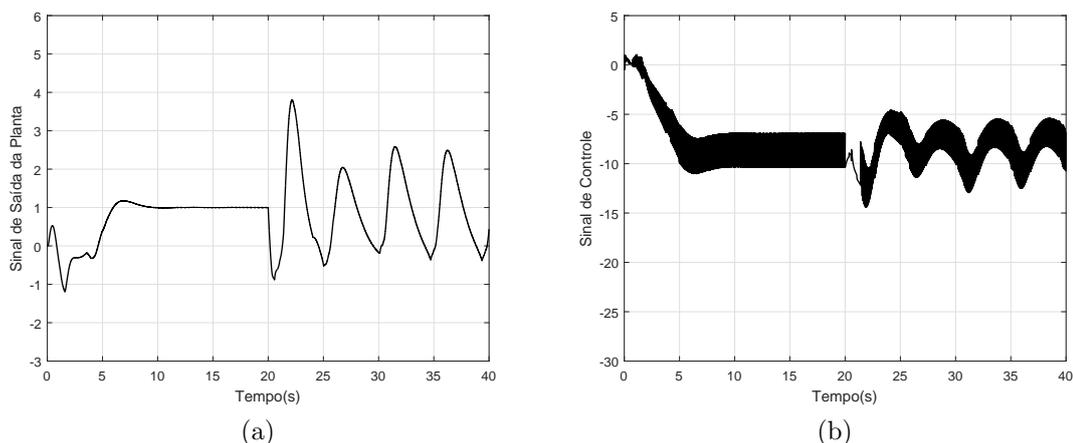


Figura 5.12: VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a variações paramétricas.

de polos desejado conforme (5.29) não é atingido.

No segundo teste, ainda com a mesma planta, novamente é feita uma variação em todos os parâmetros, a partir do instante de tempo $t = 20s$ da seguinte forma: $\beta_1 = 3.3$, $\beta_0 = -0.9$, $\alpha_1 = -1.4$ e $\alpha_0 = 8.2$. A Figura 5.11 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do APPC à planta em (5.27), e a Figura 5.12 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do VS-APPC à mesma planta. Nessa simulação, o APPC tem desempenho melhor que o VS-APPC, já que mantém o sinal de saída da planta rastreando a referência após alguns segundos da variação paramétrica, diferentemente do VS-APPC, onde a saída da planta se torna oscilatória a partir de $t = 20s$. A Figura 5.13 mostra os polos de malha fechada na aplicação de cada controlador. Dessa vez, há uma grande concentração de polos próxima à origem, no caso do VS-APPC, o que pode explicar o comportamento da simulação atual. No

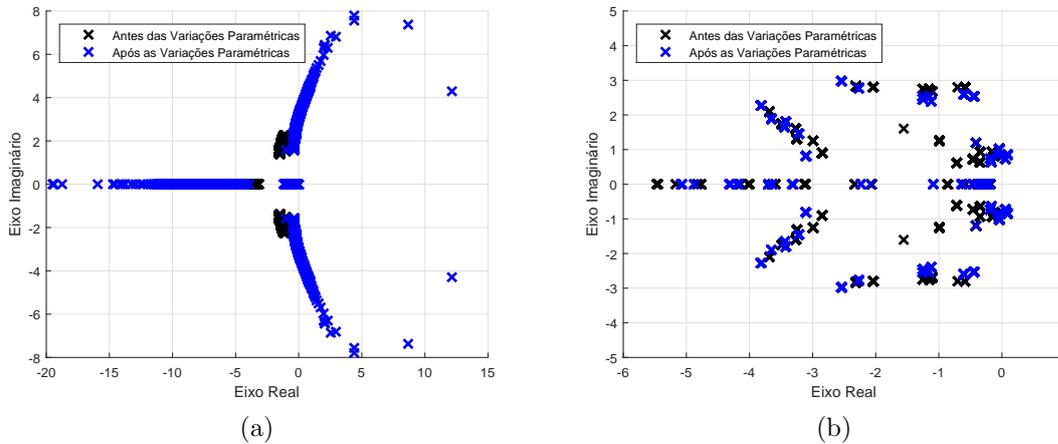


Figura 5.13: Comportamento dos polos de malha fechada do APC (a) e do VS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima instável com variações paramétricas.

caso do APC, diferentemente da simulação anterior em que os polos apareciam mais no semiplano direito, o comportamento dos polos é mais concentrado no semiplano esquerdo, mesmo após as variações paramétricas.

O terceiro teste é a aplicação de uma perturbação aditiva do tipo degrau ($d = 0.3$) na saída da planta, a partir do instante $t = 20s$. A Figura 5.14 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do APC à planta em (5.27), e a Figura 5.15 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do VS-APPC à mesma planta. Pode-se notar que no caso do APC o sistema se torna instável a partir de $t = 20s$. Já o VS-APPC apresenta robustez a essa perturbação, que é uma característica dos sistemas com estrutura variável, além de apresentar alta magnitude do *chattering*.

A Figura 5.16 mostra o comportamento dos polos de malha fechada durante a aplicação de ambos os controladores. Da mesma forma que a Figura 5.10, os polos de malha fechada no caso do APC são mostrados até poucos instantes após a perturbação, e não durante a simulação completa, já que ocorre erro numérico, impossibilitando a construção completa da imagem. Pode-se notar ainda no caso do APC, num determinado instante de tempo, que os polos chegam a ter valor real maior que 450, o que explica a instabilidade do sistema. No caso do VS-APPC, os polos se concentram durante todo o tempo no semiplano esquerdo.

5.7 Comentários Finais

As simulações apresentadas neste capítulo mostram que plantas de fase não-mínima apresentam considerável dificuldade em seu projeto de controle, tanto para a escolha dos polos de malha fechada como para a escolha dos parâmetros de projeto. Características como *undershoot* e cruzamentos da origem ficaram bastante evidentes nos resultados de simulações apresentados neste capítulo. Se além de ter zeros no semiplano direito, a planta é instável, a dificuldade é ainda maior. Em

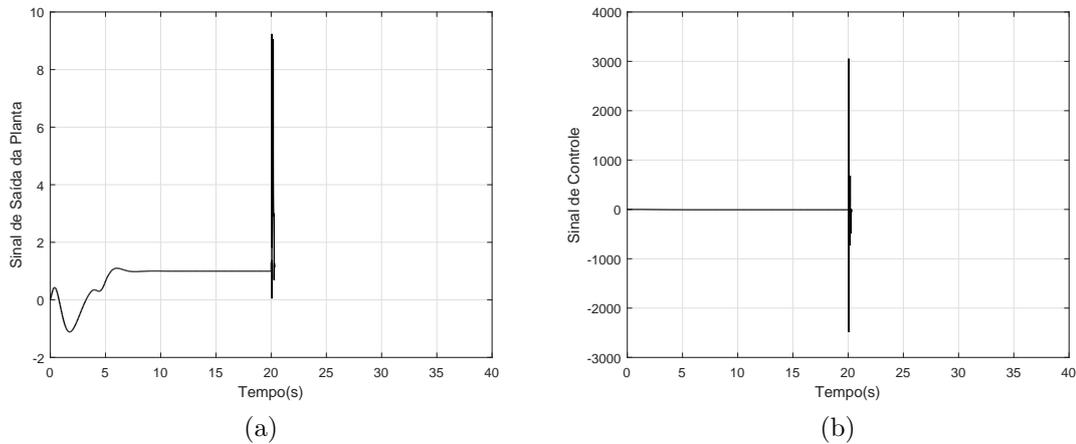


Figura 5.14: APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a uma perturbação na saída.

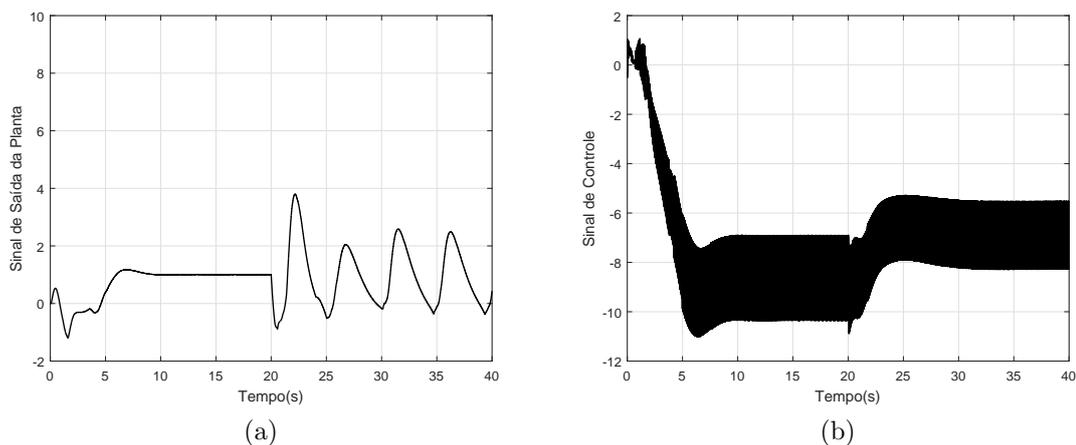


Figura 5.15: VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a uma perturbação na saída.

alguns dos testes realizados, a escolha inadequada de constantes de projeto levou o sistema à instabilidade, graças a sua grande sensibilidade. Portanto, para esse tipo de sistema, o projeto de controle deve ser feito buscando altos índices de robustez, principalmente se há um considerável desconhecimento dos parâmetros.

Os resultados mostraram que tanto o APPC quanto o VS-APPC apresentam robustez a variações paramétricas em determinados casos. Quando foi testada uma planta instável, o desempenho em ambos os casos se alternou. Numa determinada variação, o APPC teve desempenho superior ao VS-APPC, e na outra ocorreu o contrário. Por outro lado, o VS-APPC apresentou vantagem clara no que diz respeito a robustez e desempenho a perturbações na saída da planta, que é um dos objetivos da ideia original de se combinar controle adaptativo convencional com a teoria de sistemas com estrutura variável. Em termos de desempenho transitório, considerando-se a abordagem polinomial, pode-se notar que o VS-APPC não apresenta vantagens

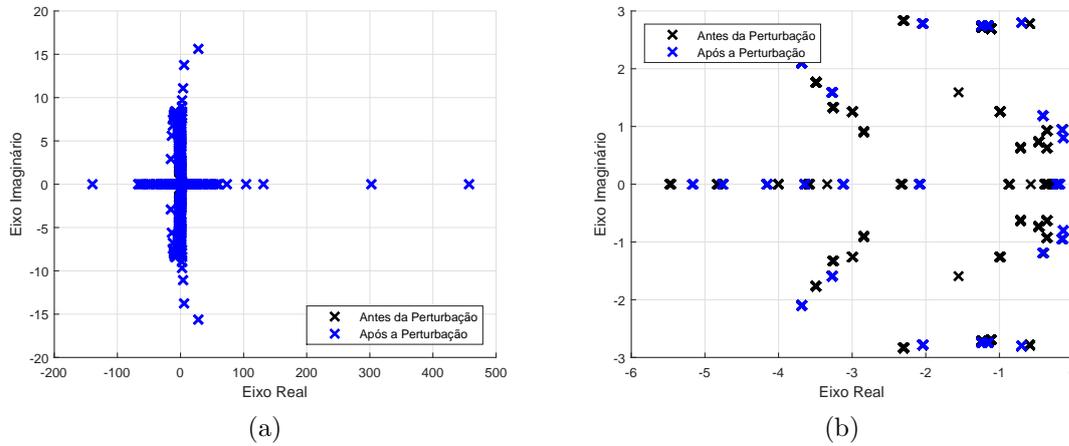


Figura 5.16: Comportamento dos polos de malha fechada do APPC (a) e do VS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima instável com uma perturbação na saída.

significativas em relação ao APPC, diferentemente do que acontece com o VS-MRAC em relação ao MRAC. O motivo é provavelmente o sinal de controle mais suave, com *chattering* de amplitude menor que nas versões do VS-MRAC, que é uma vantagem em termos práticos, mas diminui consideravelmente a possibilidade de se ter um transitório significativamente melhor que no caso do APPC.

Os resultados mostraram também que mesmo usando uma lei de controle por posicionamento de polos, tanto o APPC como o VS-APPC não atingem o objetivo de posicionar os polos conforme as raízes de um polinômio característico escolhido. Esta é uma deficiência de ambos os controladores e será considerada no projeto apresentado no próximo capítulo desta tese.

Capítulo 6

IVS-APPC

6.1 Introdução

Este capítulo apresenta o projeto do IVS-APPC, que é a combinação do projeto de estimação de parâmetros apresentado no Capítulo 4 com o projeto de controle por posicionamento de polos intervalar apresentado no Capítulo 2. O projeto do IVS-APPC é bastante parecido com o projeto do VS-APPC, apresentado no Capítulo 5, mas existem algumas diferenças importantes. A primeira delas é que o IVS-APPC tem como objetivo posicionar os polos de malha fechada numa região definida pelas raízes de um polinômio característico intervalar, diferentemente do VS-APPC que busca posicionar os polos em posições pontuais definidas por um único polinômio característico. Além disso, o projeto do IVS-APPC inclui determinar previamente uma lei de controle intervalar, que consiste em definir limitantes mínimo e máximo para cada parâmetro da lei de controle de modo a garantir o posicionamento de polos regional desejado, ou seja, se os parâmetros do controlador se mantêm dentro das faixas previamente estabelecidas, o posicionamento de polos regional é garantido, e, conseqüentemente, a estabilidade do sistema em malha fechada também está garantida. O controlador intervalar é determinado previamente por um algoritmo de otimização que busca solucionar um problema de Programação Não-Linear. Simulações são apresentadas comparando o desempenho do VS-APPC e do IVS-APPC na aplicação a plantas de fase não-mínima.

6.2 Descrição do Problema

Considere uma planta SISO LTI representada como

$$y = G(s)u = \frac{Z(s)}{R(s)}u = \frac{\beta_{n-1}s^{n-1} + \beta_{n-2}s^{n-2} + \dots + \beta_1s + \beta_0}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \alpha_{n-2}s^{n-2} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0}u \quad (6.1)$$

A planta considerada no projeto do IVS-APPC é representada como

$$[G(s)] = \frac{[Z(s)]}{[R(s)]} = \frac{[\beta_{n-1}]s^{n-1} + \dots + [\beta_1]s + [\beta_0]}{s^n + [\alpha_{n-1}]s^{n-1} + \dots + [\alpha_1]s + [\alpha_0]} \quad (6.2)$$

Portanto, considera-se que os coeficientes desconhecidos da planta real, representada por $G(s)$ em (6.1), têm incertezas limitadas. Ou seja, os limitantes mínimo e máximo de cada coeficiente de $G(s)$ são representados pelos respectivos coeficientes intervalares de $[G(s)]$, tais que $\beta_i \in [\beta_i] = [\beta_i^-, \beta_i^+]$ e $\alpha_i \in [\alpha_i] = [\alpha_i^-, \alpha_i^+]$, para $i = 0, 1, \dots, n-1$. Os coeficientes da função de transferência da planta intervalar formam o vetor de parâmetros

$$[\theta^*] = [[\theta_\beta^{*\top}], [\theta_\alpha^{*\top}]]^\top \quad (6.3)$$

onde

$$[\theta_\beta^*] = [[\beta_{n-1}], [\beta_{n-2}], \dots, [\beta_1], [\beta_0]]^\top, \quad [\theta_\alpha^*] = [[\alpha_{n-1}], [\alpha_{n-2}], \dots, [\alpha_1], [\alpha_0]]^\top \quad (6.4)$$

O objetivo deste capítulo é projetar uma lei de controle adaptativo robusto que mantém os polos de malha fechada dentro de uma região convexa especificada pelas raízes de um polinômio característico intervalar mônico Hurwitz $[B(s)]$, escolhido com base nas especificações de desempenho em malha fechada e cuja estabilidade é garantida pelo Teorema de Kharitonov (Kharitonov 1979), mesmo na presença de variações paramétricas conhecidas. Além disso, deseja-se que o sinal de saída da planta y siga um sinal de referência uniformemente limitado, que é assumido satisfazer:

$$Q_m(s)r = 0 \quad (6.5)$$

onde $Q_m(s)$ é um polinômio mônico conhecido de grau q , chamado *modelo interno* de r (Francis & Wonham 1975). Portanto, para alcançar o objetivo de controle, as seguintes hipóteses sobre a planta são necessárias, de maneira similar ao projeto do APPC (Ioannou & Sun 1996) e do VS-APPC (Capítulo 5):

Hipótese 6.1. $[R(s)]$ é um polinômio intervalar mônico cujo grau n é conhecido.

Hipótese 6.2. $[Z(s)]$ é um polinômio intervalar cujo grau $m < n$ é conhecido.

Hipótese 6.3. $[Z(s)]$ e $[R(s)]$ são robustamente coprimos.

Hipótese 6.4. $Q_m(s)$ e $[Z(s)]$ são robustamente coprimos.

6.3 Parametrização e Leis Chaveadas

Conforme foi visto no Capítulo 4, o projeto das leis chaveadas se inicia reescrevendo a planta (6.1) como o modelo paramétrico

$$y = W(s)L(s)(\theta_\beta^{*\top} \phi_u + \theta_\alpha^{*\top} \phi_y - \lambda^\top \phi_y) \quad (6.6)$$

onde

$$\begin{aligned} \phi_u &= L^{-1}(s)\psi_u, & \phi_y &= L^{-1}(s)\psi_y \\ \psi_u &= [s^{n-1}u, s^{n-2}u, \dots, su, u]^\top, & \psi_y &= [-s^{n-1}y, -s^{n-2}y, \dots, -sy, -y]^\top \end{aligned}$$

$$\theta_\beta^* = [\beta_{n-1}, \dots, \beta_1, \beta_0]^\top, \quad \theta_\alpha^* = [\alpha_{n-1}, \dots, \alpha_1, \alpha_0]^\top$$

e o polinômio $L(s)$ é um polinômio Hurwitz escolhido para tornar $W(s)L(s)$ uma função ERP, onde $W(s)$ é uma função de transferência dada por

$$W(s) = \frac{1}{\Lambda(s)} = \frac{1}{s^n + \lambda_{n-1}s^{n-1} + \dots + \lambda_1s + \lambda_0}$$

onde os coeficientes de $\Lambda(s)$ formam o vetor

$$\lambda = [\lambda_{n-1}, \dots, \lambda_1, \lambda_0]^\top$$

Para estimar o sinal de saída y , um modelo série-paralelo (Landau 1979) é construído com base no modelo paramétrico (6.6), ou seja, a estimativa \hat{y} é gerada por um modelo cujos verdadeiros parâmetros de (6.6) são substituídos pelas suas respectivas estimativas, conforme segue:

$$\hat{y} = W(s)L(s)(\hat{\theta}_\beta^\top \phi_u + \hat{\theta}_\alpha^\top \phi_y - \lambda^\top \phi_y) \quad (6.7)$$

onde

$$\hat{\theta}_\beta = [\hat{\beta}_{n-1}, \dots, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_0]^\top, \quad \hat{\theta}_\alpha = [\hat{\alpha}_{n-1}, \dots, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_0]^\top$$

Para o cálculo das estimativas dos parâmetros da planta, as leis chaveadas apresentadas em (5.8) são modificadas considerando a representação intervalar da planta em (6.2), sem qualquer prejuízo para o projeto, já que as restrições permanecem as mesmas:

$$\begin{cases} \hat{\beta}_i = \bar{\beta}_i \operatorname{sgn}(\epsilon_1 \phi_{u,n-i}) + \beta_i^c, & \bar{\beta}_i > |\beta_i^+ - \beta_i^c| \\ \hat{\alpha}_i = \bar{\alpha}_i \operatorname{sgn}(\epsilon_1 \phi_{y,n-i}) + \alpha_i^c, & \bar{\alpha}_i > |\alpha_i^+ - \alpha_i^c| \end{cases} \quad (6.8)$$

para $i = 0, 1, \dots, n-1$, onde o erro de estimação ϵ_1 é calculado como $\epsilon_1 = y - \hat{y}$. Pode-se notar que os valores nominais representados por $\beta_{i,nom}$ e $\alpha_{i,nom}$ em (5.8) são substituídos agora pelos valores centrais dos coeficientes intervalares da planta intervalar em (6.2), que são representados por β_i^c e α_i^c , respectivamente, para $i = 0, 1, \dots, n-1$. Como considera-se que os parâmetros da planta não são conhecidos exatamente, mas pertencem a intervalos conhecidos, os parâmetros β_i e α_i das leis chaveadas em (5.8) são substituídos pelos seus limitantes superiores, β_i^+ e α_i^+ , respectivamente, para $i = 0, 1, \dots, n-1$, garantindo assim que as amplitudes dos relés escolhidas atendem às restrições, independentemente do valor que cada parâmetro da planta tem dentro do respectivo intervalo.

As leis chaveadas em (6.8) geram estimativas *on-line* $\hat{\theta}_\beta$ e $\hat{\theta}_\alpha$ dos vetores de coeficientes, θ_β^* de $Z(s)$ e θ_α^* de $R(s)$, respectivamente, para formar os polinômios da planta estimados:

$$\hat{Z}(s) = \hat{\beta}_{n-1}s^{n-1} + \dots + \hat{\beta}_1s + \hat{\beta}_0$$

$$\hat{R}(s) = s^{n-1} + \hat{\alpha}_{n-1}s^{n-1} + \dots + \hat{\alpha}_1s + \hat{\alpha}_0$$

6.4 Determinação do Controlador Intervalar

Conforme apresentado na Seção 2.3, um número infinito de soluções para x_s que satisfazem a inequação em (2.26) pode ser encontrado, ou seja, é possível obter um número infinito de vetores x_s que garantem o posicionamento de polos regional desejado descrito por um polinômio característico intervalar $[B(s)]$.

Esta seção apresenta um algoritmo que busca um *controlador intervalar* descrito por um vetor intervalar $[x_s]$, que tem como entrada uma planta e um polinômio característico intervalares. O controlador intervalar define os limitantes inferior e superior para cada parâmetro da lei de controle, que pode ter valor constante ou não, garantindo que se os parâmetros da lei de controle permanecem dentro das faixas estabelecidas, o posicionamento de polos na região definida pelas raízes de $[B(s)]$ é garantido, mesmo com incertezas ou variações paramétricas dentro das faixas descritas pela planta intervalar. Para conseguir esse objetivo, um problema de Programação Não-Linear deve ser construído usando os coeficientes da planta intervalar e do polinômio característico intervalar, e pode ser resolvido pelo uso da função chamada *fmincon* do Matlab[®], utilizada nesta tese, que busca encontrar um mínimo de uma função não-linear multivariável sujeita a inequações lineares do tipo $Ax \leq b$. A proposta apresentada nesta seção para determinar um controlador intervalar é uma das principais contribuições desta tese.

Considerando $S(\xi)$ como a matriz de Sylvester associada aos polinômios $Y(s)$ e $Q_m(s)X(s)$, onde os coeficientes de $Y(s)/X(s)$ são os elementos de ξ , tem-se que $[A_s] = S([\theta^*])$, conforme (2.27). Esta notação é importante para o teorema a seguir.

Teorema 6.1. (Keel & Bhattacharyya 1999) *Assumindo que $[A_s]x_s$ são funções multilineares de $[\theta^*]$ então*

$$b_s^- \leq [A_s]x_s \leq b_s^+ \quad (6.9)$$

para todo $\theta^* \in [\theta^*]$ se e somente se

$$b_s^- \leq S(v_i)x_s \leq b_s^+ \quad (6.10)$$

onde $v_i \in \mathcal{V}([\theta^*])$, para $i = 1, 2, \dots, 2^{2n}$.

Prova: A prova deste teorema pode ser encontrada nos trabalhos de Keel & Bhattacharyya (1999) e Bhattacharyya et al. (1995). \square

Conhecendo-se o vetor $[\theta^*]$ de uma planta intervalar e, portanto, os limitantes mínimo e máximo de cada parâmetro da mesma, o Teorema 6.1 permite verificar se a inequação em (6.9) é satisfeita checando-se somente os 2^{2n} vértices de $[\theta^*]$, o que facilita a busca por um vetor intervalar descrito por $[x_s]$, conforme será mostrado adiante. Se $[x_s]$ representa um controlador intervalar e aparece multilinearmente em $[A_s][x_s]$, as condições dadas em (6.10) precisam ser verificadas somente nos vértices de $[x_s]$. Portanto, para verificar se um controlador intervalar descrito por $[x_{int}]$ atinge o objetivo de controle por posicionamento de polos, checa-se somente se os vértices de $[x_{int}]$ atingem as condições dadas em (6.10).

A sintaxe da função *fmincon* exige que as restrições definidas em (6.9) sejam expressas na forma $Ax \leq b$. Portanto, baseado no Teorema 6.1, constrói-se a inequação

$$A_f x_s \leq b_f \quad (6.11)$$

com

$$A_f = \begin{bmatrix} A_l \\ -A_l \end{bmatrix}, \quad b_f = \begin{bmatrix} b_l^+ \\ -b_l^- \end{bmatrix}$$

onde a matriz A_l é construída substituindo-se os coeficientes intervalares de $[A_s]$ pelos seus valores inferiores e superiores, de maneira que cada linha i de $[A_s]$ é substituída por 2^r linhas que representam todas as combinações de valores inferiores e superiores dos coeficientes intervalares que aparecem na linha i de $[A_s]$, onde r é o número de coeficientes intervalares que estão presentes na linha i de $[A_s]$. Considerando $A_{l,i,j}$ como a linha j derivada da linha i de $[A_s]$, as seguintes restrições devem ser satisfeitas:

$$b_{s,i}^- \leq A_{l,i,j} x_s \leq b_{s,i}^+ \quad (6.12)$$

para $i = 1, 2, \dots, 2n + 2q$, onde $b_{s,i}^-$ e $b_{s,i}^+$ representam os elementos i dos vetores b_s^- e b_s^+ , respectivamente. Portanto, depois de construída a matriz A_l , os vetores b_l^- e b_l^+ são construídos com os elementos de b_s^- e b_s^+ , respectivamente, tendo o mesmo número de linhas de A_l , e obedecem as restrições em (6.12). Os elementos dos vetores b_l^- e b_l^+ são os limitantes inferior e superior de todas as restrições em (6.12), respectivamente. Note que o comprimento do vetor x_s não muda, já que o número de colunas de A_l é o mesmo de $[A_s]$. Entretanto, o número de linhas de A_l será maior que o de $[A_s]$, assim como o número de linhas de b_l^- e b_l^+ será maior que o de b_s^- e b_s^+ . Como exemplo dessa reescrita de (6.9) em (6.11), considere a relação $b_s^- \leq [A_s]x_s \leq b_s^+$ dada por

$$\begin{bmatrix} b_3^- \\ b_2^- \\ b_1^- \\ b_0^- \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} [\beta_1] & [\beta_0] & 0 & 0 \\ 0 & [\beta_0] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [\alpha_1] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [\alpha_0] \end{bmatrix} x_s \leq \begin{bmatrix} b_3^+ \\ b_2^+ \\ b_1^+ \\ b_0^+ \end{bmatrix}$$

Portanto, para esse exemplo, a matriz A_l e os vetores b_l^- e b_l^+ seriam construídos como

$$A_l = \begin{bmatrix} \beta_1^- & \beta_0^- & 0 & 0 \\ \beta_1^- & \beta_0^+ & 0 & 0 \\ \beta_1^+ & \beta_0^- & 0 & 0 \\ \beta_1^+ & \beta_0^+ & 0 & 0 \\ 0 & \beta_0^- & 0 & 0 \\ 0 & \beta_0^+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_1^- & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_1^+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_0^- \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_0^+ \end{bmatrix}, \quad b_l^- = \begin{bmatrix} b_3^- \\ b_3^- \\ b_3^- \\ b_2^- \\ b_2^- \\ b_1^- \\ b_1^- \\ b_0^- \\ b_0^- \end{bmatrix}, \quad b_l^+ = \begin{bmatrix} b_3^+ \\ b_3^+ \\ b_3^+ \\ b_3^+ \\ b_2^+ \\ b_2^+ \\ b_1^+ \\ b_1^+ \\ b_0^+ \\ b_0^+ \end{bmatrix}$$

e dessa forma, torna-se possível reconstruir a inequação (6.9) conforme em (6.11)

para buscar um controlador intervalar descrito por $[x_s]$ através da função f_{mincon} .

Com a equação (6.11) construída, torna-se necessário definir as funções objetivo, cujos valores mínimos irão representar os limitantes inferior e superior de um controlador intervalar temporário descrito por $[x_{int}]$. Para determinar o vetor intervalar $[x_{int}]$ através da função f_{mincon} , considera-se duas funções objetivo: f_{min} para encontrar o vetor limitante inferior de $[x_{int}]$, descrito por x_{min} , e f_{max} para encontrar o vetor limitante superior de $[x_{int}]$, descrito por x_{max} . As expressões para f_{min} e f_{max} podem ser definidas de diversas formas pelo usuário. Nesta tese, propõe-se as seguintes relações matemáticas:

$$x_{min} = \min_{l_b \leq x \leq u_b} f_{min}(x), \quad f_{min}(x) = \sum_{i=1}^{2n+2q} \left(\frac{x_i - l_{b,i}}{u_{b,i} - l_{b,i}} \right)^2 \quad (6.13)$$

$$x_{max} = \min_{l_b \leq x \leq u_b} f_{max}(x), \quad f_{max}(x) = \sum_{i=1}^{2n+2q} \left(\frac{x_i - u_{b,i}}{u_{b,i} - l_{b,i}} \right)^2 \quad (6.14)$$

onde os vetores $l_b, u_b \in \mathbb{R}^{2n+2q}$ são os limitantes inferior e superior do espaço de busca dos vetores x_{min} e x_{max} , de maneira que as soluções estão sempre nas faixas $l_b \leq x_{min} \leq u_b$ e $l_b \leq x_{max} \leq u_b$, e são usadas como pontos de partida para $f_{min}(x)$ e $f_{max}(x)$, respectivamente.

Conforme dito anteriormente, a busca por $[x_s]$ pode ser feita através de funções objetivo f_{min} e f_{max} construídas de inúmeras formas, inclusive como funções lineares. Entretanto, a escolha feita neste trabalho das funções objetivo conforme (6.13) e (6.14) tem por objetivo dar o mesmo peso para cada coeficiente de $[x_{int}]$, já que cada quociente dos somatórios das funções $f_{min}(x)$ e $f_{max}(x)$ é um percentual de quão próximo x_i está de $l_{b,i}$, na busca por $x_{min,i}$, e quão próximo x_i está de $u_{b,i}$, na busca por $x_{max,i}$, independentemente dos valores escolhidos para os pares $l_{b,i}$ e $u_{b,i}$. Quanto menor for o valor do quociente envolvendo x_i , mais largo será o coeficiente intervalar $[x_{int,i}]$ do vetor $[x_{int}]$. Se por exemplo define-se f_{min} como sendo o somatório dos x_i , um coeficiente buscado num largo espaço de busca poderia prejudicar a determinação de coeficientes buscados em espaços menores.

A definição do espaço de busca para encontrar o vetor $[x_s]$ é livre para o usuário, ou seja, não há um critério para a inicialização de l_b e u_b . Entretanto, é recomendável que cada faixa $u_{b,i} - l_{b,i}$ seja suficientemente larga para que a busca por cada $[x_i]$, para $i = 1, 2, \dots, 2n + 2q$, não sofra qualquer tipo de limitação, como por exemplo buscar parâmetros somente com sinal positivo. Em resumo, já que se deseja encontrar os intervalos mais largos possíveis para os parâmetros do controlador intervalar, é recomendado que l_b e u_b sejam inicializados de maneira que cada faixa $u_{b,i} - l_{b,i}$ seja suficientemente larga, para $i = 1, 2, \dots, 2n + 2q$. Ao realizar uma busca pela primeira vez para um determinado problema, pode-se inicializar l_b e u_b com valores aleatórios e, caso a busca apresente alguma dificuldade, novos valores podem ser testados nas buscas seguintes. O fato é que escolhas diferentes para a inicialização de l_b e u_b podem resultar em controladores intervalares diferentes, que por sua vez irão garantir da mesma forma o posicionamento de polos na região delimitada por

$[B(s)]$.

Depois que o vetor intervalar $[x_{int}] = [x_{min}, x_{max}]^\top$ é encontrado pela função *fmincon*, é necessário verificar se aquele vetor intervalar é válido, ou seja, se para algum vértice $x \in \mathcal{V}([x_{int}])$ a inequação em (6.11) não é satisfeita, então uma nova busca deve ser realizada, já que neste caso com $[x_{int}]$ não se pode garantir o posicionamento de polos desejado. Se uma nova busca é necessária, os vetores l_b e u_b são atualizados para x_{min} e x_{max} , respectivamente, reduzindo o espaço de busca por $[x_{int}]$. Por outro lado, se $[x_{int}]$ representa um controlador intervalar válido, o algoritmo é finalizado e tem-se que $[x_s] = [x_{int}] = [x_{min}, x_{max}]^\top$, que é descrito similarmente a (2.30), conforme segue:

$$[x_s] = \underbrace{[0, \dots, 0]}_q, 1, [x]^\top \in \mathbb{R}^{2n+2q} \quad (6.15)$$

$$[x] = [[l_{n-2}], [l_{n-3}], \dots, [l_0], [p_{n+q-1}], [p_{n+q-2}], \dots, [p_0]]^\top \in \mathbb{R}^{2n+q-1} \quad (6.16)$$

onde $[p_i] = [p_i^-, p_i^+]$, para $i = 0, 1, \dots, n+q-1$, e $[l_j] = [l_j^-, l_j^+]$, para $j = 0, 1, \dots, n-2$, são os coeficientes de

$$[P_c(s)] = [p_{n+q-1}]s^{n+q-1} + \dots + [p_1]s + [p_0]$$

$$[L_c(s)] = s^{n-1} + [l_{n-2}]s^{n-2} + \dots + [l_1]s + [l_0]$$

A rotina completa para encontrar o controlador intervalar descrito por $[x]$, conforme (6.16), é apresentada no Algoritmo 1, que recebe como entrada o vetor $[\theta^*]$ para a construção da matriz A_f , b^- e b^+ para a construção de b_f , e os vetores l_b e u_b que determinam o espaço da busca de $[x]$. O uso da função *fmincon* se dá na determinação de x_{min} e x_{max} .

6.5 Cálculo dos Parâmetros do Controlador

Calculadas as estimativas dos parâmetros da planta, formando uma planta estimada com $\hat{Z}(s)$ e $\hat{R}(s)$, os parâmetros do controlador são calculados pela solução da equação Diofantina em cada instante de tempo t . O polinômio característico usado para resolver a Equação Diofantina é o centro do polinômio $[B(s)]$, ou seja, um polinômio cujos coeficientes são os centros dos coeficientes de $[B(s)]$, conforme segue:

$$B_c(s) = s^{2n+q-1} + b_{2n+q-2}^c s^{2n+q-2} + \dots + b_1^c s + b_0^c \quad (6.17)$$

onde $b_i^c = (b_i^- + b_i^+)/2$, para $i = 0, 1, \dots, 2n+q-2$, e o vetor de coeficientes de $B_c(s)$ é definido como

$$b^c = [b_{2n+q-2}^c, \dots, b_1^c, b_0^c]^\top \quad (6.18)$$

Portanto, o cálculo dos parâmetros do controlador em cada instante de tempo t é feito conforme segue:

$$\hat{x}_s = \hat{A}_s^{-1} b_s^c \quad (6.19)$$

Algoritmo 1: Algoritmo de busca de $[x]$.

Entrada: $[\theta^*]$, b^- , b^+ , l_b e u_b
Saída: $[x]$

```

1 encontrado  $\leftarrow 0$ ;
2 enquanto encontrado = 0 faça
3    $x_{min} \leftarrow \min_{l_b \leq x \leq u_b} f_{min}(x)$  tal que  $A_f x_s \leq b_f$ ;
4    $x_{max} \leftarrow \min_{l_b \leq x \leq u_b} f_{max}(x)$  tal que  $A_f x_s \leq b_f$ ;
5    $[x_{int}] \leftarrow [x_{min}, x_{max}]$ ;
6   para todo  $v_\theta \in \mathcal{V}([\theta^*])$  faça
7     para todo  $v_x \in \mathcal{V}([x_{int}])$  faça
8       se  $(S(v_\theta)v_x < b_s^-)$  ou  $(S(v_\theta)v_x > b_s^+)$  então
9          $l_b \leftarrow x_{min}$ ;
10         $u_b \leftarrow x_{max}$ ;
11        ir para 2;
12      fim
13    fim
14  fim
15  encontrado  $\leftarrow 1$ ;
16   $[x_s] \leftarrow [x_{min}, x_{max}]$ ;
17 fim
18 retorna  $[x]$ ;

```

onde

$$b_s^c = [\underbrace{0, \dots, 0}_q, 1, b^{c\top}]^\top \in \mathbb{R}^{2n+2q} \quad (6.20)$$

$$\hat{x}_s = [\underbrace{0, \dots, 0}_q, 1, \hat{x}^\top]^\top \in \mathbb{R}^{2n+2q} \quad (6.21)$$

$$\hat{x} = [\hat{l}_{n-2}, \hat{l}_{n-3}, \dots, \hat{l}_0, \hat{p}_{n+q-1}, \hat{p}_{n+q-2}, \dots, \hat{p}_1, \hat{p}_0]^\top \in \mathbb{R}^{2n+q-1} \quad (6.22)$$

onde \hat{l}_i e \hat{p}_i são os coeficientes de

$$\hat{P}_c(s) = \hat{p}_{n+q-1}s^{n+q-1} + \dots + \hat{p}_1s + \hat{p}_0$$

$$\hat{L}_c(s) = s^{n-1} + \hat{l}_{n-2}s^{n-2} + \dots + \hat{l}_1s + \hat{l}_0$$

e \hat{A}_s é a matriz de Sylvester formada com os coeficientes dos polinômios da planta

Algoritmo 2: Cálculo dos parâmetros do controlador IVS-APPC.

Entrada: $\hat{\theta}$, b^c e $[x]$
Saída: \hat{x}
 1 $\hat{x}_s \leftarrow \hat{A}_s^{-1} b_s^c$;
 2 **para** $i = 1$ **até** $2n + q - 1$ **faça**
 3 **se** $\hat{x}_i < x_i^-$ **então**
 4 $\hat{x}_i \leftarrow x_i^-$;
 5 **fim**
 6 **se** $\hat{x}_i > x_i^+$ **então**
 7 $\hat{x}_i \leftarrow x_i^+$;
 8 **fim**
 9 **fim**
 10 **retorna** \hat{x} ;

estimada ($\hat{Z}(s)$ e $Q_m(s)\hat{R}(s)$), ou seja,

$$\hat{A}_s = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_{n+q} & 0 & \hat{\beta}_{n+q} & 0 & & & \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & & \\ \hat{\gamma}_1 & \ddots & 0 & \hat{\beta}_1 & \ddots & & 0 \\ \hat{\gamma}_0 & \ddots & \hat{\gamma}_{n+q} & \hat{\beta}_0 & \ddots & \hat{\beta}_{n+q} & \\ 0 & \ddots & \vdots & 0 & \ddots & \vdots & \\ \vdots & \ddots & \hat{\gamma}_1 & \vdots & \ddots & \hat{\beta}_1 & \\ 0 & & \hat{\gamma}_0 & 0 & & \hat{\beta}_0 & \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

onde os elementos $\hat{\gamma}_i$, para $i = 0, 1, \dots, n + q$, são os coeficientes de $Q_m(s)\hat{R}(s)$. Como $Q_m(s)\hat{R}(s)$ é um polinômio mônico, tem-se que $\hat{\gamma}_{n+q} = 1$. Como $\hat{Z}(s)$ tem grau $m < n$, tem-se que $\hat{\beta}_{n+q} = \hat{\beta}_{n+q-1} = \dots = \hat{\beta}_{m+1} = 0$.

Apesar das estimativas de θ^* garantirem que \hat{y} segue y , não se pode garantir que os parâmetros do controlador calculados conforme (6.19) estarão contidos em $[x_s]$, ou seja, $\hat{x}_s \in [x_s]$. Portanto, os parâmetros do controlador são calculados conforme apresentado no Algoritmo 2.

6.6 Lei de Controle

Calculados os parâmetros conforme apresentado no Algoritmo 2, a lei de controle do IVS-APPC é formada em cada instante de tempo t como

$$u = -\frac{\hat{P}_c(s)}{Q_m(s)\hat{L}_c(s)}e_1 = -\frac{\sum_{i=0}^{n+q-1} \hat{p}_i s^i}{Q_m(s) \left(s^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} \hat{l}_i s^i \right)}e_1 \quad (6.24)$$

onde $\hat{p}_i \in [p_i] = [p_i^-, p_i^+]$, para $i = 0, 1, \dots, n + q - 1$, e $\hat{l}_j \in [l_j] = [l_j^-, l_j^+]$, para $j = 0, 1, \dots, n - 2$.

6.7 Resultados de Simulações

Nesta seção são apresentados resultados de simulações computacionais novamente utilizando o *software* Matlab[®], comparando o desempenho do VS-APPC e do IVS-APPC quando aplicados a plantas de fase não-mínima, utilizando para a lei de controle a abordagem polinomial, em ambos os casos. As derivadas são implementadas via aproximação de Euler, utilizando um passo de integração de 1ms. Todas as simulações apresentadas nesta seção são realizadas com condições iniciais da planta e do modelo iguais a zero e o sinal de referência assumido é do tipo degrau unitário ($r = 1$), e, portanto, tem-se que $Q_m(s) = s$ e $q = 1$.

O modelo paramétrico para a estimação de \hat{y} é construído com a seguinte função de transferência ERP:

$$W(s)L(s) = \frac{L(s)}{\Lambda(s)} = \frac{s + 2}{(s + 1)(s + 3)} \quad (6.25)$$

e, portanto, tem-se que

$$\lambda = [4, 3]^\top \quad \phi_u = L^{-1}(s)[\dot{u}, u]^\top, \quad \phi_y = L^{-1}(s)[-y, -y]^\top$$

e a lei de controle tem a forma

$$u = -\frac{\hat{p}_2 s^2 + \hat{p}_1 s + \hat{p}_0}{s(s + \hat{l}_0)} e_1$$

Da mesma forma que no capítulo anterior, a escolha dos polinômios característicos utilizados nas simulações a seguir não seguiu nenhum método ou critério de desempenho específico.

Para comparar o desempenho do VS-APPC e do IVS-APPC, em cada simulação o polinômio característico considerado para o projeto do VS-APPC será o centro de $[B(s)]$. Os índices de desempenho apresentados e utilizados no Capítulo 5 também são utilizados neste capítulo para comparar VS-APPC e IVS-APPC.

6.7.1 Planta de 2^a Ordem de Fase Não-Mínima Estável

A primeira planta a ser simulada é a mesma da Seção 5.6.1, cuja função de transferência é dada por

$$G(s) = \frac{\beta_1 s + \beta_0}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0} = \frac{2s - 10}{s^2 + 8s + 16} \quad (6.26)$$

e cujos coeficientes são assumidos desconhecidos mas contidos em intervalos fechados conhecidos que formam a seguinte planta intervalar:

$$[G(s)] = \frac{[Z(s)]}{[R(s)]} = \frac{[\beta_1]s + [\beta_0]}{s^2 + [\alpha_1]s + [\alpha_0]} = \frac{[1.6, 2.8]s + [-10.3, -9.1]}{s^2 + [7.7, 8.8]s + [15.5, 16.9]} \quad (6.27)$$

Além do rastreamento, o objetivo de controle do IVS-APPC é posicionar os polos de malha fechada na região especificada pelas raízes do seguinte polinômio característico intervalar, cuja estabilidade é garantida pelo Teorema de Kharitonov:

$$[B(s)] = s^4 + [18, 24]s^3 + [121.5, 216]s^2 + [364.5, 864]s + [410.0625, 1296] \quad (6.28)$$

Nesse caso, conforme dito anteriormente, o objetivo de controle do VS-APPC, além do rastreamento de r , é posicionar os polos de malha fechada nas posições das raízes do polinômio $B_c(s)$, ou seja,

$$B_c(s) = s^4 + 21s^3 + 168.75s^2 + 614.25s + 853.0313 \quad (6.29)$$

Considerando $[A]$ como a matriz de Sylvester resultante associada a $[Z(s)]$ e $[R(s)]$, conforme mencionado no Capítulo 2, tem-se que $\rho(|A_c^{-1}|A_r) = 0.2933 < 1$, que garante que $[A]$ é não-singular e, conseqüentemente, $[R(s)]$ e $[Z(s)]$ são polinômios intervalares robustamente coprimos. Portanto, a planta intervalar e essas conclusões estão de acordo com as Hipóteses 6.1 a 6.4.

Dados a planta intervalar em (6.27) e o polinômio característico intervalar em (6.28), o próximo passo é determinar o controlador intervalar através do Algoritmo 1, que vai delimitar cada parâmetro da lei de controle do IVS-APPC. Para as simulações apresentadas nesta tese no caso do IVS-APPC, todos os elementos de l_b são inicializados com -10^3 e todos os elementos de u_b são inicializados com 10^3 . Dessa forma, usando o Algoritmo 1, o seguinte controlador intervalar é obtido, que define limitantes inferior e superior para cada coeficiente da lei de controle do IVS-APPC:

$$[x] = \begin{bmatrix} l_0^-, & l_0^+ \\ p_2^-, & p_2^+ \\ p_1^-, & p_1^+ \\ p_0^-, & p_0^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21.6949, & 21.6999 \\ -4.0686, & -4.0629 \\ -34.9951, & -34.7561 \\ -94.0287, & -48.5338 \end{bmatrix}$$

Para esta simulação, considerando que a planta intervalar é a mesma utilizada na Seção 5.6.1, as amplitudes dos relés usadas nas leis chaveadas para esta simulação foram as mesmas das simulações apresentadas na referida seção, ou seja: $\bar{\beta}_1 = 1.5$, $\bar{\beta}_0 = 0.61$, $\bar{\alpha}_1 = 0.64$ e $\bar{\alpha}_0 = 0.72$. Em condições ideais, sem perturbações e variações paramétricas, usando essas constantes o VS-APPC apresenta tempo de estabilização $t_s = 0.821s$, porcentagem de *overshoot* de 1.99% e porcentagem de *undershoot* de 30.19%, conforme apresentado nos resultados na Seção 5.6.1. Já o IVS-APPC, usando as mesmas constantes, apresenta tempo de estabilização $t_s = 1.684s$, porcentagem de *overshoot* de 12.43% e porcentagem de *undershoot* de 30.26%.

Para comparar o desempenho do VS-APPC e do IVS-APPC, a partir do instante

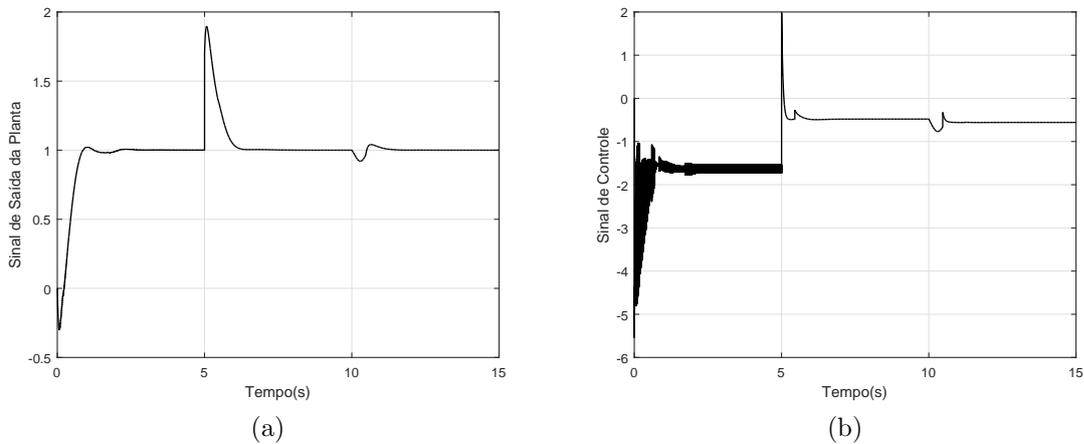


Figura 6.1: VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima estável, sujeita a variações paramétricas e uma perturbação na saída.

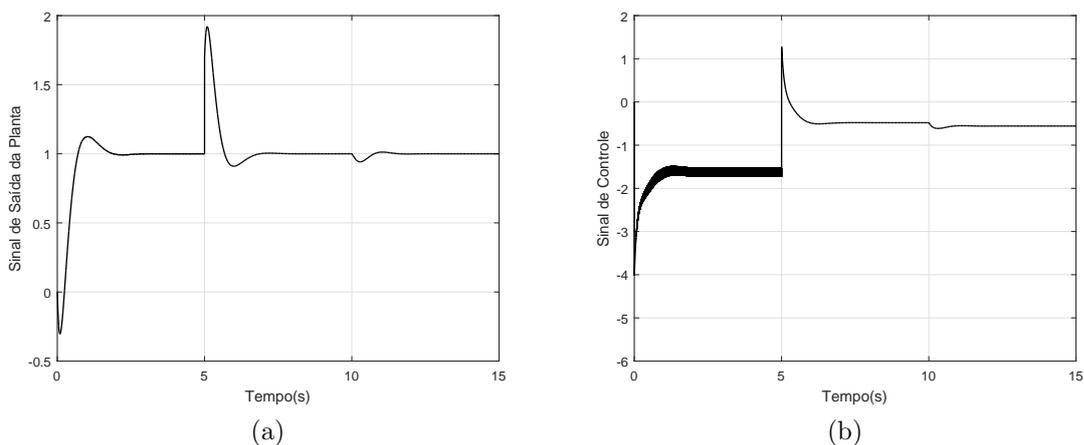


Figura 6.2: IVS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima estável, sujeita a variações paramétricas e uma perturbação na saída.

$t = 5s$ é aplicada uma perturbação aditiva na saída da planta ($d = 0.7$) e no instante de tempo $t = 10s$ são feitas variações paramétricas em todos os parâmetros de (6.26), conforme segue: $\beta_1 = 2.8$, $\beta_0 = -9.1$, $\alpha_1 = 7.7$ e $\alpha_0 = 16.9$. Note que são os mesmos testes realizados para comparar APPC e VS-APPC na Seção 5.6.1. A Figura 6.1 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do VS-APPC à planta em (6.26), e a Figura 6.2 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do IVS-APPC à mesma planta.

Conforme pode ser observado, VS-APPC e IVS-APPC apresentam comportamento transitório e em regime permanente bastante similares, apresentando robustez às variações paramétricas e à perturbação na saída da planta. Entretanto, conforme mostra a Figura 6.3, alguns polos de malha fechada no caso do VS-APPC estão muito próximos da origem ou, nas demais situações, ficam muito dispersos. É importante verificar que o sinal de controle do VS-APPC, e também do IVS-APPC,

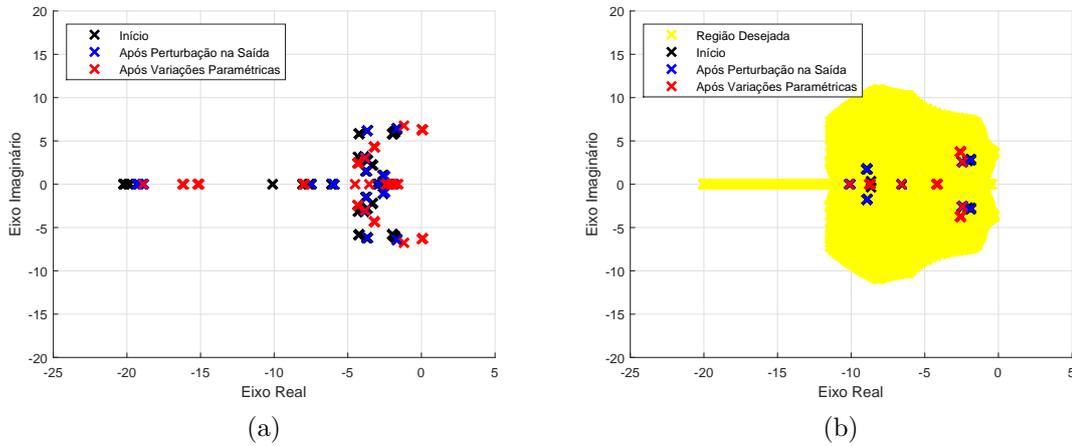


Figura 6.3: Comportamento dos polos de malha fechada do VS-APPC (a) e do IVS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima estável com variações paramétricas e perturbação na saída.

apresenta amplitude de chaveamento bem menor que no caso das versões baseadas no VS-MRAC original (Hsu & Costa 1989, Hsu & Costa 1992). Esta característica é importante já que permite a aplicação do VS-APPC e do IVS-APPC a vários processos industriais. A Tabela 6.1 apresenta uma comparação entre IVS-APPC e VS-APPC baseada em índices de desempenhos sobre o erro de rastreamento (IAE, ISE, ITAE e ITSE) e sinal de controle (E_u), confirmando o comportamento similar apresentado nas Figuras 6.1 e 6.2, embora o IVS-APPC apresente desempenho ligeiramente melhor que o VS-APPC em termos de *chattering* do sinal de controle. A explicação desta diferença na amplitude do *chattering*, que será observada também nos próximos resultados, está na limitação imposta em cada parâmetro da lei de controle do IVS-APPC. Se por um lado essa limitação pode afetar o desempenho do sistema (tempo de estabilização, *overshoot*, etc), por outro lado permite que o objetivo de posicionar os polos de malha fechada numa região desejada seja atingido perfeitamente. Para evitar que o sistema tenha seu desempenho afetado pela limitação do projeto nos parâmetros do controlador, é necessário que o polinômio característico $[B(s)]$ seja projetado para alcançar requisitos de desempenho de malha fechada específicos. A escolha do polinômio característico e, conseqüentemente, de seus coeficientes, vai afetar diretamente a obtenção dos parâmetros do controlador intervalar, assim como o desempenho do sistema em malha fechada.

6.7.2 Planta de 2ª Ordem de Fase Não-Mínima Instável

Agora, considere a planta de fase não-mínima instável discutida na Seção 5.6.2, cuja função de transferência é dada por:

$$G(s) = \frac{Z(s)}{R(s)} = \frac{\beta_1 s + \beta_0}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0} = \frac{3s - 1}{s^2 - s + 9} \quad (6.30)$$

Tabela 6.1: Comparação de desempenho entre VS-APPC e IVS-APPC para uma planta de fase não-mínima estável com variações paramétricas e perturbação na saída.

	IVS-APPC	VS-APPC
IAE	985.5586	979.6576
ISE	703.9369	702.1674
ITAE	2.6424e+03	2.7989e+03
ITSE	1.2960e+03	1.3254e+03
E_u	1.3559e+04	1.3510e+04

e cujos coeficientes são assumidos desconhecidos mas contidos nos respectivos coeficientes intervalares da planta representada como:

$$[G(s)] = \frac{[Z(s)]}{[R(s)]} = \frac{[\beta_1]s + [\beta_0]}{s^2 + [\alpha_1]s + [\alpha_0]} = \frac{[2.8, 3.3]s + [-1.3, -0.9]}{s^2 + [-1.4, -0.7]s + [8.2, 9.3]} \quad (6.31)$$

O objetivo de controle do IVS-APPC é posicionar os polos de malha fechada na região especificada pelas raízes de

$$[B(s)] = s^4 + [6, 8]s^3 + [13.5, 24]s^2 + [13.5, 32]s + [5.0625, 16] \quad (6.32)$$

Nesse caso, o objetivo de controle do VS-APPC é posicionar os polos de malha fechada nas posições das raízes do polinômios $B_c(s)$, ou seja,

$$B(s) = s^4 + 7s^3 + 18.75s^2 + 22.75s + 10.5313 \quad (6.33)$$

Considerando $[A]$ como a matriz de Sylvester resultante associada a $[Z(s)]$ e $[R(s)]$, tem-se que $\rho(|A_c^{-1}|A_r) = 0.1696 < 1$, o que garante que $[A]$ é não-singular e, conseqüentemente, $[R(s)]$ e $[Z(s)]$ são polinômios intervalares robustamente coprimos.

Dados a planta intervalar representada em (6.31) e escolhido o polinômio característico intervalar dado por (6.32), usando o Algoritmo 1 com todos os elementos de l_b iguais a -10^3 e todos os elementos de u_b iguais a 10^3 , o seguinte controlador intervalar é obtido:

$$[x] = \begin{bmatrix} l_0^-, & l_0^+ \\ p_2^-, & p_2^+ \\ p_1^-, & p_1^+ \\ p_0^-, & p_0^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.3940, & 6.4526 \\ 0.3864, & 0.6549 \\ 5.6164, & 5.8584 \\ -9.4647, & -8.2438 \end{bmatrix}$$

Para esta simulação, considerando que a planta intervalar é a mesma utilizada na Seção 5.6.2, as amplitudes dos relés utilizadas nas leis chaveadas foram as mesmas das simulações apresentadas na referida seção, ou seja: $\bar{\beta}_1 = 0.26$, $\bar{\beta}_0 = 0.22$, $\bar{\alpha}_1 = 0.36$ e $\bar{\alpha}_0 = 2$. Em condições ideais, sem perturbações e variações paramétricas,

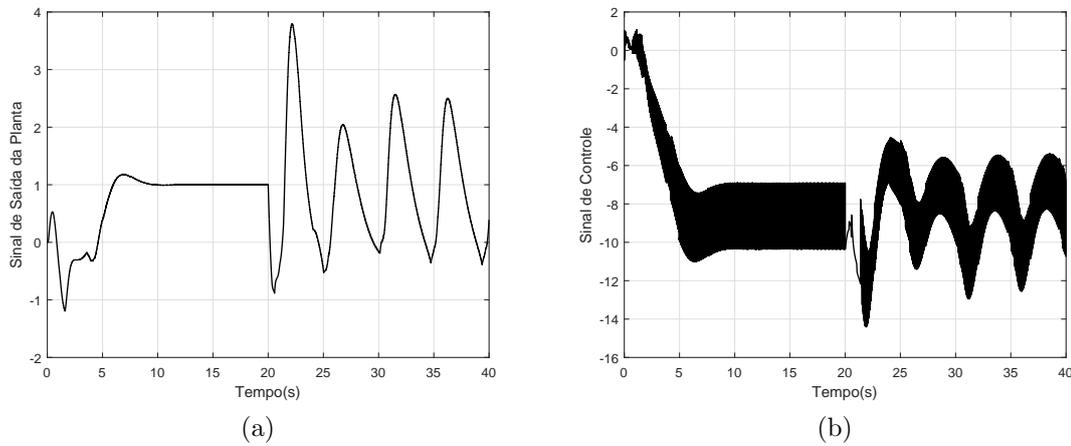


Figura 6.4: VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a variações paramétricas.

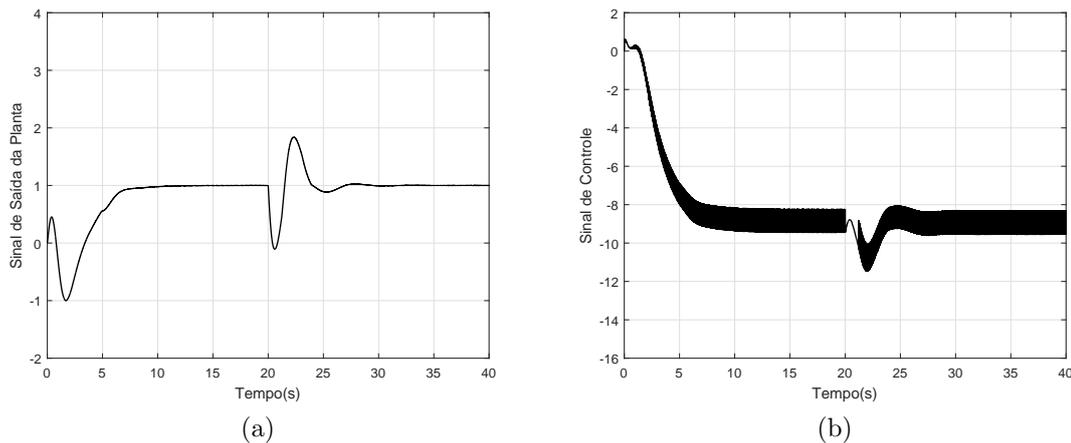


Figura 6.5: IVS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a variações paramétricas.

usando essas constantes o VS-APPC apresenta tempo de estabilização $t_s = 9.149s$, porcentagem de *overshoot* de 18.06% e porcentagem de *undershoot* de 119.87%, conforme apresentado nos resultados na Seção 5.6.1. Já o IVS-APPC, usando as mesmas constantes, apresenta tempo de estabilização $t_s = 10.218s$, porcentagem de *overshoot* de 0.17% e porcentagem de *undershoot* de 100.14%.

Para comparar o desempenho do VS-APPC e do IVS-APPC, a partir do instante $t = 20s$ é feita uma variação no valor de todos os parâmetros da planta, conforme segue: $\beta_1 = 3.3$, $\beta_0 = -0.9$, $\alpha_1 = -1.4$ e $\alpha_0 = 8.2$. Note que o teste desta simulação é o mesmo realizado para comparar APPC e VS-APPC na Seção 5.6.2. A Figura 6.4 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do VS-APPC à planta em (6.30), e a Figura 6.5 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do IVS-APPC à mesma planta.

Pode-se notar nesta simulação que o VS-APPC e o IVS-APPC apresentam com-

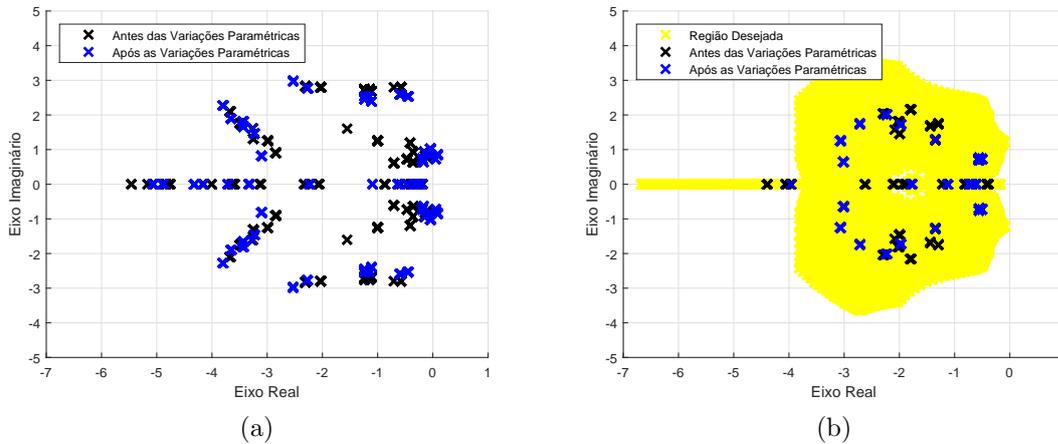


Figura 6.6: Comportamento dos polos de malha fechada do VS-APPC (a) e do IVS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima instável com variações paramétricas.

portamento similar durante os primeiros 20s, apesar da amplitude do sinal de controle do VS-APPC ser maior que o do IVS-APPC. As variações paramétricas largas e abruptas em $t = 20s$ afetam significativamente o desempenho do VS-APPC (conforme mostram os índices relacionados ao erro de rastreamento na Tabela 6.2), tornando o sinal de saída da planta bastante oscilatório, e, portanto, não mais seguindo o sinal de referência. Este fato pode ser verificado na Figura 6.6, onde os polos de malha fechada estão em grande parte da simulação muito próximos da origem, ou bastante dispersos. No caso do IVS-APPC, os polos de malha fechada estão mais concentrados e, portanto, o objetivo de rastreamento permanece atingido, assim como a estabilidade do sistema, apesar da variação dos parâmetros. Portanto, com base nesta simulação, onde tem-se um sistema muito sensível ao projeto de controle adotado, pode-se concluir que o VS-APPC pode levar o sistema à instabilidade em algumas situações, conforme já havia sido apresentado no Capítulo 5, tais como largas variações paramétricas conhecidas (mesmo que as amplitudes dos relés tenham sido escolhidas considerando a faixa onde cada parâmetro da planta estava contido) e escolha inadequada do polinômio característico, já que o sistema é difícil de controlar. O IVS-APPC, por ter um projeto robusto que garante que os polos de malha fechada permanecem numa região localizada no semiplano esquerdo, comprova que seu objetivo de controle é atingido mesmo com variações paramétricas limitadas.

O segundo teste é a aplicação de uma perturbação aditiva do tipo degrau ($d = 0.5$) na entrada, a partir do instante $t = 20s$, e outra da mesma forma ($d = 0.5$) na saída da planta, a partir do instante $t = 40s$. A Figura 6.7 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do VS-APPC à planta em (6.30), e a Figura 6.8 apresenta o sinal de saída da planta (a) e o sinal de controle (b) no caso da aplicação do IVS-APPC à mesma planta. Ambos os controladores apresentam comportamento similar, com robustez às perturbações aplicadas e mantendo o rastreamento do sinal de referência. Entretanto, no caso do VS-APPC, o sinal de saída da planta é visivelmente mais afetado pelas perturbações

Tabela 6.2: Comparação de desempenho entre VS-APPC e IVS-APPC para uma planta de fase não-mínima instável com variações paramétricas.

	IVS-APPC	VS-APPC
IAE	8.9726e+03	2.5581e+04
ISE	9.8361e+03	3.2526e+04
ITAE	7.4004e+04	5.6379e+05
ITSE	5.5310e+04	6.8192e+05
E_u	3.3358e+05	3.2922e+05

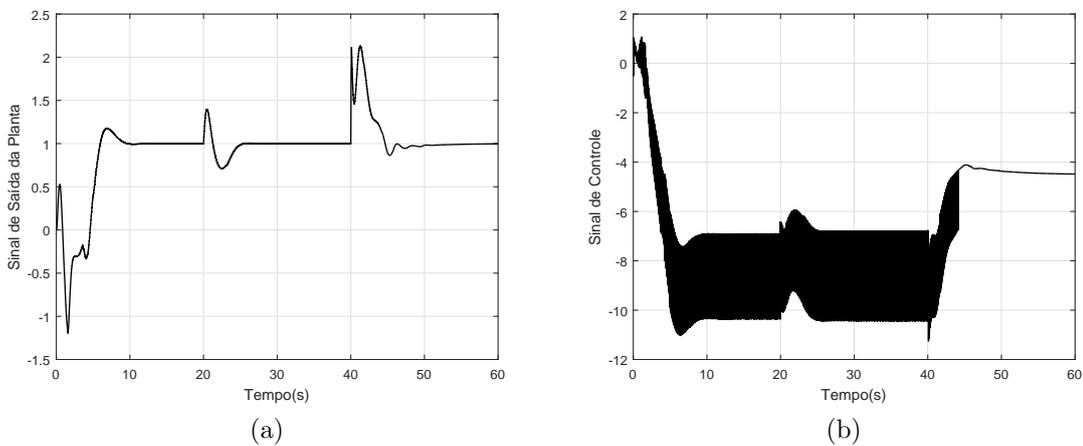


Figura 6.7: VS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a perturbações na entrada e na saída.

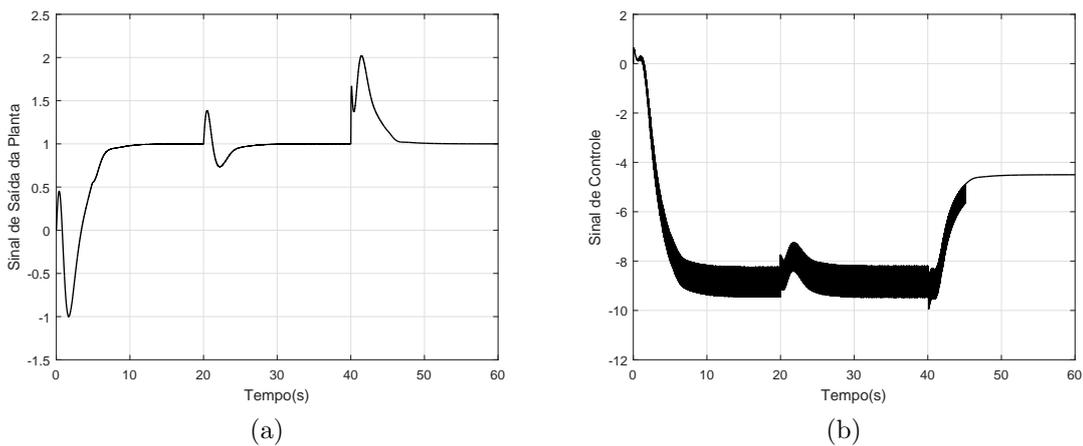


Figura 6.8: IVS-APPC aplicado a uma planta de segunda ordem de fase não-mínima instável, sujeita a perturbações na entrada e na saída.

e o *chattering* do sinal de controle apresenta magnitude maior que no caso do IVS-APPC.

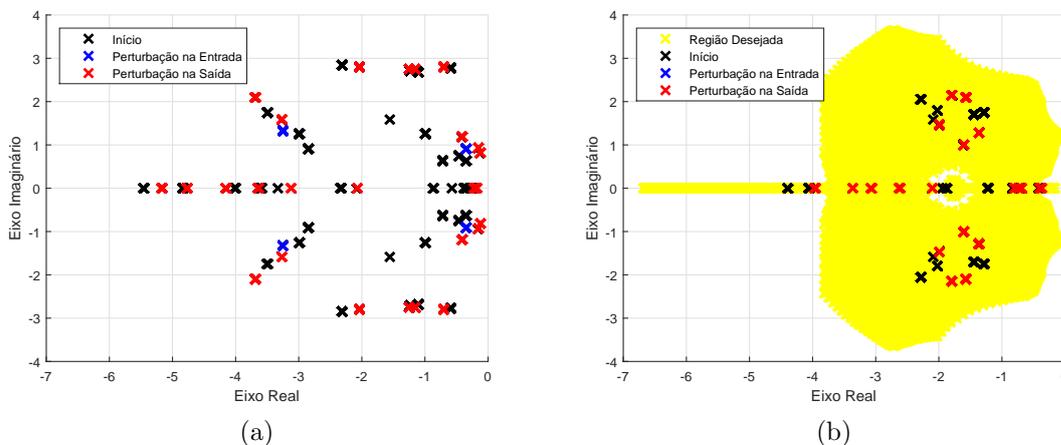


Figura 6.9: Comportamento dos polos de malha fechada do VS-APPC (a) e do IVS-APPC (b) aplicados a uma planta de fase não-mínima instável com perturbações na entrada e na saída.

Pode-se notar nas Figuras 6.7 e 6.8 que após a aplicação da perturbação na saída da planta, no instante $t = 40s$, o sinal de controle passa a ter comportamento suave. Isto se deve ao fato de que a perturbação na saída da planta faz com que o sinal de saída estimado \hat{y} deixe de seguir o sinal de saída y , o que torna o erro de estimação ϵ_1 diferente de zero e sem mudança de sinal. Portanto, o erro de estimação, que apresentava valor infinitesimal chaveando em torno de zero, passa a não sofrer mais mudanças de sinal. Como as leis chaveadas dependem do erro de estimação ϵ_1 , as estimativas dos parâmetros da planta não chaveiam mais e, portanto, permanecem constantes. Por consequência, os parâmetros do controlador também se tornam constantes, eliminando assim a presença de *chattering* no sinal de controle.

A Figura 6.9 apresenta o comportamento dos polos de malha fechada em ambos os casos. É possível perceber que os polos permanecem no semiplano esquerdo com VS-APPC e IVS-APPC, mesmo após as perturbações. A diferença é que no caso do IVS-APPC os polos estão mais concentrados e numa região menor, o que é uma característica já observada nas simulações anteriores deste esquema de controle. A Tabela 6.3 apresenta os índices de desempenho da simulação em questão, comprovando o comportamento bastante similar dos dois controladores.

Tabela 6.3: Comparação de desempenho entre VS-APPC e IVS-APPC para uma planta de fase não-mínima instável sob perturbações na entrada e na saída.

	IVS-APPC	VS-APPC
IAE	1.0243e+04	1.0722e+04
ISE	1.0100e+04	1.0919e+04
ITAE	1.6077e+05	1.6329e+05
ITSE	9.8103e+04	1.0574e+05
E_u	4.2872e+05	4.2477e+05

6.8 Comentários Finais

Nos resultados de simulação apresentados na seção anterior, o controlador IVS-APPC se mostrou uma alternativa interessante para plantas SISO LTI que têm parâmetros não conhecidos com exatidão, quando o objetivo de controle é manter os polos de malha fechada em um determinada região, independentemente de situações que possam afetar o desempenho de malha fechada. Além disso, mesmo quando a planta é de difícil controle, como é o caso de plantas de fase não-mínima instáveis, o IVS-APPC se mostra robusto a largas variações paramétricas e perturbações na entrada e saída, conforme os exemplos deste capítulo mostraram, que não causam instabilidade ao sistema em malha fechada. Essas vantagens em relação ao VS-APPC se devem ao projeto da lei de controle, que está preparada para variações paramétricas dentro de faixas conhecidas e robustez a perturbações, que é uma característica herdada pelo uso de leis chaveadas na estimação dos parâmetros da planta. O Capítulo 5 mostrou algumas vantagens do VS-APPC em relação ao APPC, e este capítulo mostra vantagens do IVS-APPC em relação ao VS-APPC.

Portanto, o IVS-APPC apresenta projeto bastante similar e algumas características importantes do VS-APPC, como a aplicação a plantas de fase não-mínima, robustez a perturbações e transitório rápido. Por outro lado, o IVS-APPC é projetado de forma a suprir algumas deficiências do VS-APPC, mesmo quando a planta é de fase não-mínima e instável, principalmente no que se refere a manter os polos de malha fechada numa região desejada, tornando assim o sistema em malha fechada robusto. Entretanto, o objetivo do posicionamento de polos é alcançado mediante um esforço computacional prévio para determinar as faixas possíveis para cada parâmetro do controlador, procedimento que não está presente no projeto do VS-APPC. Portanto, a escolha de um dos dois controladores deve ser avaliada de acordo com as peculiaridades e necessidades do sistema de controle que se deseja projetar. Este capítulo mostrou que ambos os esquemas apresentam resultados satisfatórios de robustez e desempenho.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas

Esta tese apresentou o projeto e resultados de simulação dos esquemas de controle denominados Controle Adaptativo por Posicionamento de Polos e Estrutura Variável (*Variable Structure Adaptive Pole Placement Control* - VS-APPC) e Controle Adaptativo Intervalar por Posicionamento de Polos e Estrutura Variável (*Interval Variable Structure Adaptive Pole Placement Control* - IVS-APPC), usando a abordagem polinomial para a lei de controle. Ambos têm a mesma estrutura do Controle Adaptativo por Posicionamento de Polos (*Adaptive Pole Placement Control* - APPC), mas utilizam leis chaveadas oriundas da teoria de Sistemas com Estrutura Variável, ao invés de leis integrais (método do gradiente, mínimos quadrados, etc.), para estimar os parâmetros desconhecidos da planta, utilizando somente medições de entrada e saída.

Os capítulos desta tese apresentaram diversas características comuns entre VS-APPC e IVS-APPC: aplicabilidade a plantas de fase não-mínima; desempenho transitório satisfatório; *chattering* do sinal de controle com amplitude menor em relação a outros esquemas de controle adaptativo, mesmo sem filtragem; robustez a variações paramétricas e perturbações; e projeto podendo ser aplicado sem distinção a plantas LTI de quaisquer ordem e grau relativo.

Por outro lado, as diferenças entre VS-APPC e IVS-APPC também merecem destaque. O esforço computacional prévio do projeto do IVS-APPC para encontrar um controlador intervalar é recompensado pela garantia do posicionamento de polos em uma região desejada, definida pelas raízes de um polinômio característico intervalar cuja estabilidade é comprovada pelo Teorema de Kharitonov, mesmo na presença de variações paramétricas dentro de faixas conhecidas. Essa é uma característica importante do IVS-APPC, pois garante estabilidade robusta ao sistema, independentemente de quão largas são as variações, desde que se conheça os limites máximo e mínimo de cada parâmetro da planta. O projeto do VS-APPC não requer a determinação de limiares para os parâmetros da lei de controle, e por isso não pode garantir desempenho satisfatório no caso de sistemas que apresentem comportamento difícil, como é o caso de plantas de fase não-mínima, caso ocorram largas variações paramétricas, conforme mostraram os resultados de simulação. Portanto, o projeto do IVS-APPC surge como alternativa para o caso onde se deseja garantir o posicionamento de polos de malha fechada no controle de sistemas com parâmetros incertos, além de manter características importantes do VS-APPC.

Algumas perspectivas e trabalhos futuros relacionados ao VS-APPC e IVS-APPC são: a análise de robustez a perturbações e dinâmica não-modelada, a otimização do cálculo dos parâmetros do controlador e/ou das estimativas dos parâmetros da planta para melhorar ainda mais o desempenho, um estudo sistemático baseado em critérios de desempenho para projetar o polinômio característico intervalar, a extensão das propostas apresentadas para sistemas multivariáveis, a comparação com outros esquemas de controle adaptativo com estrutura variável e a implementação prática.

Referências Bibliográficas

- Anderson, B. D. O. & S. Vongpanitlerd (1973), *Network Analysis and Synthesis: A Modern Systems Theory Approach*, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Antic, D. & S. Dimitrijevic (1998), ‘Non-Minimum Phase Plant Control Using Fuzzy Sliding Mode’, *Electronics Letters* **34**(11), 1156–1158.
- Araújo, A. D. (1993), Contribuição à Teoria de Controle Adaptativo por Modelo de Referência e Estrutura Variável: Uma Abordagem Entrada/Saída, Tese de doutorado, Programa de Engenharia Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Aström, K. J. (1980), Direct Methods for Nonminimum Phase Systems, *em* ‘Proceedings of 19th IEEE Conference on Decision and Control’, pp. 611–615.
- Aström, K. J. (1988), Robust and Adaptive Pole Placement, *em* ‘Proceedings of American Control Conference’, pp. 2423–2428.
- Aström, K. J., P. Hagander & J. Sternby (1984), ‘Zeros of Sampled Systems’, *Automatica* **20**(1), 31–38.
- Astrom, K. J. & B. Wittenmark (1997), *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*, 2ª edição, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Banerjee, S., K. Halder, S. Dasgupta, S. Mukhopadhyay, K. Ghosh & A. Gupta (2015), ‘An interval approach for robust control of a large phwr with pid controllers’, *IEEE Transactions on Nuclear Science* **62**(1), 281–292.
- Bartlett, A. C., C. V. Hollot & H. Lin (1988), ‘Root location of an entire polytope of polynomials: It suffices to check the edges’, *Mathematics of Controls, Signals and Systems* **1**, 61–71.
- Bartolini, G. & A. Ferrara (1992), ‘Pole Assignment Control of Nonminimum Phase Systems: A Combined Adaptive Control - Variable Structure Approach’, *IEEE International Conference on Systems Engineering* pp. 54–58.
- Beeck, H. (1975), ‘Zur problematik der hüllenbestimmung von intervallgleichungssystemen’, *Lecture Notes in Computer Science* **29**, 150–159.
- Bernstein, D. S. (2002), ‘What makes some control problems hard?’, *IEEE Control Systems Magazine* **22**, 8–19.

- Bhattacharyya, S. P., H. Chapellat & L. H. Keel (1995), *Robust Control - The Parametric Approach*, 2ª edição, Prentice Hall, Upper Saddle River.
- Biernacki, R. M., H. Hwang & S. P. Bhattacharyya (1987), 'Robust stabilization of plants subject to structured real parameter perturbations', *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-32**(6), 495–506.
- Blondel, V. D. & J. N. Tsitsiklis (2000), 'A survey of computational complexity results in systems and control', *Automatica* **36**(9), 1249–1274.
- Bondia, J., M. Kieffer, E. Walter, J. Monreal & J. Pic'o (2004), Guaranteed tuning of pid controllers for parametric uncertain systems, em 'Proceedings of 43rd IEEE Conference on Decision and Control', pp. 2948–2953.
- Brockett, R. W. & C. I. Byrnes (1981), 'Multivariable Nyquist Criteria, Root Loci, and Pole Placement: A Geometric Viewpoint', *IEEE Transactions on Automatic Control* **26**(1), 271–284.
- Chapellat, H., M. Dahleh & S. P. Bhattacharyya (1991), 'On robust stability of interval control systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **36**(1), 59–67.
- Chapellat, H. & S. P. Bhattacharyya (1989), 'A generalization of kharitonov's theorem: Robust stability of interval plants', *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-34**(3), 306–311.
- Chen, C. T. (1999), *Linear System Theory and Design*, 2ª edição, Oxford University Press, New York.
- Chen, C. T. & M. D. Wang (2000), 'A two-degrees-of-freedom design methodology for interval process systems', *Computers and Chemical Engineering* **23**, 1745–1751.
- Choi, H. H., H. K. Yi & M. J. Chung (1990), Sliding Mode Control of Nonlinear Uncertain Systems Using a Sliding Observer, em 'Proceedings of 1993 IEEE Region 10 Conference on Computer, Communication, Control and Power Engineering', pp. 407–410.
- Cunha, C. D., A. D. Araújo & F. C. Mota (2006), A Dual-Mode Adaptive Robust Controller for Plants with Relative Degree One: Stability Analysis, em 'Proceedings of American Control Conference', Minneapolis, EUA, pp. 1–6.
- Cunha, C. D., A. D. Araújo & F. C. Mota (2007), 'Controlador em Modo Dual Adaptativo Robusto para Plantas com Grau Relativo Unitário: Prova de Estabilidade', *Controle e Automação* **18**, 223–233.
- Cunha, C. D., A. D. Araújo & F. C. Mota (2009), 'Controlador em modo dual adaptativo robusto para plantas com grau relativo arbitrário', *Controle & Automação* **20**(1), 72–82.

- Cunha, J. P. V. S., L. Hsu, R. R. Costa & F. Lizarralde (2003), ‘Output-Feedback Model-Reference Sliding Mode Control of Uncertain Multivariable Systems’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **48**(12), 2245–2250.
- Das, M. (1985), A Proof of Global Stability of a Direct Adaptive Pole Placement Scheme for Multivariable Systems, *em* ‘Proceedings of American Control Conference’, pp. 71–76.
- Das, M., P. Kokate & N. K. Loh (1990), Adaptive Robust Pole Placement - An Alternate Approach, *em* ‘Proceedings of American Control Conference’, pp. 2637–2642.
- Das, M. & R. Cristi (1990), ‘Robustness of an Adaptive Pole Placement Algorithm in the Presence of Bounded Disturbances and Slow Time Variation of Parameters’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **35**(6), 752–756.
- de la Barra, B. A. L. (1994), ‘On Undershoot in SISO Systems’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **39**(3), 578–581.
- Diong, B. M. & J. V. Medanic (1990), Robust Implementation of a Variable Structure Control Scheme, *em* ‘Proceedings of the 29th IEEE Conference on Decision and Control’, pp. 3458–3463.
- Duarte-Mermoud, M. A. & R. A. Prieto (2004), ‘Performance index for quality response of dynamical systems’, *ISA Transactions* **43**, 133–151.
- Egardt, B. (1979), *Stability of Adaptive Controllers*, Springer-Verlag, New York, EUA.
- El-Khoury, M., O. D. Crisalle & R. Longchamp (1993), ‘Influence of Zero Locations on the Number of Step-Response Extrema’, *Automatica* **29**, 1571–1574.
- Elliott, H. (1982), ‘Direct Adaptive Pole Placement with Application to Nonminimum Phase Systems’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **27**(3), 720–722.
- Elliott, H., R. Cristi & M. Das (1985), ‘Global Stability of Adaptive Pole Placement Algorithms’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **30**(4), 348–356.
- Elliott, H. & W. A. Wolovich (1981), Multivariable Adaptive Pole Placement, *em* ‘Proceedings of 20th IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes’, pp. 975–977.
- Feliu-Battle, V., R. Rivas-Perez, F. J. Castillo-Garcia, L. Sanchez-Rodriguez & A. Linarez-Saez (2011), ‘Robust fractional order controller for irrigation main canal pools with time-varying dynamical parameters’, *Computers and Electronics in Agriculture* **76**(2), 205–217.

- Filippov, A. F. (1964), 'Differential Equations with Discontinuous Right Hand Side', *American Math. Soc. Translations* **42**(2), 199–231.
- Francis, B. A. & W. M. Wonham (1975), 'The internal model principle for linear multivariable regulators', *Applied Mathematics and Optimization* **2**(2), 170–194.
- Franze, G., L. Carotenuto & A. Balestrino (2006), 'New inclusion criterion for the stability of interval matrices', *IEEE Proceedings Control Theory and Applications* **153**(4), 478–482.
- Freudenberg, J. S. & D. P. Looze (1985), 'Right half plane poles and zeros and design tradeoffs in feedback systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **30**(6), 555–565.
- Giri, F., M. Dion, L. Dugard & M. M'Saad (1989), 'Robust Pole Placement Direct Adaptive Control', *IEEE Transactions on Automatic Control* **34**(3), 356–359.
- Giri, F., M. M'Saad, J. M. Dion & L. Dugard (1990), 'Pole Placement Direct Adaptive Control for Time Varying Ill-Modeled Plant', *IEEE Transactions on Automatic Control* **35**(6), 723–726.
- Goodwin, G. C. & K. C. Sin (1984), *Adaptive Filtering Prediction and Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Ha, Q. P., H. Trinh, H. T. Nguyen & H. D. Tuan (1996), 'Dynamic Output Feedback Sliding-Mode Control Using Pole Placement and Linear Functional Observers', *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **50**(5), 1030–1037.
- Hansen, E. (1992), *Global Optimization Using Interval Analysis*, Dekker, New York, EUA.
- Hoagg, J. B. & D. S. Bernstein (2004), Direct adaptive stabilization of minimum-phase systems with bounded relative degree, *em* 'Proceedings of The 43rd Conference on Decision and Control', pp. 183–188.
- Hoagg, J. B. & D. S. Bernstein (2007), 'Nonminimum-phase zeros - much to do about nothing - classical control - revisited part ii', *IEEE Control Systems Magazine* **27**(3), 45–57.
- Horowitz, I. (1963), *Synthesis of Feedback Systems*, Academic Press, New York.
- Hsu, L. (1990), 'Variable Structure Model Reference Adaptive Control Using Only I/O Measurement: The General Case', *IEEE Transactions on Automatic Control* **35**, 1238–1243.
- Hsu, L., A. D. Araújo & R. R. Costa (1994), 'Analysis and Design of I/O Based Variable Structure Adaptive Control', *IEEE Transactions on Automatic Control* **39**, 4–21.

- Hsu, L., J. P. V. S. Cunha & R. R. Costa (2003), 'Model-Reference Output-Feedback Sliding Mode Controller for a Class of Multivariable Nonlinear Systems', *Asian Journal of Control* **5**(4), 543–556.
- Hsu, L. & R. R. Costa (1989), 'Variable structure model reference adaptive control using only input and output measurements - part i', *International Journal of Control* **49**(2), 399–416.
- Hsu, L. & R. R. Costa (1992), 'Robustness of vs-mrac with respect to unmodeled dynamics and external disturbances', *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **6**(1), 19–33.
- Ioannou, P. A. & G. Tao (1987), 'Frequency domain conditions for strictly positive real functions', *IEEE Transactions on Automatic Control* **32**(1), 53–54.
- Ioannou, P. A. & J. Sun (1996), *Robust Adaptive Control*, Prentice Hall, New Jersey, EUA.
- Ioannou, P. A. & K. S. Tsakalis (1986), 'A Robust Direct Adaptive Controller', *IEEE Transactions on Automatic Control* **31**(11), 1033–1043.
- Ioannou, P. A. & P. V. Kokotovic (1983), *Adaptive Systems with Reduced Models*, Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- Ioannou, P. A. & P. V. Kokotovic (1984), 'Instability Analysis and the Improvement of Robustness of Adaptive Control', *Automatica* **20**(5), 583–594.
- Ioannou, P. & J. Sun (1988), 'Theory and Design of Robust Direct and Indirect Adaptive Control Schemes', *International Journal of Control* **47**(3), 775–813.
- Iskrenovic-Momcilovic, O., C. Milosavljevic & Y. B. Shtessel (2006), Discrete-Time Variable Structure Control for Casusal Nonminimum Phase Systems Using Stable System Center, *em* 'Proceedings of the 2006 International Workshop on Variable Structure Systems', pp. 45–50.
- Jaulin, L., M. Kieffer, O. Didrit & E. Walter (2001), *Applied Interval Analysis*, Springer-Verlag, London.
- Kahne, S. (1990), 'Pole-zero cancellations in siso linear feedback systems', *IEEE Transactions on Education* **33**, 240–243.
- Keel, L. H. & S. P. Bhattacharyya (1999), 'Robust stability and performance with fixed-order controllers', *Automatica* **35**(10), 1717–1724.
- Khadraoui, S., M. Rakotondrabe & P. Lutz (2012), 'Interval modeling and robust control of piezoelectric microactuators', *IEEE Transactions on Control Systems Technology (T-CST)* **20**(2), 486–494.

- Kharitonov, V. L. (1979), ‘Asymptotic stability of an equilibrium position of a family of systems of linear differential equations’, *Differential Equations* **14**, 1483–1485.
- Kim, J.-H., S.-W. Lee & J.-H. Kim (1991), Lyapunov Redesign for Direct Adaptive Control of Nonminimum Phase Systems, *em* ‘Proceedings of the 30th Conference on Decision and Control’, pp. 1445–1450.
- Krebs, S., C. Schnurr, M. Pfeifer, J. Weigold & S. Hohmann (2016), ‘Reduced-order hybrid interval observer for verified state estimation of an induction machine’, *Control Engineering Practice* **57**, 157–168.
- Kreisselmeier, G. (1986), ‘A Robust Indirect Adaptive Control Approach’, *International Journal of Control* **43**(1), 161–175.
- Landau, Y. D. (1979), *Adaptive Control: The Model Reference Approach*, Dekker, New York, EUA.
- Lefschetz, S. (1963), *Stability of Nonlinear Control Systems*, Academic Press, New York.
- Li, Y. & H.-F. Chen (1996), ‘Robust Adaptive Pole Placement for Linear Time-Varying Systems’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **41**(5), 714–719.
- Looze, D. P. & J. S. Freudenberg (1991), ‘Limitations of feedback properties imposed by open-loop right half plane poles’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **36**(6), 736–739.
- Lordelo, A. D. S., E. A. Juzzo & P. A. V. Ferreira (2006), ‘Analysis and design of robust controllers using the interval diophantine equation’, *Reliable Computing* **12**, 371–388.
- Lozano-Leal, R. & G. C. Goodwin (1985), ‘A Globally Convergent Adaptive Pole Placement Algorithm Without a Persistency of Excitation Requirement’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **30**(8), 795–798.
- Lozano-Leal, R., R. Ortega, M. Bonilla & J. Collado (1985), Adaptive Pole Placement of Non-Minimum Phase Systems with Bounded Disturbances, *em* ‘Proceedings of 24th IEEE Conference on Decision and Control’, pp. 1894–1895.
- Lu, J., J. Phuah & T. Yahagi (2003), A Method of Robust Model Matching Control for Nonminimum Phase Discrete-Time Systems in the Presence of Unmodeled Dynamics, *em* ‘Proceedings of the 2003 IEEE/ASME’, pp. 809–814.
- Lu, J. & T. Yahagi (1993), ‘New Design Method for Model Reference Adaptive Control for Nonminimum Phase Discrete-Time Systems with Disturbances’, *IEE Proceedings-D* **140**(4), 34–40.

- Middleton, R. H., G. C. Goodwin, D. J. Hill & D. Q. Mayne (1988), ‘Design Issues in Adaptive Control’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **33**, 50–58.
- Min, L. J. & L. Hsu (2000), Sliding Controller for Output Feedback of Uncertain Nonlinear Systems: Global and Semi-Global Results, *em* ‘Proceedings of the IEEE International Workshop on Variable Structure Systems’, pp. 169–178.
- Monopoli, R. V. (1967), ‘Lyapunov’s Method for Adaptive Control Design’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **12**(3), 334–335.
- Monopoli, R. V. (1974), ‘Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **19**, 474–484.
- Moore, R. E. (1979), *Methods and Applications of Interval Analysis*, SIAM, Philadelphia, EUA.
- Morse, A. S. (1980), ‘Global Stability of Parameter Adaptive Control Systems’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **25**(3), 433–439.
- Narendra, K. S. & A. M. Annaswamy (1987), ‘Persistent Excitation in Adaptive Systems’, *International Journal of Control* **45**(1), 127–160.
- Narendra, K. S. & A. M. Annaswamy (1989), *Stable Adaptive Systems*, Prentice Hall, New Jersey, EUA.
- Narendra, K. S. & L. S. Valavani (1978), ‘Stable adaptive controller design - direct control’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **23**(4), 570–583.
- Narendra, K. S., Y. H. Lin & L. S. Valavani (1980), ‘Stable Adaptive Controller Design, Part II: Proof of Stability’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **25**, 440–448.
- Neumaier, A. (1990), *Interval Methods for Systems of Equations*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Oettli, W. (1963), ‘On the solution of a linear system with inaccurate coefficients’, *SIAM Journal of Numerical Analysis* **2**, 115–118.
- Ogata, K. (2011), *Engenharia de Controle Moderno*, Pearson / Prentice Hall.
- Oliveira, J. B. & A. D. Araújo (2008), ‘Design and stability analysis of an indirect variable structure model reference adaptive control’, *International Journal of Control* **81**(12), 1870–1877.
- Parks, P. C. (1966), ‘Lyapunov Redesign of Model Reference Adaptive Control Systems’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **11**, 362–367.
- Peixoto, A. J., F. Lizarralde & L. Hsu (2002), Further Results on Smooth Sliding Control of Uncertain Systems, *em* ‘Proceedings of American Control Conference’, Anchorage, Alaska, EUA, pp. 2380–2385.

- Pernebo, L. (1981), ‘An algebraic theory for the design of controllers for linear multivariable systems - part i: Structure matrices and feedforward design’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **26**(1), 171–182.
- Popov, V. M. (1973), *Hyperstability of Control Systems*, Springer-Verlag, New York.
- Praly, L. (1984), Robust Model Reference Adaptive Controllers - Part I: Stability Analysis, *em* ‘Proceedings of 23rd IEEE Conference on Decision and Control’, pp. 1009–1014.
- Queiroz, K. I. P. M. (2011), Análise de Estabilidade e Generalização do Controlador Adaptativo Backstepping a Estrutura Variável, Tese de doutorado, UFRN, Natal/RN.
- Rauh, A., L. Senkel, E. Auer & H. Aschemann (2014), ‘Interval methods for real-time capable robust control of solid oxide fuel cell systems’, *Mathematics in Computer Science* **8**(1), 525–542.
- Ribeiro, R. L. A., F. C. Silva Junior, A. D. Araújo, C. B. Jacobina, A. C. Oliveira & M. E. Fernandes (2006), A non-standard current control strategy for permanent-magnet synchronous motor drive, *em* ‘Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática’, Salvador/BA, pp. 2754–2759.
- Rohn, J. (1989), ‘Systems of linear interval equations’, *Linear Algebra and Its Applications* **126**(1), 39–78.
- Rohrs, C. E., L. S. Valavani, M. Athans & G. Stein (1982), Robustness of Adaptive Control Algorithms in the Presence of Unmodeled Dynamics, *em* ‘Preprints 21st IEEE Conference on Decision and Control’, Minneapolis, EUA.
- Sastry, S. & M. Bodson (1989), *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*, Prentice Hall, New Jersey, EUA.
- Shafiq, M., J. Lu & T. Tahagi (1996), Model Reference Adaptive Control of Nonminimum Phase Discrete-Time Systems, *em* ‘Proceedings of the 35th SICE Annual Conference’, pp. 1295–1300.
- Silva Jr., F. C. & A. D. Araújo (2005), A Variable Structure Adaptive Pole Placement Control Applied to the Speed Control of a Three-Phase Induction Motor, *em* ‘Anais do VIII Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência’, Recife-PE, pp. 438–443.
- Silva Jr., F. C., J. B. Oliveira & A. D. Araújo (2008), Controle Adaptativo por Posicionamento de Pólos e Estrutura Variável: Uma Abordagem por Controle Ótimo, *em* ‘Anais do XVII Congresso Brasileiro de Automática’.
- Silva Junior, F. C. & A. D. Araújo (2005), Variable structure adaptive pole placement control, *em* ‘Proc. of the 44th IEEE Conference on Decision and Control

- and 2005 European Control Conference’, Sociedade Brasileira de Ciências Físicas, Sevilha, Espanha, pp. 2859–2864.
- Silva Junior, F. C. & A. D. Araújo (2006a), Controle Adaptativo por Posicionamento de Pólos e Estrutura Variável, *em* ‘Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automatica’.
- Silva Junior, F. C. & A. D. Araújo (2006b), ‘Controle Adaptativo por Posicionamento de Pólos e Estrutura Variável Aplicado ao Controle de Velocidade de um Motor de Indução Trifásico’, *Revista Brasileira de Eletrônica de Potência* **11**, 127–134.
- Silva Junior, F. C. & A. D. Araújo (2007), ‘A variable structure adaptive pole placement control applied to the speed control of a three-phase induction motor’, *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems* pp. 1052–1057.
- Silva Junior, F. C. & A. D. Araújo (2016), Um controlador adaptativo por posicionamento de polos e estrutura variável de ordem fixa para plantas intervalares, *em* ‘Anais do XXI Congresso Brasileiro de Automatica’, pp. 3673–3678.
- Silva Junior, F. C., J. B. Oliveira & A. D. Araújo (2011a), Design and stability analysis of a variable structure adaptive pole placement controller for first order systems, *em* ‘Proc. of the 9th IEEE International Conference on Control and Automation’, Sociedade Brasileira de Ciências Físicas, Santiago, Chile, pp. 895–900.
- Silva Junior, F. C., J. B. Oliveira & A. D. Araújo (2011b), Influência dos Zeros de Fase Não-Mínima no Desempenho de um Controlador por Posicionamento de Pólos e Estrutura Variável, *em* ‘Anais do X Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente’.
- Silva Junior, F. C., J. B. Oliveira & A. D. Araújo (2013), Controle adaptativo por posicionamento de polos e estrutura variável para plantas sem zeros, *em* ‘Anais do XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente’, Fortaleza/CE.
- Silva Junior, F. C., J. B. Oliveira & A. D. Araújo (2004a), A Proposal for a Variable Structure Adaptive Pole Placement Control, *em* ‘Proceedings of IEEE 8th International Workshop on Variable Structure Systems’.
- Silva Junior, F. C., J. B. Oliveira & A. D. Araújo (2004b), Uma Proposta de um Controlador Adaptativo por Posicionamento de Pólos e Estrutura Variável, *em* ‘Anais do XV Congresso Brasileiro de Automatica’.
- Silva Junior, F. C., J. B. Oliveira & A. D. Araújo (2016), ‘Variable structure adaptive pole placement control for uncertain systems: An interval approach’, *International Journal of Innovative Computing, Information and Control (IJICIC)* **13**(2), 485–507.

- Slotine, J. J. & W. Li (1991), *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, New Jersey, EUA.
- Smagina, Y. & I. Brewer (2002), ‘Using interval arithmetic for robust state feedback design’, *Systems and Control Letters* **46**, 187–194.
- Soh, C. B., C. S. Berger & K. P. Dabke (1985), ‘On the stability properties of polynomials with perturbed coefficients’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-30**(10), 1033–1036.
- Soh, Y. C., R. J. Evans, I. R. Petersen & R. E. Betz (1987), ‘Robust pole assignment’, *Automatica* **23**, 601–610.
- Suárez, D. A. & R. Lozano (1996), ‘Adaptive Control of Nonminimum Phase Systems Subject to Unknown Bounded Disturbances’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **41**(12), 1830–1836.
- Teixeira, L. R. L., J. B. Oliveira & A. D. Araújo (2013), ‘Smooth indirect adaptive sliding mode control’, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* **25**(6), 775–790.
- Ting, H. C., J. L. Chang & Y. P. Chan (2006), Output Sliding-Mode Control of Discrete-Time Nonminimum Phase Systems, *em* ‘Proceedings of 9th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision’, pp. 1–6.
- Utkin, V. (1978), *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*, Mir, New Jersey.
- Utkin, V. I. (1977), ‘Variable Structure System with Sliding Mode’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **22**, 212–222.
- Vidyasagar, M. (1986), ‘On Undershoot and Nonminimum Phase Zeros’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **31**(5), 440.
- Wolovich, W. A. (1974), *Linear Multivariable Systems*, Springer-Verlag, New York.
- Wolovich, W. A. (1985), ‘Multipurpose Controllers for Multivariable Systems’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **26**(1), 162–170.
- Yeung, K. S., C.-C. Cheng & C.-M. Kwan (1993), ‘A Unifying Design of Sliding Mode and Classical Controllers’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **38**(9), 1422–1427.
- Zinober, A. S. I. (1993), *Variable Structure and Lyapunov Control*, Springer-Verlag.

Apêndice A

Conceitos sobre Estabilidade

A.1 Definição de Estabilidade

Considerando sistemas descritos por equações diferenciais não-lineares da forma

$$\dot{x} = f(x), \quad x(0) = x_0 \quad (\text{A.1})$$

onde f é uma função vetorial não-linear $n \times 1$, x é um vetor de estado $n \times 1$ e cada elemento deste vetor é uma variável de estado. Um valor particular do vetor de estado é também chamado de ponto, porque ele corresponde a um ponto no espaço de estado. O número de variáveis de estado n é chamado *ordem* do sistema. Uma solução de $x(t)$ para (A.1) corresponde a uma curva no espaço de estado com t variando de zero a infinito.

Teorema A.1. *Um estado x^* é um ponto de equilíbrio do sistema descrito por (A.1) se $f(x^*) = 0$, ou seja, se $x(0) = x^*$ implica $x(t) = x^*$, para todo $t \geq 0$.*

Teorema A.2. *O ponto de equilíbrio x^* é estável se para um $\epsilon > 0$ existe um $\delta(\epsilon)$ tal que $|x_0 - x^*| < \delta$ implica $|x(t; x_0) - x^*| < \epsilon$ para todo $t \geq 0$. Caso contrário, o ponto de equilíbrio é instável.*

Teorema A.3. *O ponto de equilíbrio x^* é assintoticamente estável se este é estável e se existe um $\delta(\epsilon)$ tal que $|x_0 - x^*| < \delta$ implica $\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t; x_0) - x^*| = 0$.*

Teorema A.4. *O conjunto de todos $x_0 \in \mathbb{R}^n$ tal que $x(t; x_0) \rightarrow x^*$ quando $t \rightarrow \infty$ é chamado **região de atração** do ponto de equilíbrio x^* .*

Teorema A.5. *O ponto de equilíbrio x^* de (A.1) é globalmente assintoticamente estável se este é estável e cada solução de (A.1) tende a x^* conforme $t \rightarrow \infty$ (isto é, a região de atração de x^* é todo o \mathbb{R}^n).*

A.2 Método Direto de Lyapunov

Este método utiliza funções de energia para a verificação de estabilidade do sistema. Se a energia total de um sistema é continuamente dissipada, seja este sistema

linear ou não-linear, tende a convergir para um ponto de equilíbrio. Portanto, pode-se tirar conclusões sobre a estabilidade de um sistema observando a variação de uma função de energia.

A.2.1 Funções Definidas Positivas e Negativas

Teorema A.6. *Uma função $V(x)$ é definida positiva ($V(x) > 0$) em uma vizinhança de $x = 0$, se $V(x) > 0, \forall x$ tal que $\|x\| < \varepsilon, \varepsilon > 0, x \neq 0$ e $V(0) = 0$.*

Teorema A.7. *Uma função $V(x)$ é semidefinida positiva ($V(x) \geq 0$) em uma vizinhança de $x = 0$, se $V(x) \geq 0, \forall x$ tal que $\|x\| < \varepsilon, \varepsilon > 0$ e $V(0) = 0$.*

Teorema A.8. *Uma função $V(x)$ é definida negativa ($V(x) < 0$) em uma vizinhança de $x = 0$, se $V(x) < 0, \forall x$ tal que $\|x\| < \varepsilon, \varepsilon > 0, x \neq 0$ e $V(0) = 0$.*

Teorema A.9. *Uma função $V(x)$ é semidefinida negativa ($V(x) \leq 0$) em uma vizinhança de $x = 0$, se $V(x) \leq 0, \forall x$ tal que $\|x\| < \varepsilon, \varepsilon > 0$ e $V(0) = 0$.*

A.2.2 Translação da Origem do Sistema de Coordenadas

Seja x^* um ponto de equilíbrio de (A.1), ou seja, $f(x^*) = 0$. Para analisar o comportamento do sistema em uma vizinhança de x^* , é feita a seguinte translação do ponto de equilíbrio para a origem

$$\begin{aligned}\bar{x} &= x - x^* \\ \dot{\bar{x}} &= \dot{x} - \dot{x}^* = \dot{x} \\ \dot{\bar{x}} &= f(\bar{x} + x^*)\end{aligned}$$

Ponto de equilíbrio: $\bar{x} = 0$ (para $\bar{x} = 0 \Rightarrow \dot{\bar{x}} = f(x^*) = 0$).

A.2.3 Teoremas sobre Estabilidade (Segundo Lyapunov)

Teorema A.10. *Se para o sistema (A.1), existe uma função $V(x)$ continuamente diferenciável tal que*

- (i) $V(x) > 0$
- (ii) $\dot{V}(x) \leq 0$

então $x^ = 0$ é estável.*

Teorema A.11. *Se para o sistema (A.1), existe uma função $V(x)$ continuamente diferenciável tal que*

- (i) $V(x) > 0$
- (ii) $\dot{V}(x) < 0$

então $x^ = 0$ é assintoticamente estável.*

Teorema A.12. *Se para o sistema (A.1), existe uma função $V(x)$ continuamente diferenciável tal que*

- (i) $V(x) > 0$
- (ii) $\dot{V}(x) < 0$
- (iii) $V(x) \rightarrow \infty$ quando $\|x\| \rightarrow \infty$

então $x^* = 0$ é globalmente assintoticamente estável.

Teorema A.13 (Teorema de LaSalle). *Se para o sistema (A.1), existe uma função $V(x)$ continuamente diferenciável tal que*

- (i) $V(x) > 0$
- (ii) $\dot{V}(x) \leq 0$
- (iii) não existe $x \neq 0$ tal que $\dot{V}(x) = 0$, para todo $t \geq 0$

então $x^* = 0$ é assintoticamente estável.

A.3 Princípio do Modelo Interno

Em muitos problemas de controle, a entrada de referência r pode ser modelada como

$$Q_r(s)r = 0 \quad (\text{A.2})$$

onde $Q_r(s)$ é um polinômio conhecido e $s \triangleq \frac{d}{dt}$ é o operador diferencial. Por exemplo, quando $r = \text{constante}$, $Q_r(s) = s$. Quando $r = t$, $Q_r(s) = s^2$ e quando $r = A \sin(\omega_0 t)$ para algumas constantes A e ω_0 , então $Q_r(s) = s^2 + \omega_0^2$, etc. Similarmente, uma perturbação determinística d pode ser modelada como

$$Q_d(s)d = 0 \quad (\text{A.3})$$

para algum Q_d conhecido, em casos onde existe informação suficiente sobre d . Por exemplo, se d é um sinal senoidal com amplitude e fase desconhecidas, mas com frequência ω_d , então ele pode ser modelado por (A.3) com $Q_d(s) = s^2 + \omega_d^2$.

A ideia por trás do princípio do modelo interno é que por incluir o fator $\frac{1}{Q_r(s)Q_d(s)}$ no controlador $C(s)$, nós podemos anular o efeito de r e d no erro de rastreamento $e = r - y$, ou seja, o modelo interno é um operador aplicado à referência com o objetivo da planta acompanhá-la.

Apêndice B

Funções Reais Positivas

B.1 Funções de Transferência Reais Positivas e Estritamente Reais Positivas

Teorema B.1. *Uma função racional $G(s)$ da variável complexa $s = \sigma + j\omega$ é chamada real positiva (RP) se*

- (i) $G(s)$ é real para s real.
- (ii) $\operatorname{Re}[G(s)] \geq 0$ para todo $\operatorname{Re}[s] > 0$.

Teorema B.2. *Uma função de transferência própria racional $G(s)$ é RP se e somente se*

- (i) $G(s)$ é real para s real.
- (ii) $G(s)$ é analítica em $\operatorname{Re}[s] > 0$, e os polos no eixo $j\omega$ são simples e tais que os resíduos associados são reais e positivos.
- (iii) Para todo valor real ω para que $s = j\omega$ não seja um polo de $G(s)$, um tem $\operatorname{Re}[G(j\omega)] > 0$.

Teorema B.3. *Assuma que $G(s)$ não é identicamente zero para todo s . Então $G(s)$ é estritamente real positiva (ERP) se $G(s - \epsilon)$ é RP para algum $\epsilon > 0$.*

Teorema B.4. *Assuma que uma função racional $G(s)$ da variável complexa $s = \sigma + j\omega$ é real para s real e não é identicamente zero para todo s . Denotando n^* como sendo o grau relativo de $G(s) = Z(s)/R(s)$ com $|n^*| \leq 1$. Então, $G(s)$ é ERP se e somente se*

- (i) $G(s)$ é analítica em $\operatorname{Re}[s] \geq 0$.
- (ii) $\operatorname{Re}[G(j\omega)] > 0, \forall \omega \in (-\infty, \infty)$.
- (iii) (a) Quando $n^* = 1$, $\lim_{|\omega| \rightarrow \infty} \omega^2 \operatorname{Re}[G(j\omega)] > 0$.
- (b) Quando $n^* = -1$, $\lim_{|\omega| \rightarrow \infty} \frac{G(j\omega)}{j\omega} > 0$.

Corolário B.1. *As seguintes propriedades de funções ERP são dadas:*

- (i) $G(s)$ é RP (ERP) se e somente se $1/G(s)$ é RP (ERP).
- (ii) Se $G(s)$ é ERP, então $|n^*| \leq 1$ e os zeros e polos de $G(s)$ estão em $\operatorname{Re}[s] < 0$.
- (iii) Se $|n^*| > 1$, então $G(s)$ não é RP.

B.2 Lemas

Teorema B.5 (Lema de Kalman-Yakubovich-Popov). *Dada uma matriz quadrada A com todos os autovalores no semiplano complexo esquerdo, um vetor B tal que (A, B) é controlável, um vetor C e um escalar $d \geq 0$, a função de transferência definida por*

$$G(s) = d + C^\top (sI - A)^{-1} B$$

é RP se e somente se existe uma matriz definida positiva simétrica P e um vetor q tal que

$$\begin{aligned} A^\top P + PA &= -qq^\top \\ PB - C &= \pm(\sqrt{2d})q \end{aligned} \tag{B.1}$$

Teorema B.6 (Lema de Lefschetz-Kalman-Yakubovich). *Dada uma matriz estável A , um vetor B tal que (A, B) é controlável, um vetor C e um escalar $d \geq 0$, a função de transferência definida por*

$$G(s) = d + C^\top (sI - A)^{-1} B$$

é ERP se e somente se para qualquer matriz definida positiva L , existe uma matriz simétrica definida positiva simétrica P , um escalar $\nu > 0$ e um vetor q tais que

$$\begin{aligned} A^\top P + PA &= -qq^\top - \nu L \\ PB - C &= \pm q\sqrt{2d} \end{aligned} \tag{B.2}$$

Apêndice C

VS-APPC para Plantas de 1ª Ordem

C.1 Projeto do Controlador

Considere uma planta escalar do tipo

$$\dot{y} = ay + bu \quad (\text{C.1})$$

onde a e b são constantes desconhecidas e o sinal de b é conhecido. O objetivo de controle é escolher o sinal de controle u , de maneira que o polo de malha fechada seja alocado em $-a_m$, onde $a_m > 0$ é uma constante dada, u e y sejam limitados, e $y(t)$ siga um sinal de referência $r(t) = c$, $\forall t \geq 0$, onde $c \neq 0$ é uma constante finita.

Considera-se primeiro considerar o caso onde a e b são conhecidos exatamente. Segue de (C.1) que o erro de rastreamento $e_1 = y - c$ satisfaz

$$\dot{e}_1 = \dot{y} = ay + bu = ae_1 + ac + bu \quad (\text{C.2})$$

Como a , b e c são conhecidos, pode-se escolher

$$u = -k_1 e_1 - k_2 \quad (\text{C.3})$$

onde

$$k_1 = \frac{a + a_m}{b}, \quad k_2 = \frac{ac}{b} \quad (\text{C.4})$$

(desde que $b \neq 0$) para obter

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 = \dot{y} = ay + bu &= ay + b(-k_1 e_1 - k_2) \\ \dot{e}_1 &= -a_m e_1 \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Com isso, tem-se que $e_1 = e^{-a_m t} e_1(0)$ e, portanto, $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$, o que implica que $\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - c] = 0$.

Agora considere o projeto de um esquema VS-APPC para alcançar o objetivo de controle quando a e b são desconhecidos. O princípio de equivalência à certeza sugere o uso da mesma lei de controle conforme (C.3), mas com k_1 e k_2 substituídos

pelas estimativas \hat{k}_1 e \hat{k}_2 , respectivamente, ou seja

$$u = -\hat{k}_1(t)e_1 - \hat{k}_2(t) \quad (\text{C.6})$$

com \hat{k}_1 e \hat{k}_2 calculados usando as equações

$$\hat{k}_1 = \frac{\hat{a} + a_m}{\hat{b}}, \quad \hat{k}_2 = \frac{\hat{a}c}{\hat{b}} \quad (\text{C.7})$$

desde que $b \neq 0$, onde \hat{a} e \hat{b} são as estimativas *on-line* dos parâmetros da planta a e b , respectivamente.

As estimativas \hat{a} e \hat{b} são geradas por uma lei adaptativa conforme segue. O projeto do VS-APPC se inicia com o seguinte modelo série-paralelo

$$\dot{e}_1 = ay + bu = a_m e_1 - a_m e_1 + ay + bu$$

ou seja,

$$e_1 = \frac{1}{s + a_m} [a_m e_1(s) + ay(s) + bu(s)]$$

Uma estimativa para e_1 é gerada como

$$e_m = \frac{1}{s + a_m} [a_m e_1(s) + \hat{a}y(s) + \hat{b}u(s)]$$

Com isso, tem-se que

$$\dot{e}_m = -a_m e_m + a_m e_1 + \hat{a}y + \hat{b}u \quad (\text{C.8})$$

Com base na equação do erro de rastreamento (C.2) e definindo o erro de estimação $\epsilon \triangleq e_1 - e_m$, a seguinte equação é construída:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= ay + bu + a_m e_m - a_m e_1 - \hat{a}y - \hat{b}u \\ \dot{\epsilon} &= -a_m \epsilon - \tilde{a}y - \tilde{b}u \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

onde $\tilde{a} = \hat{a} - a$ e $\tilde{b} = \hat{b} - b$. Como a e b são constantes, por hipótese, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{a}} &= \dot{\hat{a}} \\ \dot{\tilde{b}} &= \dot{\hat{b}} \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

C.2 Análise de Estabilidade

Nos algoritmos convencionais (com leis integrais de estimação) utiliza-se

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}} &= \gamma_1 \epsilon y \\ \dot{\hat{b}} &= \gamma_2 \epsilon u \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

onde $\gamma_1, \gamma_2 > 0$ são os ganhos adaptativos.

Seja a seguinte candidata a função de Lyapunov:

$$V(\epsilon, \tilde{a}, \tilde{b}) = \frac{1}{2} \left(\epsilon^2 + \frac{\tilde{a}^2}{\gamma_1} + \frac{\tilde{b}^2}{\gamma_2} \right) > 0 \quad (\text{C.12})$$

então,

$$\begin{aligned} \dot{V}(\epsilon, \tilde{a}, \tilde{b}) &= \epsilon \dot{\epsilon} + \frac{\tilde{a} \dot{\tilde{a}}}{\gamma_1} + \frac{\tilde{b} \dot{\tilde{b}}}{\gamma_2} \\ \dot{V}(\epsilon, \tilde{a}, \tilde{b}) &\leq -a_m \epsilon^2 \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

o que garante $[\epsilon, \tilde{a}, \tilde{b}]^\top = [0, 0, 0]^\top$ como um ponto de equilíbrio estável. Estas propriedades não garantem que $\hat{b}(t) \neq 0 \forall t \geq 0$, uma condição requerida para \hat{k}_1 e \hat{k}_2 , dada por (C.7), para ser finito. Portanto, técnicas de projeção devem ser utilizadas neste caso.

Considera-se agora as seguintes leis chaveadas para \hat{a} e \hat{b} :

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \bar{a} \operatorname{sgn}(\epsilon y), & \bar{a} &> |a| \\ \hat{b} &= \bar{b} \operatorname{sgn}(\epsilon u) + b_{nom}, & \bar{b} &> |b - b_{nom}| \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

Seja a seguinte candidata à função de Lyapunov:

$$V(\epsilon) = \frac{\epsilon^2}{2} \quad (\text{C.15})$$

então,

$$\begin{aligned} \dot{V}(\epsilon) &= \epsilon \dot{\epsilon} \\ &= \epsilon(-a_m \epsilon - \tilde{a} y - \tilde{b} u) \\ &= -a_m \epsilon^2 - \tilde{a} \epsilon y - \tilde{b} \epsilon u \\ &= -a_m \epsilon^2 - (\hat{a} - a) \epsilon y - (\hat{b} - b) \epsilon u \\ &= -a_m \epsilon^2 - [\bar{a} \operatorname{sgn}(\epsilon y) - a] \epsilon y - [\bar{b} \operatorname{sgn}(\epsilon u) + b_{nom} - b] \epsilon u \\ &= -a_m \epsilon^2 - (\bar{a} |\epsilon y| - a \epsilon y) - [\bar{b} |\epsilon u| - (b - b_{nom}) \epsilon u] \end{aligned}$$

Como $\bar{a} > |a|$ e $\bar{b} > |b - b_{nom}|$, obtém-se

$$\dot{V}(\epsilon) \leq -a_m \epsilon^2 < 0 \quad (\text{C.16})$$

o que garante $\epsilon = 0$ como um ponto de equilíbrio globalmente assintoticamente estável, o que implica que $\epsilon \in \mathcal{L}_\infty$ e $\epsilon \in \mathcal{L}_2$.

Considerando a equação (C.8) e substituindo u conforme (C.6), tem-se

$$\begin{aligned} \dot{e}_m &= -a_m e_m + \hat{a} y - \hat{a} e_1 - \hat{a} c \\ \dot{e}_m &= -a_m e_m \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

Portanto,

$$\dot{e}_m = -a_m e_m \quad \Rightarrow \quad e_m(t) = e^{-a_m t} e_m(0)$$

e, portanto, $\lim_{t \rightarrow \infty} e_m(t) = 0$, ou seja, $e_m \in \mathcal{L}_\infty$ e $e_m(t) \rightarrow 0$ conforme $t \rightarrow \infty$, que junto com o fato de que $\epsilon \in \mathcal{L}_\infty$, tem-se que $e_1 \in \mathcal{L}_\infty$, já que $e_1 = \epsilon + e_m$. Como $y = e_1 + c$, tem-se que $y \in \mathcal{L}_\infty$.

Dadas as conclusões anteriores juntamente com o fato de que \hat{k}_1 e \hat{k}_2 são sinais uniformemente limitados conforme (C.14) e (C.15), tem-se pela equação do sinal de controle (C.6) que $u \in \mathcal{L}_\infty$ e, conseqüentemente, pela equação (C.9), tem-se também que $\dot{\epsilon} \in \mathcal{L}_\infty$. De $\epsilon \in \mathcal{L}_2$ e $\dot{\epsilon} \in \mathcal{L}_\infty$ tem-se que $\epsilon(t) \rightarrow 0$ conforme $t \rightarrow \infty$.

Com esta técnica de controle não podemos garantir a convergência das estimativas para os valores corretos dos parâmetros da planta.

Apêndice D

Produção Científica Relacionada

Para ressaltar a divulgação dos resultados obtidos e relacionados a esta tese de doutorado, seguem abaixo alguns trabalhos publicados ou submetidos até o momento:

1. A proposta inicial do controlador VS-APPC foi apresentada para o caso de plantas de primeira ordem, objetivando introduzir os conceitos básicos desta nova estratégia de controle. Foram apresentados o projeto, incluindo as leis chaveadas propostas para a estimação de parâmetros, e resultados de simulações para um sistema instável (Silva Junior et al. 2004a, Silva Junior et al. 2004b).
2. Alguns resultados do VS-APPC aplicado ao controle de velocidade de motores de indução foram publicados (Silva Jr. & Araújo 2005, Silva Junior & Araújo 2006b, Silva Junior & Araújo 2007). Os resultados desta implementação prática foram comparados aos resultados de um controlador PID.
3. Um outro trabalho apresentou o VS-APPC sendo aplicado a sistemas de acionamento com máquinas síncronas a imã permanente. A aplicação consistiu no controle de corrente em malha fechada da máquina. Resultados de simulação e experimentais foram apresentados para comprovar a eficiência do esquema de controle (Ribeiro et al. 2006).
4. Após diversos resultados obtidos com a aplicação do VS-APPC a plantas de primeira ordem, o projeto para o caso geral foi apresentado (Silva Junior & Araújo 2005, Silva Junior & Araújo 2006a), utilizando a abordagem polinomial para a lei de controle. Resultados de simulações para uma planta de fase não-minima instável de segunda ordem foram apresentados.
5. O trabalho seguinte envolvendo um projeto do VS-APPC foi com uma abordagem de controle ótimo (Silva Jr. et al. 2008). O artigo propôs o desenvolvimento do VS-APPC através da utilização da estratégia denominada Controle Linear Quadrático (*Linear Quadratic Control* - LQC). O objetivo principal foi obter um esforço menor de controle quando comparado à abordagem polinomial, ao mesmo tempo em que se procurou garantir uma maior rapidez na resposta transitória, característica de sistemas que introduzem não-linearidades na malha de controle. Foram apresentados resultados satisfatórios de simulações comparando as duas abordagens.

6. Posteriormente, foi apresentado um estudo do efeito da localização dos zeros na resposta de sistemas de fase não-mínima de segunda ordem controlados pelo VS-APPC (Silva Junior et al. 2011b). Resultados de simulações para vários sistemas de segunda ordem foram apresentados, sugerindo que a distância relativa entre os zeros e polos instáveis do sistema afeta diretamente o comportamento do sistema em malha fechada.
7. Em outro trabalho, foi apresentada a análise de estabilidade e o projeto do VS-APPC para plantas de primeira ordem (Silva Junior et al. 2011a). Resultados de simulações comparando o VS-APPC com esquemas de controle adaptativo tradicionais foram apresentados.
8. Com o objetivo de apresentar um projeto mais simples do que o caso geral, foi apresentado o projeto do VS-APPC para plantas SISO LTI sem zeros (grau relativo n) (Silva Junior et al. 2013). Resultados de simulação comprovaram as características já verificadas em versões do VS-APPC publicadas anteriormente.
9. O primeiro trabalho envolvendo a proposta do IVS-APPC considerava no projeto uma lei de controle de ordem fixa (Silva Junior & Araújo 2016). Os resultados de simulação apresentados mostraram que o objetivo do posicionamento de polos era alcançado através da determinação prévia de uma lei de controle intervalar, encontrada pelo uso de um algoritmo de otimização que soluciona um problema de Programação Não-Linear. O objetivo do IVS-APPC foi aperfeiçoar algumas características do VS-APPC, mantendo outras importantes, como a aplicação a plantas de fase não-mínima.
10. Na sequência, o projeto generalizado e mais detalhado do IVS-APPC, conforme apresentado nesta tese, foi submetido e aceito para publicação em um periódico (Silva Junior et al. 2016).