

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

Lucas Costa Pereira Cavalcante

**AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DA CODIFICAÇÃO
WAVELET EM CANAIS SELETIVOS EM FREQUÊNCIA**

Natal-RN
2014

Lucas Costa Pereira Cavalcante

AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DA CODIFICAÇÃO WAVELET EM CANAIS SELETIVOS EM FREQUÊNCIA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação (PPgEEC), da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica e de Computação. Área de concentração: Engenharia de Computação.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Felipe de Queiroz Silveira

Natal-RN

2014

UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede
Catalogação da Publicação na Fonte

CAVALCANTE, Lucas Costa Pereira.

Avaliação de Desempenho da Codificação Wavelet em Canais Seletivos em Frequência / Lucas Costa Pereira Cavalcante.
– Natal-RN : UFRN, 2014.

107 f.: il.

Orientador : Luiz Felipe de Queiroz Silveira.

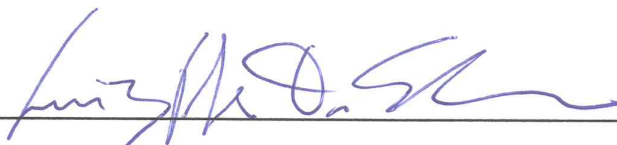
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas de comunicação sem fio - Dissertação. 2. Codificação Wavelet - Dissertação. 3. Diversidade temporal - Dissertação. 4. Desvanecimento Rayleigh – Dissertação. 5. Desvanecimento seletivo em frequência – Dissertação. I. Silveira, Luiz Felipe de Queiroz. II. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. III. Título.

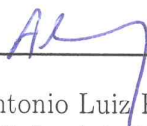
RN/UF/BCZM

CDU 621.39

Aprovada em: 14 de fevereiro de 2014



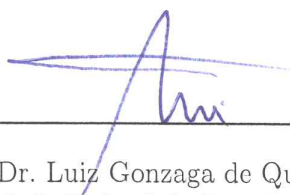
Prof. Dr. Luiz Felipe de Queiroz Silveira
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Orientador / Presidente da Banca



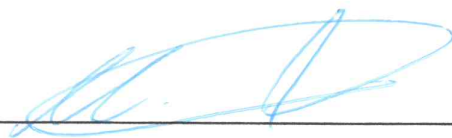
Prof. Dr. Antonio Luiz Pereira de Siqueira Campos
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Interno do Programa



Prof. Dr. Ernesto Leite Pinto
Instituto Militar de Engenharia - IME
Externo à Instituição



Prof. Dr. Luiz Gonzaga de Queiroz Silveira Junior
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Externo ao Programa



Prof. Dr. Marcelo Augusto Costa Fernandes
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Interno do Programa

AGRADECIMENTOS

Agradeço à liberdade primordial e à compaixão dos seres sencientes.

Agradeço aos meus pais, Zeca e Kátia, pelo suporte fundamental e integral. A eles ofereço o esforço e o resultado dessa dissertação.

Agradeço aos meus colegas Aluisio Igor Rêgo Fontes e Carlos Avelino de Barros, pela importante parceria na superação dos obstáculos.

Agradeço ao professor Luiz Felipe de Queiroz Silveira pela crença acolhedora, pela generosa orientação, pelo valoroso reconhecimento do meu esforço e, principalmente, por sua enorme paciência.

Agradeço aos professores Luiz Marcos Garcia Gonçalves e Marcelo Augusto Costa Fernandes pela constante disponibilidade.

Agradeço ao programa REUNI e à UFRN pelos recursos e pela oportunidade de desenvolver este trabalho.

Obrigado Alyson, Anderson, Anna, Arlington, Babi, Camila, Cláudio, Danilo, Diogo, Dudu, Patrick, Gauss, Gabi, Henrique, Ilanna, Irmãos, JM, MC, MJ, Pedro, Rodrigo, Rosa, Sarah, SWaG, Yan, Vôs...

“Ever tried. Ever failed. No matter. Try again. Fail again. Fail better”.

SAMUEL BECKETT
em “*Worstward Ho*”, 1983

RESUMO

A codificação wavelet surgiu como uma técnica de codificação de canal alternativa para minimizar os efeitos destrutivos dos canais de comunicação sem fio caracterizados pelo desvanecimento. Esse trabalho avalia o desempenho de sistemas com codificação wavelet, em termos de probabilidade de erro de *bit*, sobre canais de comunicação com desvanecimento Rayleigh variante no tempo e múltiplos percursos seletivos em frequência. O modelo de propagação adotado segue a norma COST207, principal referência dos padrões internacionais para aplicações GSM, UMTS e EDGE. Os resultados demonstram a eficiência da técnica no combate à interferência inter-simbólica, característica desses cenários de comunicação. Essa robustez habilita o uso da técnica em diferentes ambientes, trazendo-a um passo ainda mais próximo de ser aplicada em sistemas práticos de comunicação sem fio.

Palavras-chave: Sistemas de Comunicação sem Fio, Codificação Wavelet, Diversidade Temporal, Desvanecimento Rayleigh, Desvanecimento Seletivo em Frequência.

PERFORMANCE ANALYSIS OF WAVELET CODING ON FREQUENCY-SELECTIVE CHANNELS

ABSTRACT

Wavelet coding has emerged as an alternative coding technique to minimize the fading effects of wireless channels. This work evaluates the performance of wavelet coding, in terms of bit error probability, over time-varying, frequency-selective multipath Rayleigh fading channels. The adopted propagation model follows the COST207 norm, main international standards' reference for GSM, UMTS, and EDGE applications. The results show the wavelet coding's efficiency against the inter symbolic interference which characterizes these communication scenarios. This robustness of the presented technique enables its usage in different environments, bringing it one step closer to be applied in practical wireless communication systems.

Keywords: Wireless Communications, Wavelet Coding, Time Diversity, Rayleigh Fading, Frequency Selective Fading.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	18
1.1 ESTADO DA ARTE	21
1.2 MOTIVAÇÃO	22
1.3 OBJETIVO	23
1.4 METODOLOGIA	24
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	25
2 CODIFICAÇÃO DE CANAL POR MATRIZES WAVELET	26
2.1 MATRIZES DE COEFICIENTES WAVELET	27
2.2 ALGORITMO DE CODIFICAÇÃO	29
2.3 ALGORITMO DE DECODIFICAÇÃO	31
2.4 ESTUDO DE CASO DA CODIFICAÇÃO PARA MATRIZES WAVELET COM DIMENSÕES 2×8	32
2.5 DISTRIBUIÇÃO DOS SÍMBOLOS CODIFICADOS	36
2.6 TRANSMISSÃO DE SÍMBOLOS WAVELET	37
2.6.1 PROJETO DE CONSTELAÇÕES PARA MATRIZES DE CODIFICAÇÃO	38
2.7 CONCLUSÕES	42
3 SISTEMA DE COMUNICAÇÃO CODIFICADO	43
3.1 TRANSMISSÃO	45
3.2 CANAL DE TRANSMISSÃO	46
3.2.1 MODELO MATEMÁTICO DO CANAL DE TRANSMISSÃO	48
3.2.2 MODELO ESTATÍSTICO DO CANAL DE TRANSMISSÃO	52
3.2.3 MODELO COMPUTACIONAL DO CANAL DE TRANSMISSÃO	55
3.2.3.1 MODELO EM TEMPO DISCRETO DO CANAL DE TRANSMISSÃO	62
3.2.3.2 PERFIS DE AMBIENTE DO PADRÃO COST 207	63
3.3 RECEPÇÃO	66
3.4 CONCLUSÕES	67
4 ANÁLISE DE DESEMPENHO DA CODIFICAÇÃO WAVELET	69
4.1 DESEMPENHO DA CODIFICAÇÃO WAVELET EM CANAIS AWGN	69
4.2 DESEMPENHO DA CODIFICAÇÃO WAVELET EM CANAIS COM DES- VANECIMENTO PLANO	71
4.3 DESEMPENHO DA CODIFICAÇÃO WAVELET EM CANAIS COM SELE- TIVIDADE EM FREQUÊNCIA	76

4.4	CONCLUSÕES	82
5	DISCUSSÕES E PERSPECTIVAS	85
A	MATRIZES E SISTEMAS WAVELET	88
A.1	MATRIZES WAVELET	88
A.2	MATRIZES WAVELET DE HAAR	92
A.2.1	A MATRIZ DE HAAR CANÔNICA	92
A.2.2	MATRIZ DE HAAR CARACTERÍSTICA DE UMA MATRIZ WAVELET .	93
A.2.3	PRODUTO TENSORIAL ENTRE MATRIZES DE HAAR	94
A.2.4	OPERADOR DE EXTENSÃO	96
A.3	EXPANSÃO ORTONORMAL DISCRETA	96
A.3.1	TEOREMA DE PARSEVAL	97
A.4	FUNÇÕES WAVELET E DE ESCALA	98
A.5	SISTEMAS WAVELET	99
A.6	CONCLUSÕES	100
	REFERÊNCIAS	101

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Estrutura geral do codificador wavelet.	29
2.2 Visão detalhada de um dos blocos MCW_j do codificador wavelet.	30
2.3 Estrutura geral do decodificador wavelet.	31
2.4 Diagrama completo do codificador wavelet para uma $MCW 2 \times 8$ ($m = 2, g = 4$).	34
2.5 Constelação 11-PSK para sistema wavelet com $MCW 2 \times 128$	40
2.6 Constelação 19-PSK para sistema wavelet com $MCW 2 \times 512$. Os ângulos omitidos podem ser encontrados na Tabela 2.5.	41
3.1 Diagrama de blocos do sistema wavelet codificado.	44
3.2 Resposta ao impulso de um canal multi-percurso variante no tempo.	49
3.3 Perfil de intensidade de multi-percurso.	53
3.4 Espectro de potência Doppler.	54
3.5 Realização temporal com 200 amostras das componentes reais e imaginárias do processo estocástico complexo descrito pela Seção 3.2.	57
3.6 Função densidade de probabilidade normalizada para 10.200 pontos das componentes reais de uma realização do processo estocástico complexo descrito na Seção 3.2.	58
3.7 Função densidade de probabilidade normalizada para 10.200 pontos das componentes imaginárias de uma realização do processo estocástico complexo descrito na Seção 3.2.	58
3.8 Realização temporal com 200 amostras do valor absoluto (em dB) do processo estocástico complexo descrito na Seção 3.2.	59
3.9 Função densidade de probabilidade normalizada para 10.200 pontos dos valores absolutos de uma realização do processo estocástico complexo descrito na Seção 3.2.	59

3.10	Função densidade de probabilidade normalizada para 10.200 pontos dos valores da fase de uma uma realização do processo estocástico complexo descrito na Seção 3.2.	60
3.11	Diagrama de blocos do sistema wavelet codificado incluindo os blocos entrelaçador / desentrelaçador.	61
3.12	Linha de atrasos para modelo discreto do canal de transmissão.	63
3.13	Perfil de intensidade de multi-percurso para o cenário (A) - ambiente COST 207 que descreve o ambiente <i>Rural Plano</i>	64
3.14	Perfil de intensidade de multi-percurso para o cenário (B) - ambiente COST 207 que descreve o ambiente <i>Rural Montanhoso</i>	64
3.15	Perfil de intensidade de multi-percurso para o cenário (C) - ambiente COST 207 que descreve o ambiente <i>Urbano Denso</i>	64
3.16	Diagrama de blocos do sistema wavelet codificado com conhecimento perfeito do estado do canal na recepção.	66
4.1	Avaliação de desempenho em canal AWGN de sistemas wavelet 2×8 , 2×128 e 2×512 com modulação em amplitude, com sistema de referência BPSK. . .	70
4.2	Avaliação de desempenho em canal Rayleigh de sistemas wavelet 2×128 e 2×512 sem entrelaçamento e com modulação em fase, com sistema de referência BPSK.	72
4.3	Avaliação de desempenho em canal Rayleigh de sistemas wavelet 2×128 e 2×512 com entrelaçamento ideal e modulação em fase, com sistema de referência BPSK.	73
4.4	Avaliação de desempenho em canal Rayleigh de sistemas wavelet 2×128 e 2×512 com entrelaçamento ideal e modulação em fase, com sistemas de referência codificados e com mesma eficiência espectral.	75
4.5	Avaliação de desempenho em canal selet. em freq. (perfil (A)) de sistema wavelet 2×128 com modulação em fase para diversas profundidades de entrelaçamento.	78
4.6	Avaliação de desempenho em canal selet. em freq. (perfil (B)) de sistema wavelet 2×128 com modulação em fase para diversas profundidades de entrelaçamento.	78

4.7	Avaliação de desempenho em canal selet. em freq. (perfil (C)) de sistema wavelet 2×128 com modulação em fase para diversas profundidades de entrelaçamento.	78
4.8	Avaliação de desempenho em canal selet. em freq. (perfil (A)) de sistema wavelet 2×512 com modulação em fase para diversas profundidades de entrelaçamento.	80
4.9	Avaliação de desempenho em canal selet. em freq. (perfil (B)) de sistema wavelet 2×512 com modulação em fase para diversas profundidades de entrelaçamento.	80
4.10	Avaliação de desempenho em canal selet. em freq. (perfil (C)) de sistema wavelet 2×512 com modulação em fase para diversas profundidades de entrelaçamento.	80
4.11	Aval. de desemp. em canal selet. em freq. (perfil (A)) de sist. wav. 2×128 e 2×512 com modulação em fase, com sistemas de referência de mesma eficiência espectral.	83
4.12	Aval. de desemp. em canal selet. em freq. (perfil (B)) de sist. wav. 2×128 e 2×512 com modulação em fase, com sistemas de referência de mesma eficiência espectral.	83
4.13	Aval. de desemp. em canal selet. em freq. (perfil (C)) de sist. wav. 2×128 e 2×512 com modulação em fase, com sistemas de referência de mesma eficiência espectral.	83

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Relação no tempo entre bits de entrada e símbolos wavelet codificados.	32
2.2 Símbolos gerados por uma MCW 2×8	35
2.3 Algoritmo de busca de constelações PSK para o sistema com codificação wavelet.	39
2.4 Quantização para sistema wavelet com MCW 2×128 em uma constelação 11-PSK.	40
2.5 Quantização para sistema wavelet com MCW 2×512 em uma constelação 19-PSK.	41
3.1 Tabela de entrelaçamento para $I_d = 4$ e $L = 16$	61
3.2 Perfis de intensidade de multi-percurso para os cenários (A), (B) e (C) de acordo com o modelo COST 207.	65
3.3 Algoritmo de demodulação para o sistema wavelet.	67

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2G	–	Segunda Geração
3G	–	Terceira Geração
4D	–	Quatro Dimensões
AG	–	Algoritmos Genéticos
ASK	–	<i>Amplitude Shift Keying</i> (Chaveamento em Amplitude)
AWGN	–	<i>Additive White Gaussian Noise</i> (Ruído Gaussiano Branco Aditivo)
BER	–	<i>Bit Error Rate</i> (Taxa de Erro de <i>bit</i>)
BPSK	–	<i>Binary Phase Shift Keying</i> (Chaveamento em Fase Binário)
CDMA	–	<i>Code Division Multiple Access</i> (Acesso Múltiplo por Divisão de Código)
CSI	–	<i>Channel State Information</i> (Informação do Estado do Canal)
DEP	–	Densidade Espectral de Potência
EDGE	–	<i>Enhanced Data Rates for GSM Evolution</i> (Melhoramento da taxa de Dados para a Evolução GSM)
FIR	–	<i>Finite Impulse Response</i> (Resposta ao Impulso Finita)
GSM	–	<i>Global System for Mobile Communications</i> (Sistema Global para Comunicações Móveis)
HF	–	<i>High Frequency</i> (Alta Frequência)
HSPA	–	<i>High Speed Packet Access</i>
IID	–	<i>Independent and Identically Distributed</i> (Independente e Identicamente Distribuído)
IIR	–	<i>Infinite Impulse Response</i> (Resposta ao Impulso Infinita)
ISI	–	<i>Inter-symbolic Interference</i> (Interferência Inter-simbólica)
LMS	–	<i>Least Mean Square</i> (Média de Mínimo Quadrático)
LTE	–	<i>Long Term Evolution</i> (Evolução de Longo Prazo)
MCW	–	Matriz de Coeficientes Wavelet
OFDM	–	<i>Orthogonal Frequency-Division Multiplexing</i> (Multiplexação por Divisão de Frequência)
PCS	–	<i>Personal Communication Services</i> (Serviços de Comunicações Pessoais)
PDF	–	<i>Probability Density Function</i> (Função Densidade de Probabilidade)
PSK	–	<i>Phase Shift Keying</i> (Chaveamento em Fase)
QPSK	–	<i>Quadrature Phase Shift Keying</i> (Chaveamento em Fase por Quadratura)
RF	–	<i>Radio Frequency</i> (Frequência de Rádio)
SNR	–	<i>Signal Noise Ratio</i> (Relação Sinal-Ruído)
STBC	–	<i>Space-Time Block Code</i> (Codificação em Bloco Espaço-Temporal)

- UMTS – *Universal Mobile Telecommunication System* (Sistema Móvel Universal de Telecomunicações)
- US – *Uncorrelated Scattering* (Espalhamento Descorrelacionado)
- VA – Variável Aleatória
- WSS – *Wide Sense Stationary* (Estacionário no Sentido Amplo)

LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbf{A} = (a_k^s)$	–	Matriz de coeficientes wavelet
$A(t)$	–	Amplitude do sinal
$\mathbf{a}^0$	–	Vetor escala
$\mathbf{a}^s, s > 0$	–	Vetores wavelet
B	–	Banda de transmissão
c	–	Velocidade da luz no vácuo
C	–	Capacidade do canal
$c(i)$	–	Ganhos aleatórios de percurso associado com o i -ésimo percurso de propagação
$\mathbf{C}_{MCW}$	–	Matriz de codificação wavelet
$c[k, n]$	–	Ganhos aleatórios de percurso associado com o k -ésimo percurso de propagação no instante discreto n
d_0	–	Distância de referência
dB	–	Decibel
E_0	–	Constante de escalonamento
f	–	Frequência
f_s	–	Frequência de amostragem
f_D	–	Máximo desvio Doppler
$f_R(r)$	–	Distribuição Rayleigh
$F[\cdot]$	–	Transformada de Fourier
g	–	Gênero de uma matriz de coeficientes wavelet
GHz	–	Giga-Hertz
Hz	–	Hertz
$\hat{h}(\tau, t)$	–	Resposta ao impulso do canal variante no tempo com múltiplos percursos
$h[n]$	–	Forma discreta da resposta ao impulso do canal
I_d	–	Profundidade de entrelaçamento
K	–	Comprimento de restrição de um codificador wavelet
KHz	–	Kilo-Hertz
km	–	Kilômetro
L	–	Linhas do entrelaçador
$\bar{L}_p(d)$	–	Perda média de percurso
m	–	Posto de uma matriz de coeficientes wavelet
M	–	Ordem do canal
$Mbps$	–	Mega <i>bits</i> por segundo
MHz	–	Mega-Hertz

n	– Índice de tempo discreto
N	– Número de percursos de propagação
N_p	– Número de pontos da constelação
$p[k]$	– Escalonamento do percurso k
R	– Taxa de transmissão
R_{in}	– Taxa de sinal digital
R_b	– Taxa de <i>bits</i>
R_s	– Taxa de símbolos
$R_{\hat{\alpha}_f(t)\hat{\alpha}_f(t)}(\tau)$	– Função de auto-correlação dos componentes em fase
$R_{\hat{\alpha}_q(t)\hat{\alpha}_q(t)}(\tau)$	– Função de auto-correlação dos componentes em quadratura
$R_{\hat{\alpha}_f(t)\hat{\alpha}_q(t)}(\tau)$	– Função de auto-correlação cruzada entre os componentes em fase e quadratura
$R_{\hat{\alpha}_q(t)\hat{\alpha}_f(t)}(\tau)$	– Função de auto-correlação cruzada entre os componentes em quadratura e fase
$R_{\hat{\alpha}(t)\hat{\alpha}(t)}(\tau)$	– Função de auto-correlação da envoltória
$R_{ \hat{\alpha}(t) ^2 \hat{\alpha}(t) ^2}(\tau)$	– Função de auto-correlação da envoltória quadrática
$r(t)$	– Sinal na saída do canal
$r[n]$	– Sinal discreto na saída do canal
$\hat{r}(t)$	– Envoltória complexa na saída do canal
s	– Unidade de tempo em segundos
S	– Potência média do sinal
$\hat{s}(t)$	– Envoltória complexa do sinal na saída do transmissor
$S(\nu)$	– Espectro de potência Doppler
$S(\Delta t)$	– Função de correlação espaçada no tempo
$s[n]$	– Sinais transmitidos no instante n
$s^e[n]$	– Estimativa dos sinais recebidos no instante n
$s_u^e[n]$	– Estimativa dos sinais demodulados no instante n
T_m	– Máximo tempo de espalhamento multi-percurso do canal
t	– Variável de tempo
T_s	– Intervalo de sinalização
W	– Largura de banda do canal
w_n	– Função da frequência de deslocamento Doppler
w_D	– Fator Doppler normalizado
$\mathbf{x}$	– Vetor de <i>bits</i> de informação
x_n	– <i>Bits</i> de informação

x_n^e	– Estimativa dos <i>bits</i> de informação
X_σ	– Variável aleatória gaussiana de média nula e variância σ
y_n	– Símbolos wavelet
y_n^e	– Estimativa dos símbolos wavelet
y^j	– Sub-símbolos wavelet
z_i	– Saída do decodificador wavelet no tempo i
$\aleph_0$	– Densidade espectral de potência do ruído
$\alpha(t)$	– Fator de atenuação do sinal recebido no k -ésimo percurso no instante t
$\hat{\alpha}_k(t)$	– Valor complexo da atenuação por percurso
$\alpha[n]$	– Fator de atenuação discreto
$\alpha[k, n]$	– Fator de atenuação do k -ésimo percurso de propagação no instante discreto n
δ	– Delta de Kronecker
$\eta(n)$	– Variáveis aleatórias Gaussianas independentes e identicamente distribuídas com média nula e variância $\aleph_0/2$ no instante n
$\Gamma(\tau, t)$	– Extensão da resposta do canal em banda base
λ	– Comprimento de onda
ϕ_h	– Função de autocorrelação que modela $\hat{h}(\tau, t)$
$\phi_h(\tau)$	– Perfil de intensidade de multi-percurso
$\phi_h(\Delta f)$	– Função de correlação espaçada em frequência
Φ_i	– Deslocamentos em fase associados com o i -ésimo percurso de propagação
σ^2	– Variância do ruído Gaussiano
$\tau(t)$	– Atraso no instante de tempo t
$\theta_m(t)$	– Fases da portadora
$\xi(I_d, L)$	– Entrelaçador de bloco

1 INTRODUÇÃO

Se um canal introduz distorção ao sinal como resultado de um processo de desvanecimento, a curva de desempenho do sistema pode exibir um patamar de erro irreduzível. Quando este patamar for maior do que um determinado limiar, nenhuma adição de energia ajudará o sistema a alcançar o nível de desempenho desejado. [...] A abordagem de combate a esses efeitos deve seguir dois passos básicos: primeiro, suavizar a distorção; depois, prover diversidade.

Sklar, Bernard

Em sistemas de comunicação sem fio, os sinais de informação são afetados por espalhamentos, refrações e reflexões causados por diversos obstáculos, o que caracteriza a presença de múltiplos percursos de propagação. Além disso, tanto a configuração espacial desses obstáculos quanto a mobilidade dos terminais se encontram sob constantes alterações. Tais fenômenos claramente impõem degradação na qualidade do sinal de comunicação, uma vez que a transmissão é afetada de duas maneiras: dispersão e atenuação variante no tempo (SKLAR, 1997a; PÄTZOLD, 1999; JERUCHIM et al., 2000; PROAKIS, 2000; RAPPAPORT, 2001; SKLAR, 2001; TRANTER et al., 2003).

Montanhas, florestas, aglomerados de edifícios e até outdoors podem ocasionar o *sombreamento* da comunicação entre as antenas receptoras e transmissoras. A potência média atenuada pelo sinal transmitido ao percorrer longas distâncias também representa um fator de degradação das comunicações sem fio. Estes fenômenos constituem um conjunto de efeitos denominados de *desvanecimento em grande escala* (SKLAR, 1997a; PÄTZOLD, 1999; JERUCHIM et al., 2000; PROAKIS, 2000; RAPPAPORT, 2001; SKLAR, 2001; TRANTER et al., 2003).

Se as características de propagação de um canal de rádio não são especificadas, supõe-se que o comportamento da atenuação do sinal ocorre como no espaço livre (TRANZEO, 2010). Nesse modelo, a região entre as antenas transmissoras e receptoras é tratada como sendo livre de todos os objetos que possam absorver ou refletir a energia da onda em rádio frequência (RF) que se propaga. Assume-se, neste caso, que tanto a atmosfera quanto a terra se comportam como meios perfeitamente uniformes e não absorventes (SKLAR, 1997a; RAPPAPORT, 2001).

Nesse caso idealizado, a atenuação de potência do sinal recebido é consideravelmente previsível (SKLAR, 2001). Para casos mais práticos de canais, entretanto, o sinal se propaga pela atmosfera e bem próximo ao chão. O modelo de propagação no espaço livre, portanto, se faz inadequado para descrever o canal de maneira precisa e prever o desempenho de sistemas com eficácia (PÄTZOLD, 1999; JERUCHIM et al., 2000; PROAKIS, 2000). Em condições como essas, o sinal também é afetado por um outro conjunto de fenômenos, conhecido na literatura por *desvanecimento em pequena escala* (SKLAR, 1997a; RAPPAPORT, 2001).

Três são as causas fundamentais desses tipos de distorções (SKLAR, 1997a; PROAKIS, 2000; RAPPAPORT, 2001). A *reflexão* do sinal que percorre o meio é uma delas. Esse efeito ocorre quando as ondas eletromagnéticas colidem com superfícies lisas de dimensões muito grandes em comparação com o comprimento de onda do sinal de RF. Outro fenômeno é a *difração*, que ocorre quando as antenas transmissoras e receptoras estão sombreadas entre si. Neste caso, ainda é possível haver comunicação, mesmo sem uma linha de visada direta entre os terminais. Esse efeito acontece por que o corpo denso que obstrui o percurso da onda transmitida causa o aparecimento de ondas secundárias que são capazes de atingir a antena receptora, mesmo que este obstáculo seja diretamente intransponível pelas ondas de RF. Por fim, o *espalhamento* acontece quando uma onda de RF colide com uma grande superfície áspera cujas dimensões são aproximadamente da mesma ordem de grandeza do que as suas, fazendo com que a energia refletida se disperse por todas as direções. Em um ambiente urbano típico, objetos como postes, placas, automóveis e até pessoas são obstáculos que provocam este tipo de distorção.

Todos esses efeitos podem causar flutuações abruptas na amplitude e na fase do sinal recebido. Ainda mais, pequenas mudanças na geometria do ambiente entre os terminais do enlace podem ocorrer frequentemente. Inclusive, para o caso de aplicações de rádio-móveis, o canal varia constantemente com o tempo, graças ao movimento relativo entre transmissor e receptor (SKLAR, 1997a; SKLAR, 2001; PROAKIS, 2000).

Efeitos de desvanecimento em pequena escala, portanto, manifestam-se através de dois mecanismos. Um deles é o *espalhamento*, ou dispersão, da energia do sinal transmitido, provocado pela existência de vários percursos de propagação. O outro é a *variação temporal* das atenuações de cada percurso, resultante de um efeito Doppler causado pelo movimento relativo entre as antenas transmissoras e receptoras (SKLAR, 1997a).

Com o objetivo de adicionar robustez à transmissão e amenizar os efeitos causados por canais caracterizados por distorções variantes no tempo e múltiplos percursos, estratégias de diversidade têm sido incorporadas a sistemas de comunicação modernos (PROAKIS, 2000; RAPPAPORT, 2001). Estas técnicas se baseiam na noção de que erros de recepção são gerados quando a atenuação do canal é alta, isto é, quando o canal sofre um desvanecimento intenso. Elas consistem, basicamente, em gerar redundância da informação transmitida para melhorar a recepção. Réplicas do sinal são transmitidas sobre canais independentes e, portanto, são afetadas diferentemente pelo canal. Assim, é provável que quando uma das réplicas estiver em situação de desvanecimento intenso, outras não estejam. Consequentemente, elas podem ser combinadas de maneira a fornecer uma maior confiabilidade na detecção do sinal transmitido (SKLAR, 1997b).

Um método consiste em utilizar diversidade de frequência (PROAKIS, 2000; SKLAR, 1997b). Ou seja, o mesmo sinal de informação é transmitido por diferentes portadoras, em que a separação entre elas seja igual ou superior a largura de banda de coerência do canal. Uma alternativa mais sofisticada para este esquema se baseia na utilização de

um sinal com largura de banda muito maior do que a largura de banda de coerência do canal. Após separar cada componente dos múltiplos percursos, o receptor pode tratar cada caminho independentemente, como se fossem desvanecidos de forma plana (LEE; WILLIAMS, 2000; ZHOU; GIANNAKIS, 2001; LIU et al., 2002; YOSHIMURA, 2007; TSENG; LEE, 2008; KUMBASAR; KUCUR, 2009; HEIDARPOUR; UYSAL, 2011; NAWAZ; BAIG, 2012).

Um segundo método comumente usado para oferecer diversidade emprega múltiplas antenas, e é conhecido como diversidade espacial. Por exemplo, pode-se empregar múltiplas antenas de transmissão e uma única antena receptora (ALAMOUTI, 1998; BARRY et al., 2003). Normalmente é necessária uma separação de, pelo menos, dez comprimentos de onda entre duas antenas, a fim de obter sinais que desvançam independentemente (PROAKIS, 2000; SKLAR, 1997b).

Outro método para obtenção de versões independentes do mesmo sinal de informação consiste em transmitir o sinal em diferentes intervalos de tempo, garantindo que os intervalos de tempo sucessivos seja igual ou superior ao tempo de coerência do canal (TURNER; TAYLOR, 2009; SGUAREZI FILHO et al., 2012). Este método é chamado de diversidade temporal. Existem outras técnicas de diversidade que receberam alguma consideração na literatura, tais como a diversidade de modulação (TERLLIZIE et al., 2002), de ângulo de chegada e diversidade de polarização. No entanto, elas não têm sido tão amplamente utilizadas como as demais (PROAKIS, 2000; SKLAR, 1997b).

É importante destacar que o canal com desvanecimento se encaixa em um modelo de canal com erros em rajada¹. Além disso, pode-se visualizar a transmissão da mesma informação em frequências ou em tempos diferentes como uma forma simples de codificação por repetição. A diversidade da transmissão na frequência ou no tempo é basicamente uma forma de entrelaçar os *bits* no código de repetição na tentativa de evitar rajadas de erro e, assim, obter erros independentes entre si. De um modo geral, codificação por repetição é um desperdício de largura de banda, quando comparado com estratégias de codificação não trivial (PROAKIS, 2000; SKLAR, 1997b), como é o caso da codificação wavelet (RESNIKOFF; WELLS, 1998).

Matrizes de coeficiente wavelet (MCW) utilizadas na codificação wavelet provêm diversidade temporal sem necessariamente comprometer a eficiência espectral dos sistemas de comunicação. Outra característica desta codificação é a sua simplicidade computacional de decodificação. Essas matrizes possuem linhas arbitrariamente longas que são ortogonais entre si, e que assim se mantêm, mesmo quando deslocadas e adicionadas. É através delas que a informação representada por um *bit* de informação espalha-se por todo o sinal transmitido e, ao mesmo tempo, faz com que uma pequena parte do sinal contenha informação sobre o todo. A ortogonalidade entre as linhas da MCW é usada pelo decodificador wavelet para estimar, por correlação, cada *bit* de informação que se

¹Nesse tipo de situação, é possível observar que o canal impõe ao sinal transmitido uma sequência de erros, causando perturbações em *bits* temporalmente adjacentes.

encontra espalhado no sinal recebido. O mecanismo de espalhamento da informação no tempo, antes da transmissão, e o recolhimento dela no receptor contribuem para melhorar a robustez do sistema de comunicação à combinação de efeitos do desvanecimento variante no tempo e de ruído localizado (SILVEIRA, 2006).

1.1 ESTADO DA ARTE

A partir de 1992 já encontram-se na literatura resultados sobre a investigação de *codificação de canais digitais* por matrizes de coeficientes wavelet (TZANNES; TZANNES, 1992). Com base na proposta de que a codificação wavelet se apresenta como uma eficiente técnica para superar os efeitos destrutivos produzidos pelo desvanecimento, propõe-se em (SILVEIRA et al., 2001) a avaliação da técnica com um esquema de modulação não-convencional em um canal de comunicação sem fio. Naquele trabalho, consideram-se os efeitos do ruído branco Gaussiano (*Additive White Gaussian Noise*, AWGN) e do desvanecimento Rayleigh plano na análise de desempenho de esquemas de codificação com matrizes wavelet. O trabalho resulta em uma série de outras publicações que vêm não somente confirmar os benefícios da codificação sobre o desempenho dos sistemas, como também trazem refinamentos em sua aplicação e análise.

Em (SILVEIRA, 2002) considera-se, a custo da diminuição da eficiência espectral do sistema, o uso de códigos de Hamming para codificar os símbolos wavelet antes de transmiti-los. O objetivo do trabalho consiste em superar o aumento no comprimento médio dos surtos de erros provocados por uma variação mais lenta do canal ao longo do tempo. Nele realiza-se comparações do esquema elaborado com outras técnicas de eficiência espectral similar para comprovar o aumento da robustez do sistema codificado por matrizes wavelet e diversidade em canais com surtos de erros mais intensos.

A partir da observação de que o esquema de modulação adotado afeta diretamente o desempenho do sistema com codificação wavelet, apresenta-se em (SILVEIRA et al., 2003) uma constelação de modulação em fase (*Phase Shift Keying*, PSK) modificada, obtida empiricamente de forma sub-ótima, cujo propósito consiste em minimizar a probabilidade de erro de *bit* de sistemas wavelet. Considerando o perfeito conhecimento do canal no receptor, o desempenho do sistema elaborado é avaliado tomando-se como referência um sistema com modulação BPSK (*Binary Phase Shift Keying*) não-codificado. Particularmente, estes resultados servem como motivação à análise apresentada em (SILVEIRA et al., 2004), em que se investigam os impactos dos erros de estimação da resposta ao impulso do canal, pelo algoritmo *Least Mean Square* (LMS), no desempenho do sistema codificado por matrizes wavelet.

Em (SILVEIRA, 2006) formulam-se ferramentas matemáticas relevantes à otimização de constelações utilizadas na modulação de símbolos wavelet dos sistemas codificados por matrizes wavelet. Como resultado, apresenta-se uma metodologia para o projeto de constelações por meio de algoritmo genético (AG) guiado pela formulação analítica desen-

volvida. No trabalho sustenta-se, inclusive, que o desenvolvimento analítico apresentado pode ser facilmente generalizado para auxiliar na concepção e análise de outras abordagens baseadas na codificação wavelet.

No mesmo ano, apresenta-se em (SILVEIRA JUNIOR et al., 2006) uma regra para a demodulação suave de sinais empregados no mapeamento de símbolos wavelet, cuja derivação baseia-se em um estimador de erro médio quadrático mínimo. No ano posterior, o método de recepção suave foi utilizado em (JUNIOR et al., 2007) na modelagem de um sistema de comunicação com concatenação serial entre a codificação wavelet e um codificador convolucional de taxa fixa. Com isso, foi proposto em (SILVEIRA JUNIOR, 2008) um esquema de decodificação iterativa, baseado na codificação wavelet, para combater os efeitos do canal com desvanecimento Rayleigh plano.

Em (FERREIRA, 2009) o uso de algoritmos genéticos é estendido à obtenção de novas constelações para matrizes wavelet de dimensões ainda não exploradas em trabalhos anteriores.

Ainda no ano de 2009, esquemas de diversidade espacial são explorados em (SILVEIRA JUNIOR et al., 2009) na construção de constelações 4D (quadrimensionais) para sistemas wavelet. As simulações são postas em contraste com o sistema originalmente proposto em (TZANNES; TZANNES, 1992). Os resultados indicam que, mantendo-se uma complexidade computacional relativamente baixa, mais uma vez obtêm-se melhorias no desempenho de sistemas wavelet com relação a trabalhos anteriores.

Em (SANTOS et al., 2011) se avaliam maneiras de aperfeiçoar o uso de algoritmos genéticos no projeto de constelações para sistemas wavelet. Atualmente, investigam-se estratégias para aumentar a eficiência espectral de sistemas de comunicação codificados por matrizes wavelet (SANTOS et al., 2013). Esse trabalho e (CAVALCANTE, 2013) são os trabalhos mais recentes relacionados ao tema da codificação wavelet.

Alguns trabalhos como (SILVEIRA, 2002; SILVEIRA, 2006; SILVEIRA JUNIOR, 2008; FERREIRA, 2009) frisam como uma contribuição em aberto a análise da codificação wavelet em modelos de canais mais completos. Todos os trabalhos citados nesta seção limitam-se a considerar modelos de canais com desvanecimento Rayleigh plano. Esta dissertação se propõe a investigar o desempenho da codificação wavelet em um modelo de canal mais abrangente, que também leva em consideração fenômenos causados por desvanecimentos seletivos em frequência. Os resultados apresentados neste trabalho tendem a confirmar a robustez da técnica de codificação wavelet em situações que modelam os efeitos da interferência inter-simbólica (ISI), principal efeito da seletividade em frequência.

1.2 MOTIVAÇÃO

O modelo mais simples para um canal de comunicação é aquele no qual a informação é degradada por canais invariantes no tempo, como fibras óticas e cabos metálicos (RAPPAPORT, 2001; SVENSSON, 2007). Canais de comunicação por rádio, por outro lado,

necessitam de modelos mais complexos para explicar o efeito dos múltiplos percursos e das variações temporais (desvanecimento) nas características do canal, especialmente em canais de redes móveis (SKLAR, 1997a; PÄTZOLD, 1999; JERUCHIM et al., 2000; PROAKIS, 2000; SKLAR, 2001; TRANTER et al., 2003).

Muitas das técnicas de diversidade difundidas atualmente já vêm sendo analisadas em ambientes que consideram os efeitos da variação no tempo e do deslocamento *Doppler* sobre o canal (SGUAREZI FILHO et al., 2012; SILVEIRA JUNIOR, 2008; SILVEIRA et al., 2009; FERREIRA, 2009; SANTOS et al., 2011). Naturalmente, o desenvolvimento de sistemas que sejam robustos aos efeitos do desvanecimento costuma ser bem mais desafiador do que para aqueles em que a única fonte de degradação da informação é o AWGN (RAPPAPORT, 2001; TRANTER et al., 2003; JERUCHIM et al., 2000; PÄTZOLD, 1999; SKLAR, 1997a). No entanto, para poucas dessas estratégias tem-se considerado a análise de desempenho em ambientes que simulem apropriadamente situações de enlace sem fio mais realistas (LEE; WILLIAMS, 2000; ZHOU; GIANNAKIS, 2001; LIU et al., 2002; KIM et al., 2002; MA et al., 2005; FONSECA; PSAROMILIGKOS, 2006; TURNER; TAYLOR, 2009; HEIDARPOUR; UYSAL, 2011; ADAYENO et al., 2012; SRIVASTAVA, 2012). Fenômenos como a existência de múltiplos percursos variantes no tempo e seletividade em frequência (ou interferência inter-simbólica, vista no domínio do tempo) são frequentemente ignorados com o objetivo de facilitar a metodologia ou por se suporem desprezíveis seus efeitos.

A própria codificação wavelet jamais foi analisada em modelos de canais que levassem em conta a combinação de todos esses fenômenos (CAVALCANTE, 2013). Desde a divulgação da técnica como uma maneira eficiente de minimizar os efeitos do desvanecimento (RESNIKOFF; WELLS, 1998), diversas análises e aperfeiçoamentos foram feitos no sentido de levá-la a condições cada vez mais realistas de operação (SILVEIRA et al., 2001; SILVEIRA, 2002; SILVEIRA et al., 2003; SILVEIRA et al., 2004; SILVEIRA, 2006). Entretanto, mesmo nos trabalhos mais recentes sobre a codificação wavelet, continua-se supondo ambientes de comunicação que operam sobre canais com desvanecimento plano (SILVEIRA JUNIOR et al., 2006; SILVEIRA JUNIOR, 2008; SILVEIRA et al., 2009; FERREIRA, 2009; SANTOS et al., 2011; SANTOS et al., 2013). Certamente este critério de degradação é bem mais rigoroso do que aquele em que a mensagem transmitida é afetada apenas pelo ruído branco (TZANNES; TZANNES, 1992). Ainda assim, a combinação dos efeitos causados pelo desvanecimento seletivo em frequência pode se mostrar um fator de grande degradação da informação. Estamos interessados em investigar o impacto que este tipo de fenômeno causa ao ganho de diversidade temporal oferecido pela codificação wavelet.

1.3 OBJETIVO

Esse trabalho tem como objetivo investigar os efeitos de propagação provocados por canais de comunicação sem fio com desvanecimento seletivo em frequência sobre o desempenho de sistemas codificados por matrizes wavelet. Pretende-se, assim, analisar

a robustez da diversidade temporal oferecida pela codificação wavelet neste contexto de comunicação e verificar seu potencial como sistema prático de comunicação sem fio.

Os resultados apresentados neste trabalho demonstram a eficiência da codificação wavelet na minimização dos efeitos destrutivos de canais caracterizados pelo desvanecimento Rayleigh variante no tempo e seletivo em frequência, sobre a informação transmitida. É importante destacar que a codificação wavelet se mostrou consideravelmente resistente à combinação entre: os efeitos provocados pela interferência intersimbólica de canais com múltiplos percursos; e o efeito Doppler nos percursos de propagação variantes com o tempo. Em níveis moderados de seletividade em frequência, o desempenho do sistema apresentado neste trabalho chega a ser muito próximo daquele obtido para canais planos. Os resultados indicam que o espalhamento da informação no tempo, obtido graças à codificação wavelet, é capaz de proteger o sinal de contra os efeitos destrutivos provocados pela ISI. Certamente essa robustez da codificação wavelet habilita o uso da técnica em diferentes cenários de comunicação. Os ganhos obtidos pela codificação wavelet se destacam satisfatoriamente quando comparados a sistemas de referência, considerando-se os mesmos ambientes de comunicação.

1.4 METODOLOGIA

Avalia-se, nesse trabalho, um sistema de transmissão sem fio com codificação wavelet que utiliza matrizes de dimensões 2×128 e 2×512 em associação com esquemas de modulação PSK não-convencionais. O desempenho do sistema wavelet projetado é medido em termos de probabilidade de erro de *bit* através de simulações computacionais. Ele é comparado tanto com sistemas wavelet já existentes quanto com outras estratégias de diversidade de similar complexidade e eficiência. Sua robustez foi testada para canais: com AWGN; com desvanecimento plano; e com múltiplos percursos descritos pela norma COST207 (COST207, 1986; COST207, 1989), principal referência dos padrões GSM (Global System for Mobile Communication), UMTS (Universal Mobile Telecommunication System) e EDGE (Enhanced Data Rates for GSM Evolution) de comunicações móveis (ISKANDER, N/A; GUIMARAES; PINTO, 2001; SILVA, 2004; GOMES, 2010).

Para tanto, considerou-se necessário a implementação de um simulador de canal que levasse em conta o conjunto de características consideradas como relevantes no projeto desses sistemas, como os efeitos: da variância no tempo; do deslocamento Doppler; dos múltiplos percursos; e da seletividade em frequência. Esse canal tem a forma estrutural de uma linha de atrasos, modelada como um filtro de resposta ao impulso finita (FIR) (TRANter et al., 2003; ZHENG; XIAO, 2003; TURNER; TAYLOR, 2009). Para a etapa de recepção, assumiu-se conhecimento perfeito do estado do canal (CSI) na implementação de um filtro de resposta ao impulso infinita (IIR) para reverter os efeitos do canal sobre a mensagem transmitida. Também foram utilizados entrelaçadores de bloco para melhorar os ganhos de diversidade conseguidos pela técnica de codificação e esquemas de modulação

PSK não-convencionais projetados por busca exaustiva sobre uma circunferência de raio unitário para canais planos.

1.5 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Este trabalho está organizado em cinco capítulos e um apêndice. No Capítulo 2 apresentam-se as Matrizes Wavelet e suas propriedades, os procedimentos de codificação e decodificação decorrentes, bem como as principais taxas associadas às dimensões das matrizes utilizadas na codificação. O Capítulo 3 apresenta o modelo do sistema de comunicação considerado neste trabalho, incluindo uma descrição do canal de comunicação com desvanecimento seletivo em frequência e os demais subsistemas que compõem o modelo simulado. O Capítulo 4 apresenta uma investigação do desempenho da codificação wavelet sob diferentes ambientes de comunicação sem fio. O Capítulo 5 contém algumas considerações finais e relaciona um conjunto de tópicos que poderão ser investigados na continuação deste trabalho. O Apêndice A estende as propriedades de Matrizes Wavelet, e introduz conceitos relevantes ao contexto deste trabalho.

2 CODIFICAÇÃO DE CANAL POR MATRIZES WAVELET

Estamos interessados na codificação de canal por matrizes wavelet principalmente devido às suas características de praticidade, eficiência e simplicidade de projeto. Não obstante, [...] com elas parece ser possível concretizar o limite superior para a transmissão de informações dado pelo *Teorema de Codificação de Canal de Shannon*¹.

Resnikoff, Howard

O primeiro trabalho sobre *matrizes wavelet* data de 1910, por Alfred Haar (HAAR, 1910). Vários exemplos clássicos de matrizes utilizadas na matemática e no processamento de sinais classificam-se como *matrizes de Haar* de alguma espécie. Dentre elas incluem-se matrizes de transformada discreta de Fourier, matrizes de transformada discreta do cosseno, matrizes de Hardamard e Walsh, matrizes de Rademacher, e matrizes de Chebyshev. A noção de matriz de Haar oferece um ponto de vista unificador para todas essas aplicações díspares (RESNIKOFF; WELLS, 1998).

Uma matriz wavelet pode ser vista como uma generalização das matrizes quadradas ortogonais em uma classe de matrizes retangulares. Ela possui uma correspondência com o conceito de bancos de filtros digitais, em que cada linha da matriz corresponde a um filtro do banco (VAIDYANATHAN, 1993).

A ortogonalidade dos vetores-linha de cada matriz wavelet garante que a energia do sinal nunca ultrapasse a sua banda de frequências na saída do banco de filtros. Em outras palavras, cada matriz wavelet projeta sua entrada em um número finito de sub-espacos ortogonais na saída. O banco de filtros corresponde a uma decomposição ortogonal do espaço vetorial do sinal (AKANSU; HADDAD, 1992).

A estrutura dessas matrizes permite que se ajuste características desejáveis para filtros digitais. No domínio do tempo, essas matrizes oferecem recursos como: suporte compacto (filtros FIR); reconstituição perfeita (sem *alias*); ortogonalidade; ortogonalidade sobreposta para preservar taxa de sinalização; suavidade e algoritmos rápidos. No domínio da frequência, permitem regular: a largura do lóbulo principal; a taxa de decaimento

¹A *teoria da informação*, desenvolvida por Claude E. Shannon (*30 de Abril de 1916 – †24 de Fevereiro de 2001) durante a Segunda Guerra Mundial, define a noção de capacidade do canal e fornece um modelo matemático pelo qual se pode calculá-la. Ele provou que é possível transmitir informações com uma confiabilidade arbitrariamente alta, contanto que a taxa de transmissão R não exceda uma determinada taxa C , chamada de capacidade do canal. É bem conhecido, por exemplo, que para um canal AWGN com largura de banda B e ruído N_0 , a capacidade do canal é

$$C = B \log_2(1 + S/N)(\text{bits/s}),$$

em que S é a potência média do sinal e $N = N_0 \cdot B$ é a potência do ruído. A fim de atingir as previsões teóricas, pesquisas evoluíram historicamente ao longo de três linhas principais. Uma delas consiste em investigar esquemas de modulação apropriados; outra tem sido a de desenvolver esquemas de codificação robustos; e a terceira é a de encontrar boas combinações de modulação e codificação (JERUCHIM et al., 2000).

assintótico; a altura máxima de lóbulos laterais e a sobreposição de lóbulos principais adjacentes (LAWTON, 1991; RESNIKOFF; WELLS, 1998).

Se um sinal digital tem taxa de R_{in} símbolos por segundo e se uma matriz wavelet tem posto m , então cada uma das m saídas associadas aos filtros wavelet tem taxa de R_{in}/m símbolos por segundo. Os filtros wavelet (ou vetores-linha) particionam o sinal de entrada em m sub-bandas ortogonais a partir das quais o sinal pode ser perfeitamente reconstruído. Essa relação pode ser vista como uma troca de informação no domínio do tempo por informação no domínio da frequência (AKANSU; HADDAD, 1992).

A codificação com matrizes wavelet como uma estratégia de diversidade para sistemas de comunicação foi proposta por (TZANNES; TZANNES, 1992). A idéia consiste em explorar as propriedades de ortogonalidade entre as linhas de uma matriz de coeficientes wavelet (MCW) para superar os efeitos do desvanecimento. O mecanismo dissemina a informação de cada *bit* sobre diversos símbolos. O resultado dessa codificação é um conjunto não-equívoco e multinível de *símbolos wavelet* que carregam a informação de vários *bits*, e que serão transmitidos em intervalos de tempo distintos (SILVEIRA, 2006; SILVEIRA JUNIOR, 2008; FERREIRA, 2009; SANTOS et al., 2011).

Dessa maneira se estabelece um esquema de espalhamento da informação no tempo, que visa se beneficiar das características do canal móvel. Da mesma forma como ocorre na codificação convolucional, a codificação wavelet espalha a informação no tempo, aumentando a robustez do sistema à combinação de desvanecimento variante no tempo e efeitos de ruído localizado (SILVEIRA, 2006). Em contrapartida, ao contrário do que ocorre com a codificação convolucional, a sequência de *bits* de informação pode ser facilmente recuperada de forma simples.

A estratégia de codificação wavelet foi escolhida devido aos seus bons resultados de desempenho sobre o canal com desvanecimento plano (SILVEIRA et al., 2009). Além disso, como será mostrado na sequência deste trabalho, ela também se revela uma solução interessante para superar os efeitos provocados pelo desvanecimento seletivo em frequência. Nesse capítulo, os algoritmos de codificação e decodificação wavelet serão apresentados, e as principais propriedades dos símbolos gerados pelo codificador wavelet serão definidas.

2.1 MATRIZES DE COEFICIENTES WAVELET

Considere a matriz $\mathbf{A} = (a_k^s)$ com $m \geq 2$ linhas e mg colunas denotada por

$$A = \begin{pmatrix} a_0^0 & a_1^0 & \cdots & a_{mg-1}^0 \\ a_0^1 & a_1^1 & \cdots & a_{mg-1}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_0^{m-1} & a_1^{m-1} & \cdots & a_{mg-1}^{m-1} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

com elementos no conjunto dos números complexos. A matriz $\mathbf{A}$ é denominada de matriz wavelet de posto m e gênero g se as condições

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_k^s = m\delta_{s,0}, \quad 0 \leq s \leq m-1 \quad (2.2)$$

e

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_{[k+mr']}^{s'} \bar{a}_{[k+mr]}^s = m\delta_{s',s}\delta_{r',r}, \quad 0 \leq s', s \leq m-1 \quad (2.3)$$

$$0 \leq r', r \leq g-1$$

forem satisfeitas, em que $[k+mr]$ é usado para denotar a operação $k+mr$ módulo mg , $\bar{a}$ é o conjugado complexo de a e $\delta_{x,y}$ é o delta de Kronecker, definido por

$$\delta_{x,y} = \begin{cases} 1 & \text{se } x = y; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.4)$$

A Equação (2.3) estabelece que os vetores representados pelas linhas de uma MCW de posto m têm comprimento igual a $\sqrt{m}$ e são mutuamente ortogonais, mesmo quando deslocadas entre si por um múltiplo de m . Além disso, ela indica que cada linha da MCW é ortogonal a uma cópia de si mesma deslocada por um múltiplo de m . A Equação (2.2) assegura que a soma dos elementos da primeira linha da matriz é igual ao posto da matriz wavelet, enquanto que a soma dos elementos em cada linha restante é igual a zero.

As matrizes wavelet utilizadas na codificação de canal apresentada neste trabalho têm como característica que todos os seus elementos são números reais, possuem o mesmo valor absoluto e são normalizados em ± 1 . Nesse caso, elas são denominadas como matrizes wavelets *inteiras e planas*, possuindo as seguintes propriedades

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_k^s = m\sqrt{g}\delta_{s,0}, \quad 0 \leq s \leq m-1 \quad (2.5)$$

e

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_{[k+mr']}^{s'} \bar{a}_{[k+mr]}^s = mg\delta_{s',s}\delta_{r',r}, \quad 0 \leq s', s \leq m-1, \quad (2.6)$$

$$0 \leq r', r \leq g-1$$

modificadas a partir das Equações (2.2) e (2.3) (RESNIKOFF; WELLS, 1998) (TZANNES; TZANNES, 1992).

2.2 ALGORITMO DE CODIFICAÇÃO

Seja uma fonte discreta que gera bits $x_n \in \{+1, -1\}$ estatisticamente independentes entre si e identicamente distribuídos (IID) de maneira equiprovável². No processo de codificação, a sequência de *bits* de informação x_n é inicialmente dividida em m sequências paralelas, definidas por

$$X_{pm+j} := \{x_{pm+j}\}_{p \in \mathbb{Z}, 0 \leq j < m}, \quad (2.7)$$

como pode ser observado na Figura 2.1. A j -ésima sequência paralela X_{pm+j} é então codificada por um banco de registradores de deslocamento, denotado pelo bloco MCW_j . No instante de tempo $n = pm + q$, em que $p \in \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ e $q \in \{0, 1, \dots, m-1\}$, o j -ésimo bloco MCW_j do codificador wavelet gera o símbolo y^j , denominado sub-símbolo wavelet.

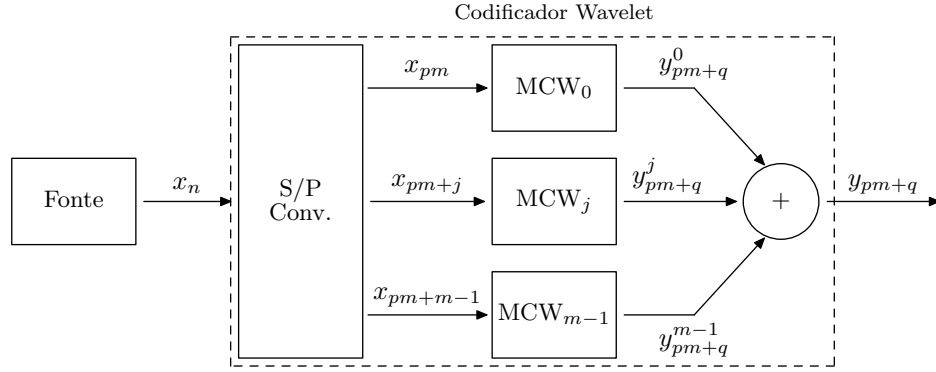


Figura 2.1 - Estrutura geral do codificador wavelet.

A Figura 2.2 apresenta de forma detalhada a estrutura de um dos m bancos de registradores MCW_j que formam o codificador wavelet apresentado na Figura 2.1. Cada banco MCW_j é constituído por m registradores de deslocamento, cada um deles com g células de memória. No processo de codificação com wavelets, os *bits* armazenados em cada um destes registradores são ponderados por coeficientes da j -ésima linha da MCW. Assim, os mg coeficientes da j -ésima linha da MCW são distribuídos em m grupos de g coeficientes equi-espaçados, de tal forma que o q -ésimo grupo é formado pelos coeficientes que ponderam as células do registrador REG_q do j -ésimo banco.

A cada instante de tempo $n = pm + q$, m sub-símbolos wavelets y_{pm+q}^j , $0 \leq j \leq m-1$, gerados, simultaneamente, pelo q -ésimo registrador de cada um dos m bancos MCW_j , são disponibilizados na saída do codificador wavelet. A partir da Figura 2.2 pode-se observar que o sub-símbolo wavelet y_{pm+q}^j , gerado no instante de tempo $n = pm + q$, pelo q -ésimo

²Esta fonte de informação será adotada em todo o trabalho.

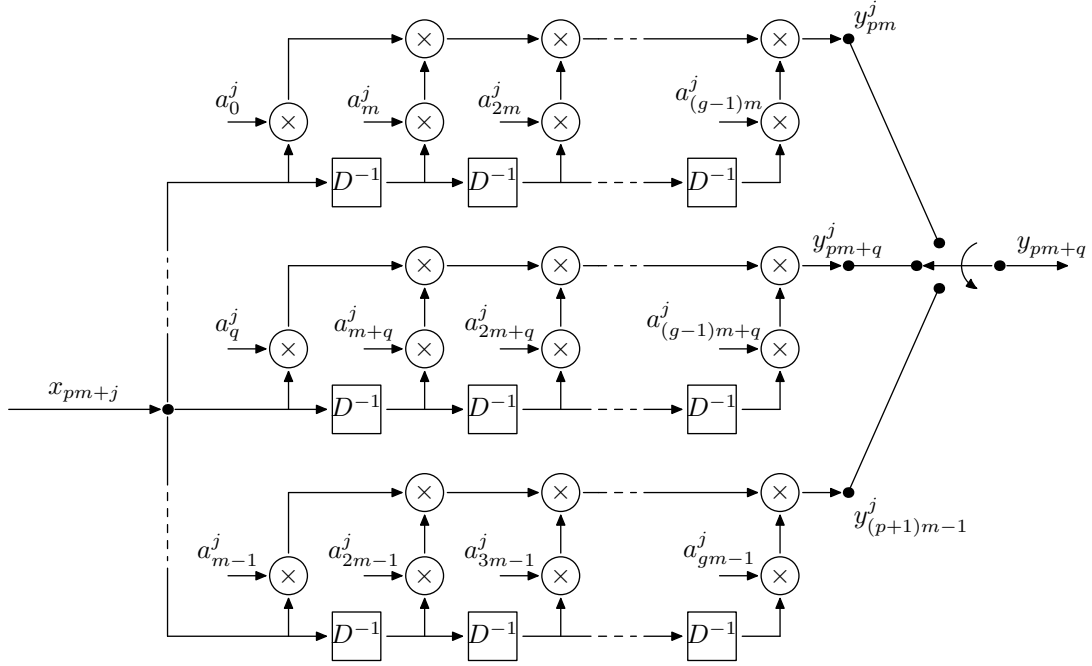


Figura 2.2 - Visão detalhada de um dos blocos MCW_j do codificador wavelet.

registrador do banco MCW_j , é dado por

$$y_{pm+q}^j = \sum_{l=0}^{g-1} a_{lm+q}^j x_{(p-l)m+j}. \quad (2.8)$$

Como existem mg elementos de memória em cada banco de registradores de deslocamento, cada *bit* de entrada pode afetar no máximo mg sub-símbolos wavelets. Finalmente, os m sub-símbolos wavelets com o mesmo índice de tempo $n = pm + q$ são então adicionados e o símbolo wavelet resultante é dado por

$$y_{pm+q} = \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{g-1} a_{lm+q}^j x_{(p-l)m+j}. \quad (2.9)$$

Os símbolos wavelet y_n também podem ser obtidos a partir de um produto matricial simples, expresso por

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{C}_{MCW}. \quad (2.10)$$

Nessa equação, $\mathbf{y}$ é o vetor de símbolos wavelet gerados e $\mathbf{C}_{MCW}$ é uma matriz de codificação, construída a partir de sucessivas repetições e deslocamentos (em m posições) da MCW até que o número de linhas da matriz $\mathbf{C}_{MCW}$ seja igual à dimensão do vetor de *bits* de informação que se deseja codificar. Procedendo desta forma, consegue-se manter as relações de ortogonalidade definidas pela Equação (2.6) entre as linhas da matriz $\mathbf{C}_{MCW}$. Este é um fator importante, e que será explorado na etapa de decodificação, explicado na

Seção 2.3.

A codificação wavelet espalha a informação de tal maneira que cada símbolo wavelet y_n possui contribuições de mg bits de informação. Dessa forma, também, a informação contida em cada *bit* se espalha ao longo do tempo, “influenciando” mg símbolos wavelet (SILVEIRA, 2006).

2.3 ALGORITMO DE DECODIFICAÇÃO

Na recepção, a sequência de informação x_n pode ser recuperada a partir da sequência de símbolos y_n recebida utilizando-se um banco de m correladores de comprimento mg , casados com as m linhas da MCW utilizada na codificação wavelet. A Figura 2.3 exibe um decodificador wavelet baseado na Equação (2.11). A saída do correlator z^j , $j \in \{0, 1, \dots, m-1\}$, casado com a linha a^j da MCW, no instante de tempo $i = m(g+p) - 1$, em que $p \in \mathbb{Z}$, é dado por

$$\begin{aligned}
 z_i^j &= \sum_{k=0}^{mg-1} a_{mg-1}^j y_{i-k} \\
 &= \sum_{k=0}^{mg-1} \sum_{j' \text{ prime}=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{g-1} a_k^j (a_{k-lm}^{j'} x_{j'+lm+i-(mg-1)}) \\
 &= x_{j+i-(mg-1)} \sum_{k=0}^{mg-1} a_k^j a_k^j \\
 &= mg x_{j+i-(mg-1)}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

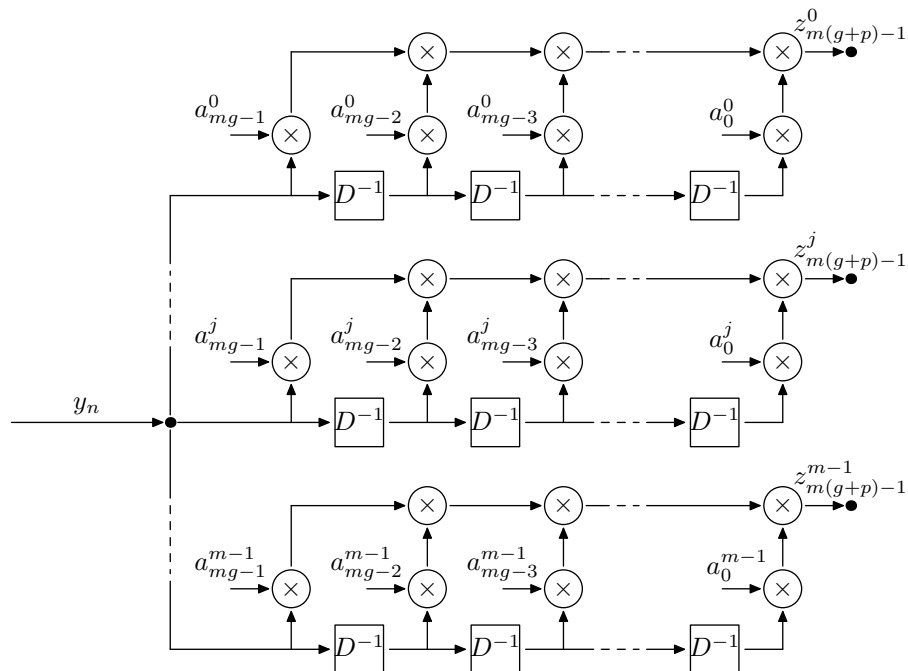


Figura 2.3 - Estrutura geral do decodificador wavelet.

Assim, na ausência de ruído, o *bit* decodificado $x_{j+i-(mg-1)}$ será -1 se $z_i^j = -mg$ ou $+1$ se $z_i^j = +mg$. Levando-se em consideração a interferência causada pelo canal de comunicação sobre os símbolos wavelet transmitidos, assumem-se estimativas dos *bits* dadas por $x_{j+i-(mg-1)} = \text{sgn}(z_i^j)$.

O atraso total do código é mg . Assim, o uso de matrizes wavelet de dimensões elevadas resulta em um aumento no tempo de atraso. Entretanto, este atraso ocorre apenas na decodificação do primeiro *bit*. Após o primeiro *bit* ser decodificado, a cada m símbolos codificados, recebidos pelo decodificador, são produzidos m *bits* de informação.

2.4 ESTUDO DE CASO DA CODIFICAÇÃO PARA MATRIZES WAVELET COM DIMENSÕES 2×8

Para exemplificar o processo de codificação, seja uma sequência de *bits* de informação $X_n = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots\}$ como definido na Seção 2.2. Além disso, considera-se que no processo de codificação utilizou-se uma MCW com ordem $m = 2$ e gênero g , dada por

$$MCW_{2 \times 2g} = \begin{pmatrix} a_0^0 & \dots & a_{2g-1}^0 \\ a_0^1 & \dots & a_{2g-1}^1 \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Nessa matriz, a^0 e a^1 representam, respectivamente, os coeficientes do filtro passa-baixas e do filtro passa-altas de um banco de filtros digitais com duas bandas. Como eles são mutuamente ortogonais quando deslocados entre si de duas posições, já que $m = 2$, podem ser utilizados para codificar os *bits* de entrada a uma taxa de 2 *bits* a cada $2k$ intervalos de sinalização. Nesse esquema, os *bits* de informação gerados nos intervalos de sinalização com índices ímpares são codificados pela primeira linha da matriz e os *bits* gerados nos intervalos pares são codificados pela segunda linha. O procedimento é ilustrado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Relação no tempo entre bits de entrada e símbolos wavelet codificados.

	1	2	3	...	2g	2g + 1	...
x_1	$x_1 a_0^0$	$x_1 a_1^0$	$x_1 a_2^0$	...	$x_1 a_{2g-1}^0$		
x_2	$x_2 a_0^1$	$x_2 a_1^1$	$x_2 a_2^1$	...	$x_2 a_{2g-1}^1$		
x_3		x_3	$x_3 a_0^0$	$x_3 a_1^0$	$x_3 a_2^0$	...	$x_3 a_{2g-1}^0$
x_4		x_4	$x_4 a_0^1$	$x_4 a_1^1$	$x_4 a_2^1$	...	$x_4 a_{2g-1}^1$
$\vdots$					$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$
	y_1	y_2	y_3	...	y_{2g}	y_{2g+1}	...

A sequência dos intervalos de sinalização localiza-se na linha superior da Tabela 2.1. A sequência dos símbolos y_n codificados a cada instante localiza-se na linha inferior da mesma. A codificação de cada *bit* de informação x_i é apresentada na i -ésima linha abaixo do quadro superior. Vale notar que, para instantes n ímpares, a codificação é iniciada no

i -ésimo intervalo de sinalização, enquanto que, para instantes n pares, o processo se inicia no $(i - 1)$ -ésimo intervalo de sinalização. O símbolo codificado y_n é o resultado da soma dos elementos da n -ésima coluna da tabela.

O *comprimento de restrição* K de um codificador wavelet é definido como o número máximo de símbolos em uma sequência de saída que podem ser afetados por qualquer *bit* de entrada, ou seja,

$$K := mg. \quad (2.13)$$

Esse valor informa o número de colunas da matriz de coeficientes wavelet utilizadas na codificação. O processo de codificação apresentado na Tabela 2.1 possui taxa de codificação unitária (1 *bit* de informação por símbolo codificado y_n). Essa taxa é atingida quando se tem uma sobreposição máxima entre as linhas da matriz de codificação wavelet, ou seja, quando o deslocamento entre linhas idênticas na matriz de codificação é igual a m .

A modificação no nível de sobreposição entre as linhas da matriz possibilita a obtenção de valores de taxa tão pequenas quanto $1/g$. Nesse caso, não há sobreposição dos elementos não nulos das linhas da MCW. A redução da sobreposição das linhas implica em um maior espalhamento da informação no tempo. Isto fornece à informação uma maior diversidade, embora ao custo da diminuição da eficiência espectral do sistema. Entretanto, ao contrário da codificação convolucional, o comprimento de restrição não causa grande impacto à complexidade computacional do processo de decodificação (SILVEIRA, 2006).

Agora seja a MCW de dimensões 2×8 definida por³

$$MCW_{2 \times 8} = \begin{pmatrix} a_0^0 & a_1^0 & a_2^0 & a_3^0 & a_4^0 & a_5^0 & a_6^0 & a_7^0 \\ a_0^1 & a_1^1 & a_2^1 & a_3^1 & a_4^1 & a_5^1 & a_6^1 & a_7^1 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

O diagrama esquemático do codificador wavelet para essa matriz é apresentado na Figura 2.4. A Tabela 2.2 apresenta os sub-símbolos wavelets y_n^j gerados nos oito primeiros intervalos dessa codificação, bem como os seus respectivos símbolos wavelets y_n .

A partir da Tabela 2.2, pode-se observar que existe um período transitório na formação de símbolos wavelets, que se encerra em $n = m(g - 1) - 1$. A coluna inferior da tabela revela que o conjunto de *bits* processados é alterado a cada m intervalos de codificação, trazendo m novos *bits* ao banco de registradores. Em regime permanente, cada

³A matriz wavelet inteira plana normalizada em ± 1 com dimensão 2×2 é a matriz de Haar expressa como

$$MCW_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Matrizes desse tipo com ordens maiores e gênero 1 são também conhecidas como matrizes de Hadamard ou de Walsh. Aplicando-lhe a operação de extensão, definida no Apêndice A, obtêm-se as matrizes utilizadas neste trabalho, de posto $m = 2$ e gêneros: $g = 4$, $g = 64$ e $g = 256$ (portanto de dimensões $m \times mg = 2 \times 8$, $m \times mg = 2 \times 128$ e $m \times mg = 2 \times 512$, respectivamente).

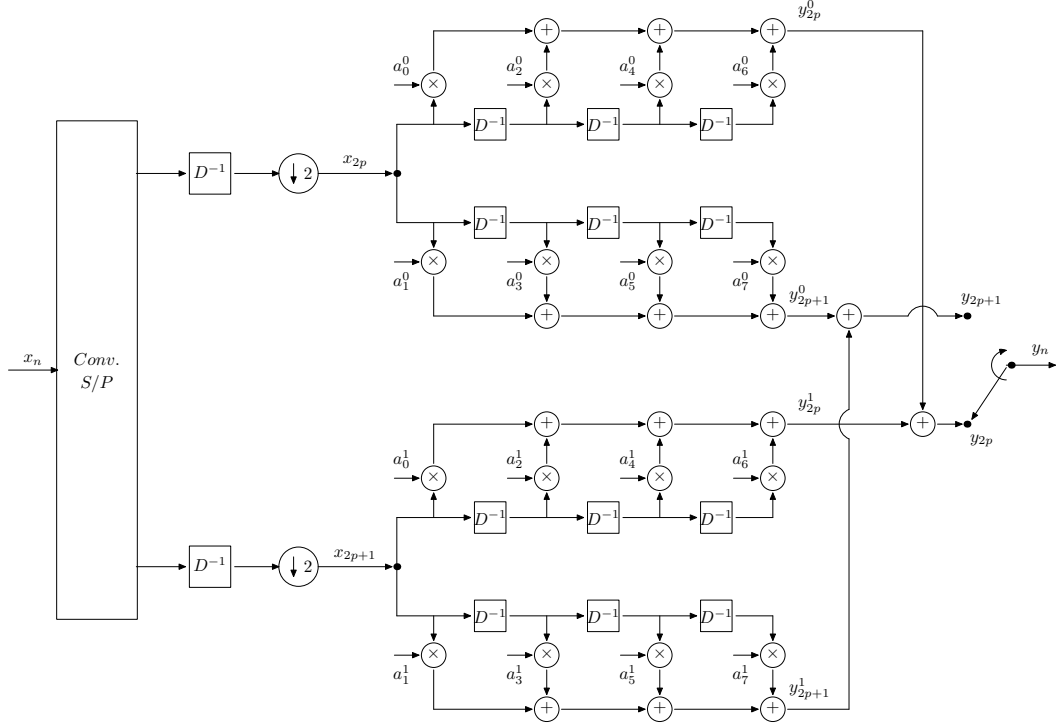


Figura 2.4 - Diagrama completo do codificador wavelet para uma MCW 2×8 ($m = 2, g = 4$).

símbolo wavelet y_n tem informações sobre mg bits de informação. Além disso, cada bit de informação “influencia” mg símbolos wavelet. Em todo caso, cada bit da sequência de entrada vai ser codificado somente por uma das m linhas da MCW.

Assumindo uma máxima sobreposição entre as linhas da matriz de codificação, $\mathbf{C}_{MCW}$ pode ser obtida a partir da MCW definida pela Equação (2.14), sendo dada por

$$\mathbf{C}_{MCW_{2 \times 8}} = \begin{pmatrix} a_0^0 & a_1^0 & a_2^0 & \dots & a_7^0 \\ a_0^1 & a_1^1 & a_2^1 & \dots & a_7^1 \\ & & a_0^0 & a_1^0 & a_2^0 & \dots & a_7^0 \\ & & a_0^1 & a_1^1 & a_2^1 & \dots & a_7^1 \\ & & & & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

É importante destacar que o número de linhas da matriz $\mathbf{C}_{MCW}$ é igual à dimensão do vetor de bits de informação que se deseja codificar.

Na etapa de recepção, um bit de informação x_n é identificado pelo sinal da saída da correlação entre a palavra-código wavelet e a sequência de símbolos recebida. Como visto nesta seção, e ilustrado pela Figura 2.4, a saída do primeiro correlator casado com a palavra código wavelet a_n^0 no instante de tempo i pode ser expressa por

$$z_i = \sum_{k=0}^{mg-1} y_{i-k} a_{(mg-1)-k}^0, \quad i = l \cdot mg, \quad l \geq 1. \quad (2.17)$$

Tabela 2.2 - Símbolos gerados por uma MCW 2×8 .

n	y_n^0	y_n^1
0	$a_0^0 x_0$	$a_0^1 x_1$
1	$a_1^0 x_0$	$a_1^1 x_1$
2	$a_2^0 x_0 + a_0^0 x_2$	$a_2^1 x_1 + a_0^1 x_3$
3	$a_3^0 x_0 + a_1^0 x_2$	$a_3^1 x_1 + a_1^1 x_3$
4	$a_4^0 x_0 + a_2^0 x_2 + a_0^0 x_4$	$a_4^1 x_1 + a_2^1 x_3 + a_0^1 x_5$
5	$a_5^0 x_0 + a_3^0 x_2 + a_1^0 x_4$	$a_5^1 x_1 + a_3^1 x_3 + a_1^1 x_5$
6	$a_6^0 x_0 + a_4^0 x_2 + a_2^0 x_4 + a_0^0 x_6$	$a_6^1 x_1 + a_4^1 x_3 + a_2^1 x_5 + a_0^1 x_7$
7	$a_7^0 x_0 + a_5^0 x_2 + a_3^0 x_4 + a_1^0 x_6$	$a_7^1 x_1 + a_5^1 x_3 + a_3^1 x_5 + a_1^1 x_7$

n	$y_n = y_n^0 + y_n^1$
0	$a_0^0 x_0 + a_0^1 x_1$
1	$a_1^0 x_0 + a_1^1 x_1$
2	$a_2^0 x_0 + a_2^1 x_1 + a_0^0 x_2 + a_0^1 x_3$
3	$a_3^0 x_0 + a_3^1 x_1 + a_1^0 x_2 + a_1^1 x_3$
4	$a_4^0 x_0 + a_4^1 x_1 + a_2^0 x_2 + a_2^1 x_3 + a_0^0 x_4 + a_0^1 x_5$
5	$a_5^0 x_0 + a_5^1 x_1 + a_3^0 x_2 + a_3^1 x_3 + a_1^0 x_4 + a_1^1 x_5$
6	$a_6^0 x_0 + a_6^1 x_1 + a_4^0 x_2 + a_4^1 x_3 + a_2^0 x_4 + a_2^1 x_5 + a_0^0 x_6 + a_0^1 x_7$
7	$a_7^0 x_0 + a_7^1 x_1 + a_5^0 x_2 + a_5^1 x_3 + a_3^0 x_4 + a_3^1 x_5 + a_1^0 x_6 + a_1^1 x_7$

De acordo com a Tabela 2.2, fazendo $mg = 8$, tem-se que

$$\begin{aligned}
z_i &= \sum_k \{ (x_{i-7} a_k^0) a_k^0 + (x_{i-6} a_k^1) a_k^0 \\
&\quad + (x_{i-5} a_{k-2}^0) a_k^0 + (x_{i-4} a_{k-2}^1) a_k^0 \\
&\quad + (x_{i-3} a_{k-4}^0) a_k^0 + (x_{i-2} a_{k-4}^1) a_k^0 \\
&\quad + (x_{i-1} a_{k-6}^0) a_k^0 + (x_i a_{k-6}^1) a_k^0 \\
&= x_{i-7} \sum_k a_k^0 a_k^0 + x_{i-6} \sum_k a_k^1 a_k^0 \\
&\quad + x_{i-5} \sum_k a_{k-2}^0 a_k^0 + x_{i-4} \sum_k a_{k-2}^1 a_k^0 \\
&\quad + x_{i-3} \sum_k a_{k-4}^0 a_k^0 + x_{i-2} \sum_k a_{k-4}^1 a_k^0 \\
&\quad + x_{i-1} \sum_k a_{k-6}^0 a_k^0 + x_i \sum_k a_{k-6}^1 a_k^0, \quad i = l \cdot mg, \quad l \geq 1.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Como a Equação (2.6) garante que as palavras-código wavelet são mutuamente ortogonais quando deslocadas de km , e também que cada palavra-código wavelet é ortogonal a si mesma, deslocada de km , para k inteiro não negativo, tem-se que todos os somatórios

da Equação (2.18) se cancelam, exceto o primeiro. Assim, obtém-se

$$z_i = \sum_{k=0}^7 x_{i-7} a_k^0 a_k^0 = 8 \cdot x_{i-7} \quad (2.19)$$

e o símbolo decodificado, na ausência de ruído, será -1 se $z_i = -mg = -8$ ou $+1$ se $z_i = +mg = +8$.

2.5 DISTRIBUIÇÃO DOS SÍMBOLOS CODIFICADOS

Pela análise do processo de formação dos símbolos wavelet gerados pelo codificador com emprego da $MCW_{2 \times 8}$, observa-se que o codificador realiza um mapeamento de 2^8 combinações distintas de 8 *bits* sobre símbolos pertencentes ao conjunto $\{-8, -6, -4, -2, 0, +2, +4, +6, +8\}$. De maneira geral, o uso de matrizes de ordem m e gênero g levam o codificador a gerar símbolos que pertencem ao conjunto

$$y_n \in \{-mg, -mg + 2, \dots, -mg + 2k, \dots, -2, 0, 2, \dots, mg - 2, mg\}, \quad (2.20)$$

com cardinalidade $mg + 1$.

Como mencionando, a fonte de informação gera *bits* estatisticamente independentes entre si. Nesse caso, a probabilidade de se obter um determinado símbolo wavelet, formado por um conjunto particular de *bits*, é igual ao produto dos valores de probabilidade associados a cada um desses *bits*. Assim, para se obter a probabilidade da variável aleatória (VA) associada à saída do codificador wavelet assumir um dos possíveis valores na Equação (2.20), deve-se considerar todos os agrupamentos de *bits* que, uma vez codificados, formam o mesmo símbolo wavelet.

Formalmente, um método para a obtenção da distribuição de probabilidades dos símbolos wavelet consiste em aplicar a função geradora de momentos sobre a VA y_n , obtendo-se (VINIOTIS, 1998; PAPOULIS; PILLAI, 2002)

$$\mathbb{G}_{y_n}(z) = \mathbb{E} \left[z^{\sum_{k=0}^{mg-1} b_k x_k} \right] = \mathbb{E} \left[\prod_{k=0}^{mg-1} z^{b_k x_k} \right]. \quad (2.21)$$

Como as VA's $\{x_k\}$ são estatisticamente independentes e têm distribuição equiprovável,

tem-se

$$\begin{aligned}
\mathbb{G}_{y_n}(z) &= \mathbb{E} \left[\prod_{k=0}^{mg-1} z^{b_k x_k} \right] \\
&= \prod_{k=0}^{mg-1} \mathbb{E} [z^{b_k x_k}] \\
&= 0.5^{mg} (z + z^{-1})^{mg} \\
&= \sum_{k=0}^{mg-1} \binom{mg}{k} z^{2k-mg} 0.5^{mg}.
\end{aligned} \tag{2.22}$$

A partir da Equação (2.22), vê-se que

$$Pr(y_m = 2k - mg) = \binom{mg}{k} 0.5^{mg}, \quad 0 \leq 2k \leq mg. \tag{2.23}$$

A partir da função geradora de momentos também é possível obter a média e a variância dos símbolos wavelet, aplicando-se derivadas sucessivas sobre essa função (PAPOULIS; PILLAI, 2002), sendo respectivamente iguais a zero e mg .

2.6 TRANSMISSÃO DE SÍMBOLOS WAVELET

O processo de codificação apresentado até o momento tem taxa de codificação unitária (um *bit* de informação por símbolo codificado y_n). No entanto, a codificação com matrizes wavelet possibilita a obtenção de outros valores de taxa, modificando-se o nível de sobreposição das linhas da matriz de codificação wavelet. A sobreposição máxima ocorre quando o deslocamento entre linhas idênticas é igual a m , como pode ser observado na matriz da Equação (2.16) para o caso de $m = 2$, o que resulta na taxa de codificação igual a 1. Variando-se a sobreposição das linhas wavelet, pode-se conseguir taxas de codificação tão pequenas quanto $1/g$. Neste caso limite, não há sobreposição dos elementos não nulos das linhas da MCW.

É importante observar que o aumento das dimensões da MCW utilizada na codificação leva a um aumento do ganho de diversidade, já que implica em um maior espalhamento da informação no tempo. Se um símbolo codificado é transmitido no mesmo intervalo de tempo em que um *bit* de informação é gerado pela fonte, então a codificação com matrizes de grandes dimensões não compromete a taxa de transmissão.

Entretanto, o aumento nas dimensões da matriz wavelet utilizada na codificação implica no aumento tanto da variância dos símbolos codificados quanto dos seus valores possíveis, de acordo com as Equações (2.23) e (2.20), respectivamente. Uma vez que, em sistemas wavelet, cada símbolo codificado deve ser mapeado em um sinal da constelação de sinais, o aumento no número de colunas mg das matrizes wavelets pode resultar na

degradação de desempenho do sistema devido a uma aglomeração dos $mg + 1$ pontos na constelação.

Do ponto de vista do receptor do sistema, um erro de demodulação entre símbolos wavelet com valores próximos pode resultar em nenhum ou quase nenhum erro de *bit*. Por outro lado, um erro de demodulação entre símbolos wavelet com valores muito diferentes pode ocasionar um surto de erros (TZANNES; TZANNES, 1992; SILVEIRA, 2006). Por isso, a escolha do esquema de modulação é um fator crucial para o desempenho dos sistemas de transmissão sem fio que utilizam a codificação com matrizes wavelet.

Um possível procedimento para diminuir o tamanho do alfabeto de símbolos codificados e, conseqüentemente, evitar a aglomeração de pontos na constelação de sinais consiste em diminuir o nível de sobreposição das linhas da matriz de codificação wavelet. Porém, este procedimento tem como custo a diminuição da eficiência espectral do sistema, em termos de *bits/s/Hz*. Uma maneira alternativa pode ser obtida limitando a saída do modulador a um número de níveis menor do que o número de símbolos codificados.

Por exemplo, se os símbolos ± 8 do exemplo anterior, com probabilidade de ocorrência na ordem de 10^{-3} , forem substituídos pelos símbolos respectivamente adjacentes ± 6 , pode-se utilizar um esquema de modulação 7-ário para transmitir os 7 símbolos de maior probabilidade. Essa estratégia pode ser vista como um esquema de *quantização dos símbolos wavelet*, e pode ser utilizada para equilibrar o ganho de diversidade conseguido pelo sistema com matrizes wavelets maiores e a perda de desempenho provocada pelo aumento da constelação de sinais utilizada na modulação (RESNIKOFF; WELLS, 1998).

2.6.1 PROJETO DE CONSTELAÇÕES PARA MATRIZES DE CODIFICAÇÃO

Com o objetivo de projetar sistemas codificados por matrizes de dimensões elevadas, evitando uma aglomeração de pontos na constelação de sinais sem prejudicar a eficiência espectral, faz-se necessário projetar constelações específicas para cada matriz de codificação. A metodologia adotada no projeto das constelações utilizadas nesse trabalho consiste em buscar exaustivamente a melhor combinação de distribuição dos símbolos wavelet em pontos do espaço de sinais.

Entretanto, ao invés de se buscar por um mapeamento símbolo a símbolo, a solução de quantizar os símbolos sugere adotar um esquema em que grupos de símbolos são mapeados sobre um único ponto da constelação de sinais. Essa abordagem foi proposta por (RESNIKOFF; WELLS, 1998) e é adotada por (SILVEIRA, 2006) para tornar viável a busca de constelações para sistemas wavelet codificados por matrizes de dimensões 2×128 . A idéia por trás desse esquema de quantização é que uma constelação de sinais com menos pontos conduz a menores probabilidades de erro de demodulação. Assim, ocorre uma compensação da perda de informação imposta pelo procedimento de quantização.

O algoritmo apresentado na Tabela 2.3 sintetiza a busca exaustiva desenvolvida

para projetar constelações para os sistemas wavelet. Ele deve receber como argumentos o grau de discretização do espaço de busca, denotado por δ , e a quantidade de pontos (ou grupos de pontos) que devem ser considerados, denotada por N_p . Sua saída é uma distribuição desses pontos (ou grupos) ao longo do círculo unitário, já que este trabalho utiliza esquemas de modulação PSK.

Tabela 2.3 - Algoritmo de busca de constelações PSK para o sistema com codificação wavelet.

Algoritmo

```

1: função BUSCACONSTELAÇÃOPSK_WAVELET( $\delta, N_p$ )
2: inicialização
3:   seja  $s_i \in \{s_1, s_2, \dots, s_{N_p}\}$  os sinais de uma constelação e  $\angle s_i$  os seus ângulos
4:   faça todo  $s_i$  receber os valores dos correspondentes símbolos wavelet
5:   faça todo  $s_i$  se localizar sobre o eixo das abscissas
6: iteração
7:   faça  $i = M$ 
8:   faça sistema wavelet com a constelação atual ser simulado
9:   armazene a configuração da constelação
10:  armazene o valor da BER obtido na simulação
11:  incremente o ângulo  $\angle s_i$  em  $\delta$  graus.
12:  se  $\angle s_i \geq 2\pi$  faça
13:     $\angle s_i = 0^\circ$ 
14:     $i = i - 1$ 
15:    se  $i = 0$ 
16:      vá para linha 21
17:    fim se
18:    vá para linha 11
19:  fim se
20:  vá para linha 7
21:  devolva a constelação avaliada que produz a menor probabilidade de erro de bit
22: fim função

```

Um aspecto que merece destaque é o tempo de processamento computacional requerido pelo algoritmo de busca de constelação para os símbolos wavelet. Ele é diretamente proporcional ao tamanho do espaço de busca, pois o mesmo se baseia na enumeração completa do espaço discretizado. O tamanho desse espaço é função do número de sinais da constelação N_p , e do grau de discretização empregado. Assim, por exemplo, para uma discretização no círculo trigonométrico de $\delta = 1^\circ$ nos ângulos, o tamanho do espaço investigado no projeto de constelações PSK é 360^{N_p} .

As Tabelas 2.4 e 2.5 apresentam os esquemas de quantização utilizados nessa busca para os sistemas com codificação wavelet baseado em MCW de dimensões 2×128 e 2×512 , respectivamente. A partir destas, pode-se observar que os esquemas de quantização para

as MCW de dimensões 2×128 e 2×512 requerem, respectivamente, constelações de 11 e 19 sinais. As Figuras 2.5 e 2.6 apresentam as constelações 11-PSK e 19-PSK projetadas para esses sistemas. Os sinais dessas constelações estão rotulados com os valores dos símbolos wavelet correspondentes.

Tabela 2.4 - Quantização para sistema wavelet com MCW 2×128 em uma constelação 11-PSK.

Conjunto Truncado	Símbolo Representativo	Ângulo de Localização
$\{0\}$	0	0°
$\{2,4,6\}$	4	22°
$\{-2,-4,-6\}$	-4	-22°
$\{8,10,12\}$	10	60°
$\{-8,-10,-12\}$	-10	-60°
$\{14,16,18\}$	16	90°
$\{-14,-16,-18\}$	-16	-90°
$\{20,22,24\}$	22	110°
$\{-20,-22,-24\}$	-22	-110°
$\{26,28,30,\dots,128\}$	28	125°
$\{-26,-28,-30,\dots,-128\}$	-28	-125°

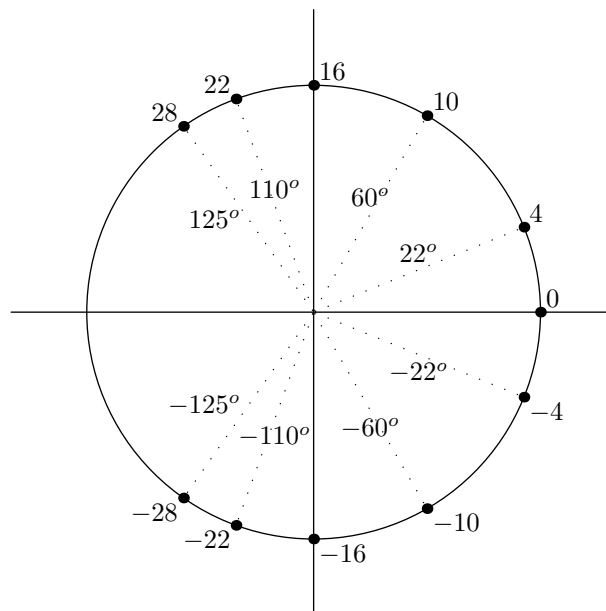
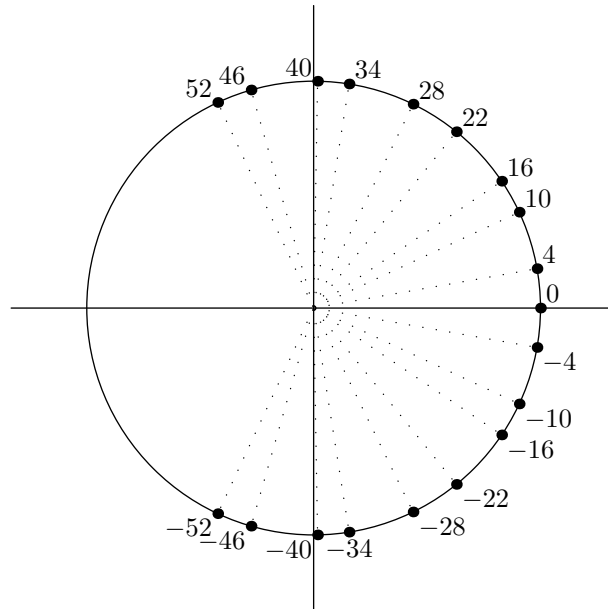


Figura 2.5 - Constelação 11-PSK para sistema wavelet com MCW 2×128 .

Tabela 2.5 - Quantização para sistema wavelet com MCW 2×512 em uma constelação 19-PSK.

Conjunto Truncado	Símbolo Representativo	Ângulo de Localização
$\{0\}$	0	0°
$\{2,4,6\}$	4	10°
$\{-2,-4,-6\}$	-4	-10°
$\{8,10,12\}$	10	25°
$\{-8,-10,-12\}$	-10	-25°
$\{14,16,18\}$	16	34°
$\{-14,-16,-18\}$	-16	-34°
$\{20,22,24\}$	22	51°
$\{-20,-22,-24\}$	-22	-51°
$\{32,34,36\}$	28	64°
$\{-32,-34,-36\}$	-28	-64°
$\{38,40,42\}$	34	81°
$\{-38,-40,-42\}$	-34	-81°
$\{44,46,48\}$	40	89°
$\{-44,-46,-48\}$	-40	-89°
$\{50,52,54\}$	46	106°
$\{-50,-52,-54\}$	-46	-106°
$\{56,58,60,\dots,512\}$	52	115°
$\{-56,-58,-60,\dots,-512\}$	-52	-115°

Figura 2.6 - Constelação 19-PSK para sistema wavelet com MCW 2×512 . Os ângulos omitidos podem ser encontrados na Tabela 2.5.

Todas as buscas foram realizadas para canais com desvanecimento plano. As constelações que resultaram em melhor desempenho para esse ambiente passaram a ser utilizadas em todos os demais cenários. Evita-se assim mascarar qualquer ganho de desempenho oferecido pela codificação em detrimento de acréscimos oriundos da otimização de constelações para canais específicos.

2.7 CONCLUSÕES

Nesse capítulo, as matrizes wavelet utilizadas na codificação de canal foram apresentadas, assim como os procedimentos de codificação e decodificação utilizando essas matrizes. Uma estratégia de transmissão para matrizes wavelet com dimensões elevadas também foi abordada. As principais características do sistema apresentado são:

- a) Matrizes wavelet reais e planas são utilizadas para codificar *bits* de informação;
- b) Os vetores representados pelas linhas de uma matriz wavelet são estritamente ortogonais mesmo quando deslocados entre si de múltiplos de seu posto m ;
- c) No processo de codificação, a informação é dividida em sequências paralelas que são codificadas por bancos de registradores de deslocamento;
- d) A codificação fornece 1 *bit* de informação por símbolo wavelet codificado;
- e) A taxa de codificação pode ser ajustável para valores inferiores a 1 *bit*/símbolo wavelet;
- f) A decodificação dos símbolos wavelet é conseguida por um simples banco de correlatores;
- g) O aumento nas dimensões da matriz de codificação é interessante do ponto de vista de sistemas com desvanecimento, uma vez que mais diversidade temporal passa a ser oferecida;
- h) Para evitar a aglomeração dos pontos representativos de símbolos wavelet no espaço de sinais, sem diminuir a taxa de codificação, adota-se uma estratégia de quantização desses símbolos;
- i) Constelações PSK são obtidas por um procedimento exaustivo de busca em uma circunferência.

O próximo capítulo apresentará um modelo de sistema de comunicação que utiliza esse método de codificação para aumentar a robustez da informação transmitida no combate ao desvanecimento e à interferência intersimbólica.

3 SISTEMA DE COMUNICAÇÃO CODIFICADO

No seu sentido mais amplo, a palavra “canal” pode ser utilizada para representar qualquer subsistema entre a fonte e o receptor de um sinal. [...] Com o objetivo de simular um canal quando este é explicitamente representado por uma sequência de operações, é preciso ter um modelo para cada operação (assim como para o *meio* [de transmissão]). Basicamente, um modelo pode ser pensado como uma *representação* matemática ou algorítmica para cada sub-parte do sistema. [...]

Jeruchim, Michael

Sistemas de comunicação podem operar sobre uma variedade de meios de propagação, tais como pares de fios trançados, cabos coaxiais e fibras óticas. Particularmente nesses meios, mesmo que o modo de propagação varie, é razoável admitir que os canais sejam modelados por sistemas lineares invariantes no tempo. Modelos para canais desta categoria podem ser adequadamente caracterizados por *funções de transferência* que relacionam de maneira simples entrada e saída (JERUCHIM et al., 2000; TRANTER et al., 2003).

A propagação das ondas de rádio através da atmosfera, por outro lado, é um fenômeno extremamente complexo. No estudo desse tipo de transmissão é preciso levar em consideração uma ampla gama de fatores, incluindo a frequência e a largura de banda do sinal, os tipos de antenas utilizadas, o terreno entre os terminais de transmissão e recepção (rural, urbano, interior, etc), bem como as condições climáticas (TRANTER et al., 2003). Entretanto, as equações que descrevem o comportamento de campos eletromagnéticos são complexas demais, especialmente para serem resolvidas em tempo de execução, no caso de usuários móveis (GALLEGER; ZHENG, 2006).

No Brasil, por exemplo, sistemas de comunicação por celular de segunda e terceira geração operam sobre uma faixa de 900 MHz a 1800 MHz (ULBRICH, 2008). O comprimento de onda da radiação eletromagnética λ em qualquer frequência f é dada por $\lambda = c/f$, em que $c = 3 \times 10^8 m/s$ é a velocidade da luz no vácuo. O comprimento de onda nestas bandas de celular é descrita, portanto, em frações de metro. Assim, para calcular o campo eletromagnético para um receptor móvel seria necessário ter conhecimento a respeito do local onde se posicionam as antenas transmissoras e receptoras, e das obstruções entre elas, com uma precisão sub-métrica (GALLEGER; ZHENG, 2006).

É por isso que modelos de simulação não costumam se basear nos fenômenos físicos subjacentes, mas em observações empíricas. Esses experimentos ajudam a responder o que realmente se precisa saber a respeito dos ambientes analisados, e que tipo de aproximações se fazem razoáveis.

Desde os primeiros experimentos de Marconi em rádio-telegrafia¹, cientistas têm dedicado um esforço considerável à compreensão e desenvolvimento de modelos que descrevam a propagação de ondas de rádio através da atmosfera (JERUCHIM et al., 2000; GALLEGER; ZHENG, 2006). Muitas medições foram realizadas ao longo das últimas décadas para reunir dados empíricos de propagação para microondas (OKUMURA et al., 1968; HATA, 1980; LEE, 1986; SEIDEL et al., 1991; ANDERSON et al., 1995; RAPPAPORT, 2001). Todos esses resultados levaram a uma melhor compreensão de como modelar tais eventos, e de como usar esses modelos para auxiliar na análise, projeto e simulação de sistemas de comunicação modernos (TRANter et al., 2003).

Nesse capítulo, apresenta-se uma relação entre entrada e saída para o sistema proposto nesse trabalho. A Figura 3.1 apresenta o modelo discreto em banda base do sistema de comunicação avaliado. Os subsistemas que compõem o modelo serão detalhados nas seções a seguir.

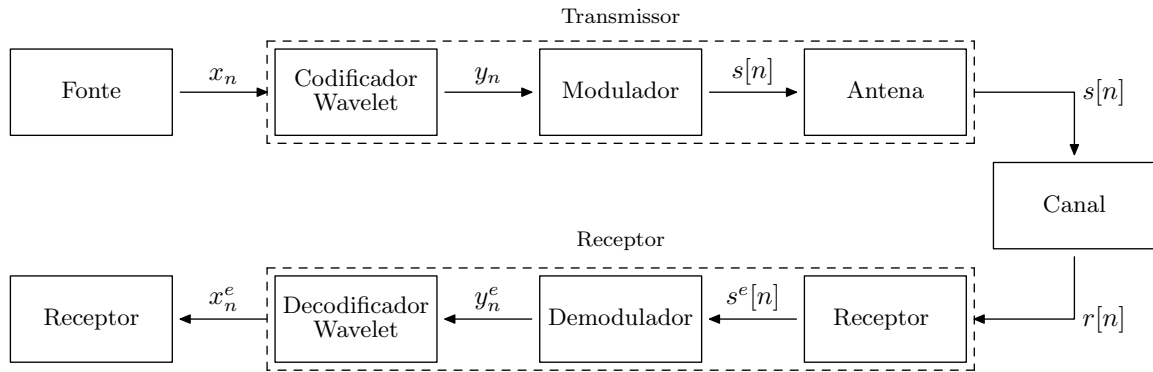


Figura 3.1 - Diagrama de blocos do sistema wavelet codificado.

No modelo de ambiente em que opera esse sistema, as funções de transferência são definidas por filtros FIR. Na Seção 3.2, mostra-se como os efeitos de multi-percurso podem ser modelados por um sistema linear variante no tempo. Na Seção 3.2.1, obtém-se uma representação em banda base para o modelo projetado. Ele se baseia em *linhas de atraso*, cujos atrasos são considerados fixos e os seus respectivos ganhos são resultados de processos estocásticos, conforme detalhado na Seção 3.2.2. Na Seção 3.2.3 apresenta-se uma representação discreta do ambiente de simulação, bem como seus detalhes de implementação. O capítulo se encerra com a descrição dos procedimentos de recepção que integram o sistema.

¹Guglielmo Marconi (*25 de abril de 1874 – †20 de julho de 1937), foi um inventor italiano que provou a viabilidade da comunicação de rádio. Ele enviou e recebeu seu primeiro sinal de rádio na Itália, em 1895. Em 1899 ele transmitiu o primeiro sinal sem fio através do Canal da Mancha. Dois anos mais tarde ele realizou a primeira transmissão pelo Atlântico ao enviar a letra “S” da Inglaterra à América. Em 1909, ele recebeu o *Prêmio Nobel de Física*, em reconhecimento de suas contribuições para o desenvolvimento da telegrafia sem fio (rádio) (BELLIS, N/A).

3.1 TRANSMISSÃO

Modulação digital é o processo de mapeamento de símbolos digitais em formas de onda compatíveis com as características do canal. O mapeamento é feito tomando-se blocos de $k = \log_2 M$ símbolos digitais de informação em um intervalo de tempo. Para cada bloco, o modulador seleciona uma das $M = 2^k$ formas de onda analógicas com energia finita, que será transmitida através do canal (PROAKIS, 2000; SILVEIRA, 2002).

De forma geral, os sinais modulados são representados pela forma de onda

$$s(t) = A(t) \cos(2\pi f_c t + \theta(t)), \quad mT_s \leq t \leq (m+1)T_s, \quad m \in \mathbb{N}, \quad (3.1)$$

em que $A(t)$ é a amplitude do sinal, T_s é um intervalo de sinalização e $\theta(t)$ é a variação de fase da onda portadora ao longo do intervalo de sinalização. Particularmente, para a modulação PSK utilizada nos sistemas avaliados neste trabalho, $A(t)$ é uma constante igual a 1 e $\theta(t)$ é igual a um valor constante θ_m em cada intervalo de sinalização $mT_s \leq t \leq (m+1)T_s$, o qual representa o símbolo wavelet codificado que se deseja transmitir no respectivo intervalo. Portanto, θ_m assume apenas um número finito de valores, definidos de acordo com a Seção 2.6. O equivalente passa-baixa desse sinal PSK pode ser definido como

$$\begin{aligned} s(t) &= \Re [e^{j\theta_m} e^{j2\pi f_c t}] \\ &= \Re [\hat{s}(t) e^{j2\pi f_c t}]. \end{aligned} \quad (3.2)$$

A envoltória complexa $\hat{s}(t)$ do sinal PSK na saída desse subsistema é dada, portanto, por (SILVEIRA, 2002; TRANTER et al., 2003)

$$\hat{s}(t) = e^{j\theta_m}, \quad mT_s \leq t \leq (m+1)T_s, \quad m \in \mathbb{N} \quad (3.3)$$

No sistema proposto por este trabalho, a fonte de informação gera uma sequência x_n de *bits* de informação independentes e identicamente distribuídos. Essa sequência de *bits* é codificado por uma matriz de codificação wavelet $\mathbf{C}_{MCW}$, conforme definido na Seção 2.2. Os símbolos wavelet y_n gerados nessa etapa são mapeados em formas de onda, representadas por pontos de uma constelação PSK específica, a depender da MCW utilizada na codificação, conforme definido na Seção 2.6.

Assim, os valores de θ_m nas Equações (3.2) e (3.1) dependem diretamente dos símbolos y_n produzidos na saída do subististema codificador. Os sinais analógicos produzidos por esta etapa são entregues à antena transmissora para serem enviados ao receptor pelo canal de transmissão no formato de ondas eletromagnéticas.

3.2 CANAL DE TRANSMISSÃO

Canais sem fio costumam ser caracterizados em termos das variações no tempo e na frequência que são impostas sobre o sinal transmitido. Essas flutuações podem ser divididas, de maneira geral, em duas categorias:

Desvanecimentos em grande escala ocorrem pela atenuação da energia do sinal de informação ocasionada por transmissões em longas distâncias. Esse fenômeno também é ocasionado pelo sobreamento do percurso entre as antenas devido a grandes obstáculos, como prédios e montanhas. Geralmente, não há relação com as frequências de transmissão (GALLEGER; ZHENG, 2006; JERUCHIM et al., 2000).

Para aplicações de rádio móvel, Okumura (OKUMURA et al., 1968) realizou uma abrangente gama de experimentos para descrever situações de alturas de antenas e distâncias de cobertura. Hata (HATA, 1980) transformou os dados de Okumura em fórmulas paramétricas aplicáveis a diversos cenários práticos. As atenuações de percurso passaram, assim, a ser descritas em termos da distância entre as antenas transmissoras e receptoras. Ou seja, a *atenuação média de percurso*, $\bar{L}_p(d)$, como uma função da distância d entre os terminais, é proporcional à n -ésima potência de d relativa a uma distância referencial d_0 . Tem-se assim

$$\bar{L}_p(d) \propto \left(\frac{d}{d_0} \right)^n, \quad (3.4)$$

em que $\bar{L}_p(d)$ é usualmente descrita em *decibels* como

$$\bar{L}_p(d)(dB) = L_s(d_0)(dB) + 10 \cdot n \cdot \log \left(\frac{d}{d_0} \right). \quad (3.5)$$

Nessa expressão, a distância de referência d_0 corresponde a um ponto localizado suficientemente distante da antena. Tipicamente, este valor é assumido como 1 *km* para grandes células, 100 *m* para microcélulas e 1 *m* para ambientes interiores (SKLAR, 2001).

A Equação (3.5) expressa uma média, e portanto não é adequada para descrever configurações particulares do canal. Muitas vezes, canais se comportam de maneiras distintas mesmo que a separação entre as antenas seja a mesma. Assim, é necessário incluir variações que permitam alguma flexibilidade ao modelo. Medidas mostram que a atenuação de percurso $L_p(d)$ obedece a uma distribuição log-normal com média $\bar{L}_p(d)$. Dessa forma, é possível descrever $L_p(d)$ em termos de $\bar{L}_p(d)$ e uma VA gaussiana X_σ de média nula e variância σ como

$$L_p(d)(dB) = L_s(d_0)(dB) + 10 \cdot n \cdot \log \left(\frac{d}{d_0} \right) + X_\sigma(dB). \quad (3.6)$$

Isso faz com que os parâmetros necessários para descrever estatisticamente a atenuação de percurso devido ao desvanecimento em grande escala para uma localização arbitrária e com uma separação entre antenas específica sejam:

- a distância de referência d_0 ;
- o expoente de atenuação de percurso n ; e
- o desvio padrão σ da variável X_σ .

Nesse modelo, a região entre as antenas transmissoras e receptoras é tratada como sendo livre de todos os objetos que possam absorver ou refletir a energia da onda de rádio frequência que se propaga. Assume-se, nesses casos, que tanto a atmosfera quanto a Terra se comportam como meios perfeitamente uniformes e não absorventes (SKLAR, 1997a; RAPPAPORT, 2001). Desvanecimentos desse tipo costumam ser relevantes para aspectos do planejamento de células de comunicação, para se definir a localização das estações-base e os níveis de potência necessários para se atingir determinadas taxas de *uplink* e *downlink* (OKUMURA et al., 1968; HATA, 1980; LEE, 1986; SEIDEL et al., 1991; ANDERSON et al., 1995; RAPPAPORT, 2001).

Desvanecimentos em pequena escala são significativos ao projeto de sistemas de comunicações robustos e eficientes, como, por exemplo, para se investigar quais técnicas de modulação e recepção podem ser promissoras (SKLAR, 2001; GALLERGER; ZHENG, 2006). Esse tipo de fenômeno ocorre devido às interferências construtivas e destrutivas dos múltiplos percursos de propagação entre as antenas transmissoras e receptoras. Eles acontecem na escala da ordem do comprimento de onda da portadora, e dependem diretamente da frequência de transmissão.

Três são as causas fundamentais deste tipo de distorção (SKLAR, 1997a; PROAKIS, 2000; RAPPAPORT, 2001):

- i) **reflexão** do sinal que percorre o meio é uma delas. Este efeito ocorre quando as ondas eletromagnéticas colidem com superfícies lisas de dimensões muito grandes em comparação com o comprimento de onda do sinal de RF;
- ii) **difração** é outro fenômeno, que ocorre quando as antenas transmissoras e receptoras estão sombreadas entre si. Neste caso, ainda é possível haver comunicação, mesmo sem uma linha de visada direta entre os terminais. Esse efeito acontece por que o corpo denso que obstrui o percurso da onda transmitida causa o aparecimento de ondas secundárias que são capazes de atingir a antena receptora, mesmo que este obstáculo seja diretamente intransponível pelas ondas de RF;

iii) **espalhamento**, por fim, acontece quando uma onda de RF colide com uma grande superfície áspera cujas dimensões são aproximadamente da mesma ordem da onda, fazendo com que a energia refletida se disperse por todas as direções. Em um ambiente urbano típico, objetos como postes, placas, automóveis e até pessoas são obstáculos que provocam este tipo de distorção.

Todos esses efeitos podem causar flutuações abruptas na amplitude, na fase, e no ângulo de incidência do sinal recebido. Ainda mais, pequenas mudanças na geometria do ambiente entre os terminais do enlace podem ser constantemente observadas. Inclusive, para o caso de aplicações rádio-móveis, o canal varia constantemente com o tempo, graças ao movimento relativo entre transmissor e receptor (SKLAR, 1997a; SKLAR, 2001; PROAKIS, 2000). Efeitos de desvanecimento em pequena escala, portanto, manifestam-se através de dois mecanismos:

- i) **dispersão** da energia do sinal transmitido, causado pela existência de vários percursos de propagação; e
- ii) **variação temporal** das atenuações provocadas por cada percurso, além de um efeito Doppler causado pelo movimento relativo entre as antenas transmissoras e receptoras (SKLAR, 1997a).

3.2.1 MODELO MATEMÁTICO DO CANAL DE TRANSMISSÃO

Seja um sinal PSK transmitido sobre um canal afetado por AWGN. A representação em banda base do sinal recebido pode ser dada por

$$\hat{r}(t) = \hat{s}(t) + \eta(t), \quad mT_s \leq t \leq (m+1)T_s, \quad m \in \mathbb{N}, \quad (3.7)$$

em que $\hat{s}(t)$ é definido pela Equação (3.3), e $\eta(t)$ representa o ruído aditivo modelado por um processo Gaussiano branco complexo, com média nula e densidade espectral de potência (DEP) igual a $\aleph_0/2$ por dimensão, em que

$$\aleph_0 = 10^{-0,1 \cdot SNR_{dB}}, \quad (3.8)$$

e a SNR_{dB} (ou relação sinal-ruído em dB) corresponde à razão entre a potência do sinal e a potência do ruído (TRANTER et al., 2003).

Os efeitos do AWGN, contudo, não são suficientes para descrever os efeitos do canal de comunicação sem fio. Esse tipo de ambiente se caracteriza por múltiplos percursos de propagação, com um atraso e um fator de atenuação associados a cada um destes percursos. Ambos os parâmetros são variantes no tempo como resultado das alterações frequentes na estrutura do meio.

Ao se transmitir um pulso extremamente curto, idealmente um impulso, por um canal multi-percurso variante no tempo, o sinal recebido pode parecer com uma sequência de pulsos. Nesse tipo de ambiente, ao repetir-se o experimento, é possível observar claras alterações na sequência de pulsos recebidos. Do ponto de vista do usuário do canal, as variações temporais percebidas parecem imprevisíveis. Estas variações podem ser enxergadas na duração de cada pulso, nos atrasos relativos entre os pulsos, e, frequentemente, no número de pulsos obtidos na sequência recebida (PÄTZOLD, 1999; JERUCHIM et al., 2000; PROAKIS, 2000; SKLAR, 2001; TRANTER et al., 2003). A Figura 3.2 ilustra esse efeito.

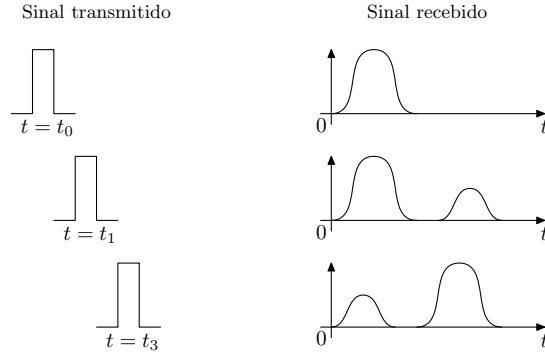


Figura 3.2 - Resposta ao impulso de um canal multi-percurso variante no tempo.

Dessa forma, o sinal modulado na saída do canal pode ser expresso no receptor por

$$r(t) = \sum_{k=1}^N \alpha(k, t) s(t - \tau_k(t)), \quad (3.9)$$

em que $\alpha(k, t)$ e $\tau_k(t)$ são, respectivamente, o fator de atenuação do sinal recebido no k -ésimo percurso e o atraso correspondente ao k -ésimo percurso, no instante t . Substituindo $s(t)$, definido na Equação (3.1), na Equação (3.9), tem-se que

$$r(t) = \sum_{k=1}^N \alpha_k(t) A(t - \tau_k(t)) \cos [2\pi f_c(t - \tau_k(t)) + \theta(t - \tau_k(t))], \quad (3.10)$$

que pode ser reescrito como

$$r(t) = \sum_{k=1}^N \alpha_k(t) A(t - \tau_k(t)) \Re \left\{ e^{j2\pi f_c t} e^{-j2\pi f_c \tau_k(t)} e^{j\theta(t - \tau_k(t))} \right\}. \quad (3.11)$$

Considerando a transmissão de sinais PSK, e levando em conta que $\alpha_k(t)$ é real, a Equação (3.11) pode ser reescrita como

$$r(t) = \Re \left\{ \sum_{k=1}^N \alpha_k(t) \hat{s}(t - \tau_k(t)) e^{j2\pi f_c t} e^{-j2\pi f_c \tau_k(t)} \right\}, \quad (3.12)$$

em que $\hat{s}(t) = e^{j\theta_m}$ para $mT_s \leq t \leq (m+1)T_s$, $m \in \mathbb{N}$.

Seja o valor complexo da atenuação por percurso definido como

$$\hat{\alpha}_k(t) = \alpha_k(t) e^{-j2\pi f_c \tau_k(t)}, \quad (3.13)$$

de tal forma que

$$r(t) = \Re \left\{ \sum_{k=1}^N \hat{\alpha}_k(t) \hat{s}(t - \tau_k(t)) e^{j2\pi f_c t} \right\}. \quad (3.14)$$

Então, a envoltória complexa na saída do canal é dada por

$$\hat{r}(t) = \sum_{k=1}^N \hat{\alpha}_k(t) \hat{s}(t - \tau_k(t)). \quad (3.15)$$

A relação entre entrada e saída definida pela Equação (3.15) corresponde a um sistema linear variante no tempo com resposta ao impulso

$$\hat{h}(\tau, t) = \sum_{k=1}^N \hat{\alpha}_k(t) \delta(t - \tau_k(t)). \quad (3.16)$$

Assim, a resposta ao impulso que descreve o canal variante no tempo, denominada $\hat{h}(\tau, t)$, é uma função do tempo τ que define a duração do impulso $\delta(t - \tau_k(t))$ sobre o canal, e do tempo t em que o efeito do impulso é observado na saída do canal (PROAKIS, 2000). É através dessas variáveis que os efeitos dos múltiplos percursos do canal se manifestam, de acordo com esse modelo (JERUCHIM et al., 2000).

Exemplo com três percursos.

Nesse exemplo, o modelo de simulação desconsidera o ruído e é constituído de três percursos, assumindo-se que:

- a) o meio de transmissão não sofre alterações em sua geometria durante a transmissão, fazendo com que as atenuações e os atrasos correspondentes ao k -ésimo atraso sejam constantes;
- b) o desvanecimento que afeta o canal não influencia a fase do sinal transmitido, apenas a sua amplitude;
- c) a magnitude da atenuação de cada componente multi-percurso é considerada constante sobre intervalos adjacentes;
- d) nenhuma filtragem é aplicada à transmissão.

O sinal recebido para este exemplo pode ser escrito como

$$\hat{r}(t) = \underbrace{\alpha_0 \hat{s}(t - \tau_0)}_{1^\circ \text{ Percurso Rayleigh}} + \underbrace{\alpha_1 \hat{s}(t - \tau_1)}_{2^\circ \text{ Percurso Rayleigh}} + \underbrace{\alpha_2 \hat{s}(t - \tau_2)}_{3^\circ \text{ Percurso Rayleigh}}, \quad (3.17)$$

onde α_0 , α_1 e α_2 representam as atenuações de cada percurso, e τ_i é o atraso relativo entre dois percursos consecutivos. Considerando que $\tau_0 = 0$ e que $\tau = \tau_1 = \tau_2/2$, a transformada de Fourier da Equação (3.17) é dada por

$$\hat{R}(f) = \alpha_0 \hat{S}(f) + \alpha_1 \hat{S}(f) e^{-j2\pi f_c \tau} + \alpha_2 \hat{S}(f) e^{-j4\pi f_c \tau}, \quad (3.18)$$

que leva à função de transferência

$$\hat{H}(f) = \alpha_0 + \alpha_1 e^{-j2\pi f_c \tau} + \alpha_2 e^{-j4\pi f_c \tau}. \quad (3.19)$$

A partir da Equação (3.19), fica claro que se o produto $f_c \tau$ não for desprezível com relação à faixa de frequências que o sinal ocupa, o canal é seletivo em frequência, levando ao espalhamento dos atrasos e à interferência inter-simbólica (TRANTER et al., 2003). $\square$

Enquanto a teoria eletromagnética fornece modelos físicos para descrever isoladamente os fenômenos que caracterizam ambientes de comunicação sem fio, é possível utilizar modelos estatísticos que simulem a relação entre entrada e saída em um canal móvel para ambientes complexos. Em particular, a resposta do canal em banda base, levando em consideração tanto os efeitos em grande quanto em pequena escala, pode ter a forma

$$\Gamma(\tau, t) = \left\{ \left[\frac{k}{d^n} g_{sh}(p(t)) \right]^{1/2} \right\} \hat{h}(\tau, p(t)). \quad (3.20)$$

Nessa equação, o termo entre chaves modela os efeitos de desvanecimento em grande escala, como na Equação (3.6). A constante $K = -10 \log_{10}(k)$ é a média de atenuação de potência, em dB, associada a uma distância fixada, d é a distância em metros entre transmissor e receptor, e o fator $g_{sh}(p(t))$ considera o efeito de sombreamento por prédios, túneis e outras obstruções a uma determinada posição $p(t)$. O termo $\hat{h}(\tau, p(t))$, neste trabalho simplificado como $\hat{h}(\tau, t)$, considera os efeitos causados por múltiplos percursos e por desvanecimentos localizados em função de uma determinada posição $p(t)$ a um instante t .

Na Equação (3.20), os termos que calculam o desvanecimento em grande escala provocados pelo sombreamento e pela atenuação de percurso variam muito lentamente, em função do tempo, para velocidades veiculares comuns, quando comparados a $\hat{h}(\tau, p(t))$. Sendo assim, a atenuação provocada pelos efeitos em grande escala podem ser tratados

como constantes em uma região delimitada. Por outro lado, o comportamento de equalizadores, demoduladores e decodificadores são significativamente afetados pela dinâmica do comportamento em pequena escala caracterizado por $\hat{h}(\tau, p(t))$. Por isso, a maior parte do esforço na modelagem e simulação do ambiente sem fio móvel é focado nos fenômenos de desvanecimento em pequena escala (TRANTER et al., 2003).

3.2.2 MODELO ESTATÍSTICO DO CANAL DE TRANSMISSÃO

O espalhamento do sinal ao longo do tempo, definido pelo modelo matemático na Seção 3.2.1, é devido à largura de banda limitada do canal e à sua seletividade em frequência. No esquema apresentado, o comportamento variante no tempo, devido a t , modela o movimento relativo entre receptor e transmissor, bem como alterações nas condições do meio como reflexões e espalhamentos (TRANTER et al., 2003). As flutuações aleatórias percebidas no sinal recebido em função do desvanecimento podem ser modeladas tratando-se $\hat{h}(\tau, t)$ como um processo aleatório em t .

Os componentes do sinal enviado chegam por uma grande quantidade de reflexões e refrações. Assim, devido ao *Teorema do Limite Central*², $\hat{h}(\tau, t)$ pode ser modelado como um processo Gaussiano complexo. A qualquer instante t , as funções densidade de probabilidade (PDFs) de suas componentes reais ou imaginárias obedecerão a uma distribuição Gaussiana. Esse modelo implica que para cada τ_n o sinal que chega por um percurso arbitrário é composto por um número extremamente elevado de componentes. Por isso, $R(\tau, t) = |\hat{h}(\tau, t)|$ possui uma função densidade de probabilidade dada por uma distribuição Rayleigh

$$f_R(r) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma^2} e^{-r^2/(2\sigma^2)} & \text{para } r \geq 0; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.21)$$

A natureza variante com o tempo do canal pode ser modelada matematicamente tratando $\hat{h}(\tau, t)$ como um processo estacionário no sentido amplo (WSS). Consequentemente, a função de autocorrelação da resposta ao impulso do canal é invariante com respeito à translação no tempo. Em outras palavras, a função de autocorrelação depende apenas da diferença de tempo entre as observações. Assim, é possível definir a função de autocorrelação de $\hat{h}(\tau, t)$ como

$$\phi_h(\tau_1, \tau_2, \Delta t) = \frac{1}{2} E\{\hat{h}^*(\tau_1, t) \hat{h}(\tau_2, t + \Delta t)\}. \quad (3.22)$$

Assume-se também que as atenuações e deslocamentos em fase associados com um percurso τ_1 são descorrelacionados com atenuações e deslocamentos em fase associados a

²Na teoria das probabilidades, esse teorema afirma que a medida que o tamanho das amostras aumenta, a distribuição da média de seus valores aproxima-se cada vez mais de uma curva normal (PAPOULIS; PILLAI, 2002).

outro percurso τ_2 . Esta hipótese é válida quando considera-se que os espalhamentos são descorrelacionados (US), como usualmente acontece nos meios de transmissão em rádio. Incorporando este fato à Equação (3.22), obtém-se

$$\phi_h(\tau_1, \tau_2, \Delta t) = \phi_h(\tau_1, \Delta t)\delta(\tau_1 - \tau_2). \quad (3.23)$$

Nesse caso, a função de autocorrelação pode ser expressa de forma simplificada por: $\phi_h(\tau, \Delta t) = E\{\hat{h}^*(\tau, t)\hat{h}(\tau, t + \Delta t)\}$. Para o caso em que $\Delta t = 0$, a função de autocorrelação resultante é simplesmente a potência média da saída do canal como função do atraso τ , ou seja

$$\phi_h(\tau, 0) = E\{|\hat{h}(\tau, t)|^2\} \equiv \phi_h(\tau). \quad (3.24)$$

Por esta razão, $\phi_h(\tau)$ é chamada de *perfil de intensidade de multi-percurso* ou *espectro de potência de atraso* do canal. Em geral, $\phi_h(\tau, \Delta t)$ fornece a potência média da saída do canal como função do atraso τ e da diferença entre os tempos de observação Δt . Tipicamente, essa informação tem o formato da Figura 3.3. A faixa de valores de τ em que $\phi_h(\tau)$ é não nulo chama-se *espalhamento multi-percurso do canal* e é denotado por T_m .

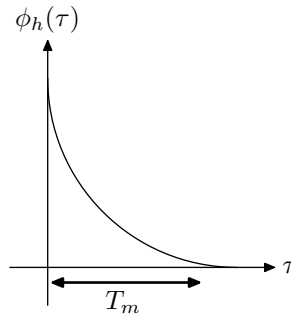


Figura 3.3 - Perfil de intensidade de multi-percurso.

Aplicando-se a transformada de Fourier à função de autocorrelação na variável Δt , é possível obter um modelo no domínio da frequência para o desvanecimento na forma de uma densidade espectral de potência por

$$S(\tau, \nu) = F_{\Delta t}[\phi_h(\tau, \Delta t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_h(\tau, \Delta t) e^{-j2\pi\nu\Delta t} d\Delta t. \quad (3.25)$$

Essa equação fornece uma descrição das propriedades do canal simultaneamente com respeito à variável de atraso τ e à variável no domínio da frequência ν , chamada *frequência doppler*. Por ser uma função do parâmetro ν , como dual da variável Δt , essa equação captura a dinâmica com que o canal se altera. Ela é denominada função de espalhamento do canal e representa a rapidez com que o canal varia ao longo do tempo.

A partir da função de espalhamento é possível obter os parâmetros mais relevantes do canal de comunicação (JERUCHIM et al., 2000). O primeiro deles é o *perfil de intensidade de multi-percurso*, como definido pela Equação (3.24), e sua relação com a função de espalhamento é dada por

$$\phi_h(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau, \nu) d\nu. \quad (3.26)$$

O conhecimento sobre $\phi_h(\tau)$ ajuda a responder a questão: “Para um impulso transmitido, como a potência média recebida varia em função do tempo de atraso τ ?”. Para um sistema ideal (atraso zero), a função $\phi_h(\tau)$ consistiria num impulso ideal cujo peso corresponderia à potência média total recebida pelo sinal.

O segundo parâmetro é o *espectro de potência Doppler*, é útil para caracterizar a taxa de desvanecimento em função da rapidez de mudança do canal, e é derivado da função de espalhamento de acordo com

$$S(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau, \nu) d\tau. \quad (3.27)$$

O conhecimento a respeito de $S(\nu)$ fornece uma medida sobre quanto espalhamento espectral é ocasionado ao sinal em função da taxa de variação do canal. O *espalhamento Doppler* f_D é visto como um limitante inferior para a taxa de sinalização do sistema. Caso essa condição não seja obedecida, significa que o canal varia muito mais rapidamente do que um tempo de símbolo, e isso implica em severas distorções ao sinal transmitido. Esse parâmetro tipicamente possui o formato da Figura 3.4 (SKLAR, 1997a).

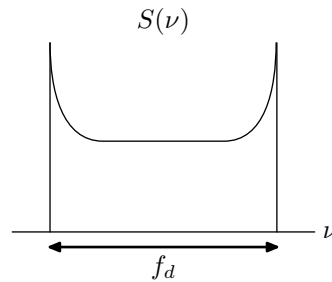


Figura 3.4 - Espectro de potência Doppler.

Analogamente, seria possível iniciar a caracterização do canal multi-percurso variante no tempo a partir do domínio da frequência. Aplicando-se o procedimento recíproco ao utilizado na obtenção das funções de espalhamento a partir de sua resposta ao impulso variante no tempo, poderiam-se encontrar duas outras relações importantes à descrição das propriedades do canal. Conhecidas como *função de correlação espaçada em frequência* $\phi_h(\Delta f)$ e *função de correlação espaçada no tempo* $S(\Delta t)$, estas funções também se relacionam pela transformada de Fourier. Através dessas funções é possível estabelecer se um

canal exibe ou não seletividade em frequência e se o mesmo pode ser caracterizado por um desvanecimento rápido ou lento (SKLAR, 1997a). Para os propósitos deste trabalho, entretanto, apenas um desses pares revela-se suficiente.

A partir destas relações é possível estabelecer que canal apresenta desvanecimento seletivo em frequência caso $T_m > T_s$. Essa condição ocorre sempre que os componentes de um símbolo recebido pelos múltiplos percursos de propagação estendem-se além do tempo de duração do símbolo. Esse efeito causa a distorção do sinal pela interferência intersimbólica, já que a energia de um símbolo mistura-se com a de outros. Diz-se que um canal possui desvanecimento rápido caso $f_D > W$. Em outras palavras, significa que as condições do canal mudam mais rapidamente do que a largura de banda do sinal transmitido. Nessa situação, o sinal pode ser severamente distorcido, levando a uma redução irreversível de desempenho, não importa quão alta seja a SNR do sinal recebido (SKLAR, 1997b).

A separação entre desvanecimento plano e seletivo em frequência não é extremamente precisa. Em canais considerados planos, a seletividade em frequência pode ainda ocorrer, embora com menor probabilidade. Em todo caso, se o canal é tido como plano, os componentes dos múltiplos percursos chegam em uma pequena fração de um intervalo de símbolo, de tal maneira que o canal pode ser modelado por um único raio e a relação entre entrada e saída pode ser expressa por uma multiplicação, como em

$$\hat{r}(t) = \hat{h}(t) \cdot \hat{s}(t). \quad (3.28)$$

Levando em consideração o ruído branco aditivo Gaussiano, o sinal em banda base entregue ao receptor tem a forma

$$\hat{r}(t) = \hat{h}(t) \cdot \hat{s}(t) + \eta(t). \quad (3.29)$$

Por outro lado, no caso em que o canal é seletivo em frequência, essa mesma relação deve ser descrita por uma convolução, no domínio da variável τ , dada por (JERUCHIM et al., 2000).

$$\hat{r}(t) = \hat{h}(\tau, t) * \hat{s}(t) + \eta(t). \quad (3.30)$$

3.2.3 MODELO COMPUTACIONAL DO CANAL DE TRANSMISSÃO

Muitas abordagens diferentes têm sido utilizadas na modelagem e simulação de canais de rádio móvel (CLARKE, 1968; FECHTEL, 1993; JAKES, 1994; PATZOLD et al., 1998; ZHENG; XIAO, 2003). Dentre elas, o difundido modelo de Clarke (CLARKE, 1968) em sua versão simplificada, por Jakes (JAKES, 1994), têm servido como referência de simulação de canais com desvanecimento Rayleigh por duas décadas. Apesar da grande aceitação dessa solução, algumas limitações importantes têm sido discutidas recentemente (POP; BEAULIEU, 2001).

Nesse modelo, os deslocamentos em fase no cálculo das senóides utilizadas na simulação são determinísticos. Por essa razão ele apresenta dificuldades na criação de canais seletivos em frequência cujos múltiplos percursos devem ser descorrelacionados entre si. Uma alternativa recente propõe o uso de ganhos aleatórios nos deslocamentos em fase e uma frequência Doppler aleatória condicional, adicionadas individualmente a todas as senóides (ZHENG; XIAO, 2003). Esse novo esquema pode ser diretamente usado para gerar múltiplos percursos desvanecidos, necessários na simulação de canais seletivos em frequência.

Seja $\hat{\alpha}(k, t)$ o fator de atenuação que afeta um símbolo enviado por um dos k percursos de propagação, como na Equação (3.15). A partir daqui simplificado para $\hat{\alpha}(t)$, sem perda de generalidade, esse valor pode ser dado por

$$\hat{\alpha}(t) = \hat{\alpha}_f(t) + j\hat{\alpha}_q(t), \quad (3.31)$$

$$\hat{\alpha}_f(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^M f_i \cos(w_i t + \Phi_i), \quad (3.32)$$

$$\hat{\alpha}_q(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^M q_i \cos(w_i t + \Phi_i), \quad (3.33)$$

em que

$$f_i = \begin{cases} \sqrt{2} \cos \psi_0 & i = 0; \\ 2 \cos \psi_i & i = 1, 2, \dots, M, \end{cases} \quad (3.34)$$

$$q_i = \begin{cases} \sqrt{2} \sin \psi_0 & i = 0; \\ 2 \sin \psi_i & i = 1, 2, \dots, M, \end{cases} \quad (3.35)$$

$$w_i = w_d \cdot \cos\left(\frac{2\pi i}{N} + \frac{\varphi_i}{N}\right), \quad i = 0, 1, \dots, M, \quad (3.36)$$

em que Φ_i , ψ_i e φ_i são estatisticamente independentes e uniformemente distribuídos sobre $[-\pi, \pi)$ para todo i , M representa a ordem do canal e é função da quantidade de percursos N , de tal forma que $M = 4N + 2$, e w_d é o desvio Doppler normalizado (ZHENG; XIAO, 2003).

A partir desse conjunto de equações, é possível mostrar que

$$R_{\hat{\alpha}_f(t)\hat{\alpha}_f(t)}(\tau) = J_0(w_d \tau); \quad (3.37)$$

$$R_{\hat{\alpha}_q(t)\hat{\alpha}_q(t)}(\tau) = J_0(w_d \tau); \quad (3.38)$$

$$R_{\hat{\alpha}_q(t)\hat{\alpha}_f(t)}(\tau) = 0; \quad (3.39)$$

$$R_{\hat{\alpha}_f(t)\hat{\alpha}_q(t)}(\tau) = 0; \quad (3.40)$$

$$R_{\hat{\alpha}(t)\hat{\alpha}(t)}(\tau) = 2J_0(w_d \tau); \quad (3.41)$$

$$R_{|\hat{\alpha}(t)|^2|\hat{\alpha}(t)|^2}(\tau) = 4 + 4J_0^2(w_d\tau), \quad (3.42)$$

em que $R_{\hat{\alpha}_f(t)\hat{\alpha}_f(t)}(\tau)$ e $R_{\hat{\alpha}_q(t)\hat{\alpha}_q(t)}(\tau)$ são as funções de auto-correlação dos componentes em fase e quadratura, $R_{\hat{\alpha}_f(t)\hat{\alpha}_q(t)}(\tau)$ e $R_{\hat{\alpha}_q(t)\hat{\alpha}_f(t)}(\tau)$ são as funções de correlação cruzada e $R_{\hat{\alpha}(t)\hat{\alpha}(t)}(\tau)$ e $R_{|\hat{\alpha}(t)|^2|\hat{\alpha}(t)|^2}(\tau)$ são as funções de auto-correlação da envoltória e da envoltória quadradrática, respectivamente (ZHENG; XIAO, 2003).

Com isso é possível simular um canal com memória desvanecido em função do fator Doppler normalizado $w_D = f_D T_s$ que respeita as características desejadas para o canal. Em outras palavras, esse modelo, além de simples, garante que as simulações sejam não-determinísticas e estacionárias no sentido amplo.

Exemplo: realização de canal com desvanecimento correlacionado.

Supõe-se aqui um ambiente cujo sinal de informação a ser transmitido é amostrado a uma taxa de $f_s = 23.5$ KHz e cujo Doppler máximo do canal é de $f_D = 50$ Hz. A Figura 3.5 exibe a evolução dos processos estocásticos $\hat{\alpha}_f(t)$ e $\hat{\alpha}_q(t)$ ao longo de 10.200 instantes de tempo, gerados de acordo com as Equações (3.32) e (3.33).

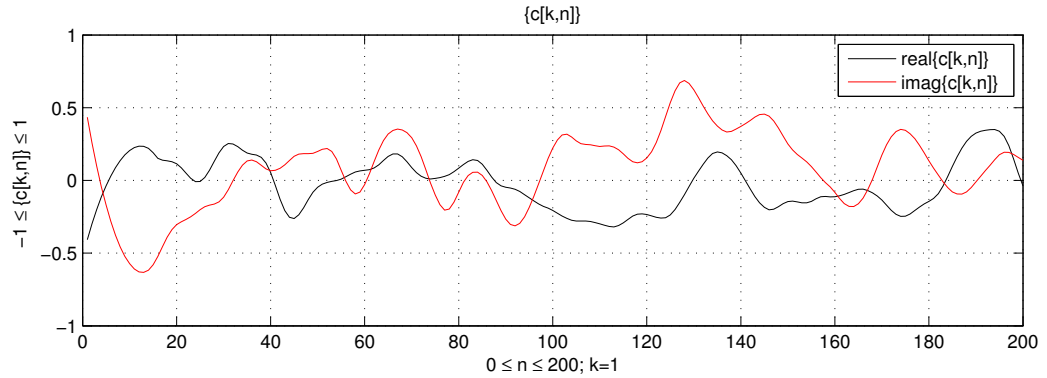


Figura 3.5 - Realização temporal com 200 amostras das componentes reais e imaginárias do processo estocástico complexo descrito pela Seção 3.2.

As Figuras 3.6 e 3.7 contêm as distribuições de probabilidade das componentes reais e imaginárias, respectivamente, das realizações dos processos apresentados na Figura 3.5.

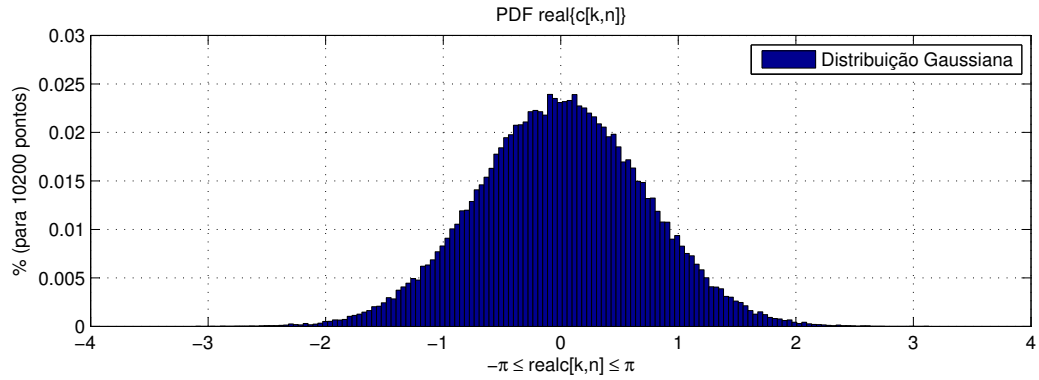


Figura 3.6 - Função densidade de probabilidade normalizada para 10.200 pontos das componentes reais de uma realização do processo estocástico complexo descrito na Seção 3.2.

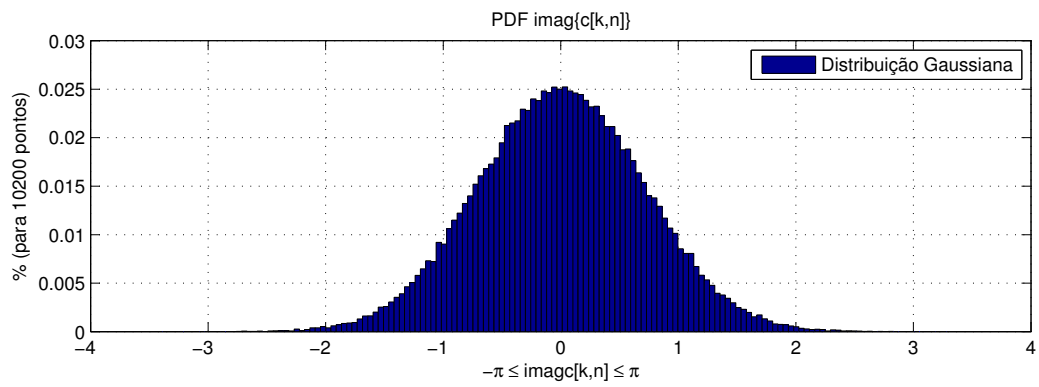


Figura 3.7 - Função densidade de probabilidade normalizada para 10.200 pontos das componentes imaginárias de uma realização do processo estocástico complexo descrito na Seção 3.2.

A Figura 3.8 apresenta a evolução do valor absoluto de $\hat{\alpha}(t)$ pelo mesmo intervalo de tempo, gerado de acordo com a Equação (3.31). Nessa ilustração é possível observar com facilidade a presença de regiões de desvanecimento profundo ao longo do tempo.

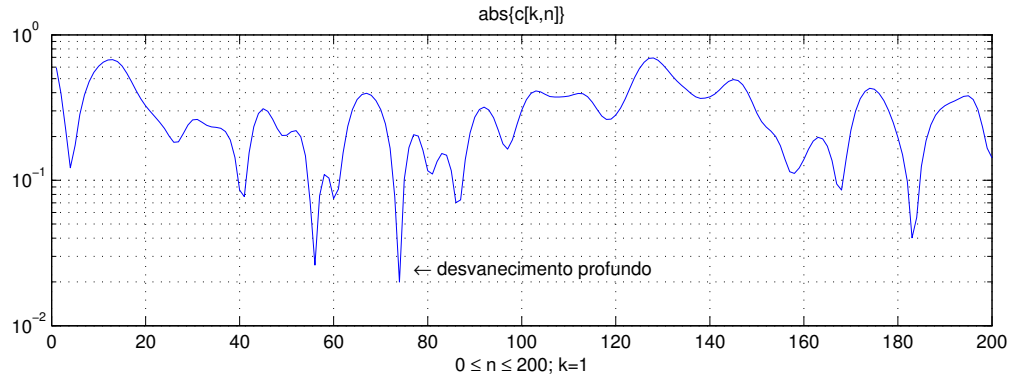


Figura 3.8 - Realização temporal com 200 amostras do valor absoluto (em dB) do processo estocástico complexo descrito na Seção 3.2.

A Figura 3.9 revela que as amostras dos valores absolutos do processo $\hat{\alpha}(t)$ se comportam segundo uma distribuição Rayleigh, como definido pela Equação (3.21).

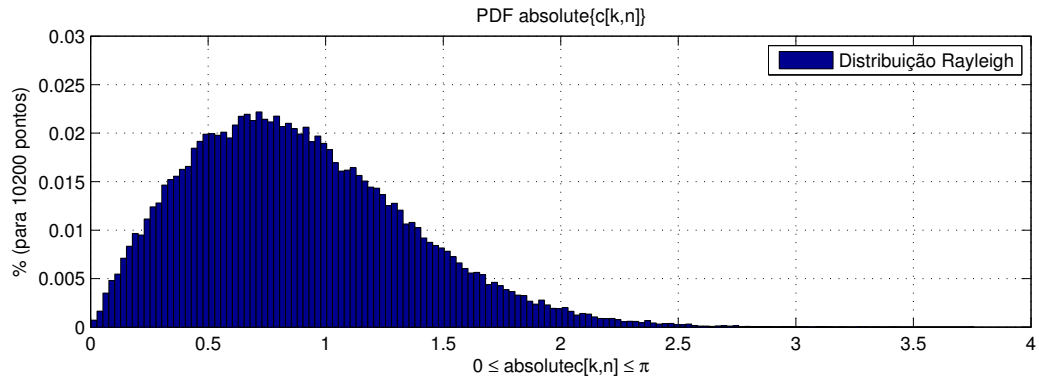


Figura 3.9 - Função densidade de probabilidade normalizada para 10.200 pontos dos valores absolutos de uma realização do processo estocástico complexo descrito na Seção 3.2.

A distribuição uniforme das amostras de fase de uma realização do processo estocástico complexo $\hat{\alpha}(t)$ pode ser verificada na Figura 3.10.

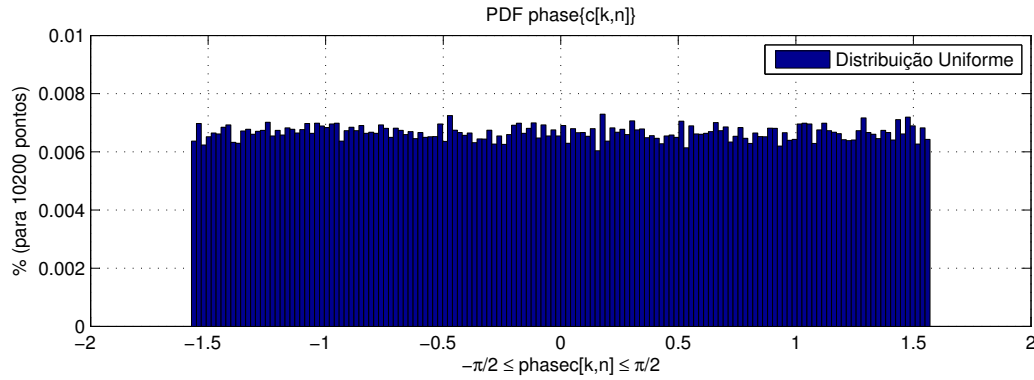


Figura 3.10 - Função densidade de probabilidade normalizada para 10.200 pontos dos valores da fase de uma uma realização do processo estocástico complexo descrito na Seção 3.2.

O exemplo apresentado pode ser facilmente estendido para gerar ondas de desvanecimento descorrelacionadas para canais com seletividade em frequência. Basta, para isso, atribuir uma realização distinta de $\hat{\alpha}(t)$, conforme definido pela Equação (3.31) a cada um dos k fatores de atenuação $\hat{\alpha}(k, t)$ da Equação (3.15). A Seção 3.2.3.1 descreve como esse modelo matemático foi implementado computacionalmente. $\square$

A partir do momento que o canal passa a exibir memória, erros tendem a ocorrer em rajadas, ao invés de independentemente. Se o número de erros em uma sequência de símbolos recebidos excede a capacidade de correção de erros do código, a recuperação da informação original transmitida (sem nenhum erro) se torna impossível. Ou seja, se houver uma atenuação profunda, é provável que sucessivos *bits* de informação de um determinado bloco sejam corrompidos ao mesmo tempo. Um procedimento conhecido como entrelaçamento é capaz de minimizar esse problema pelo embaralhamento da mensagem transmitida, com o objetivo de uniformizar a ocorrência de erros de demodulação ao longo do tempo (RAPPAPORT, 2001).

A Figura 3.11 apresenta um novo diagrama de blocos dos subsistemas definidos nesse trabalho, agora incluindo os blocos de entrelaçamento e desentrelaçamento.

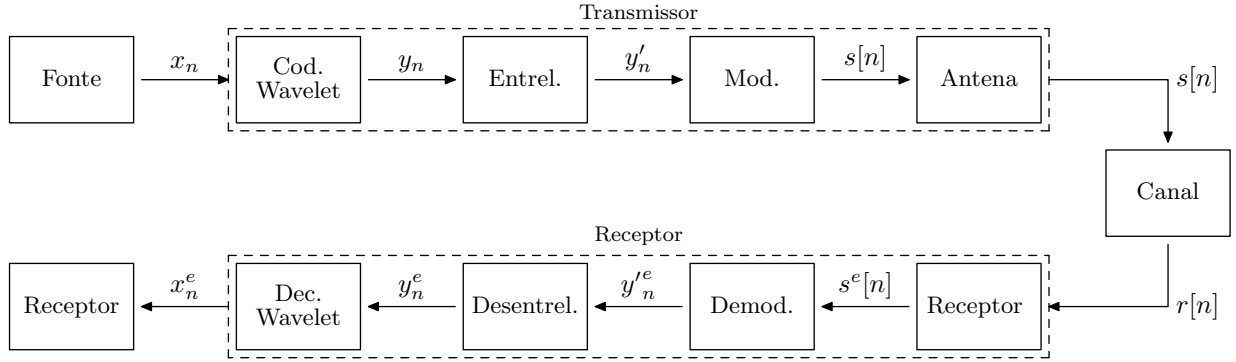


Figura 3.11 - Diagrama de blocos do sistema wavelet codificado incluindo os blocos entrelaçador / desentrelaçador.

A técnica de entrelaçamento se tornou extremamente útil em sistemas sem fio de segunda e terceira geração (RAPPAPORT, 2001), e tem se apresentado como uma etapa fundamental a ser considerada no desenvolvimento de sistemas codificados por wavelet, já que eles permitem que o decodificador wavelet explore de forma mais eficiente a diversidade temporal introduzida no sistema pela codificação (SILVEIRA JUNIOR et al., 2006; SILVEIRA, 2006; JUNIOR et al., 2007; SILVEIRA JUNIOR, 2008; SILVEIRA JUNIOR et al., 2009; SILVEIRA et al., 2009).

O sistema avaliado neste trabalho utiliza um entrelaçador de bloco definido por $\xi(I_d, L)$, o qual consiste em uma matriz com I_d colunas (profundidade do entrelaçamento) e L linhas. O produto $I_d \cdot L$ é o comprimento da sequência de símbolos que será entrelaçada. Inicialmente, no processo de entrelaçamento, a sequência de símbolos wavelet y_n é ordenada ao longo das linhas da matriz de entrelaçamento. Em seguida, a sequência entrelaçada é obtida varrendo-se essa matriz coluna por coluna.

A título de exemplo, a matriz de entrelaçamento com $I_d = 4$, ilustrada na Tabela 3.1 resulta em uma sequência de símbolos entrelaçados conforme ilustrado pela Equação (3.43).

Tabela 3.1 - Tabela de entrelaçamento para $I_d = 4$ e $L = 16$.

y_0	y_1	y_2	y_3
y_4	y_5	y_6	y_7
y_8	y_9	y_{10}	y_{11}
y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}

$$\Upsilon_{I_d, L} = \{y_0, y_4, y_8, y_{12}, y_1, y_5, y_9, y_{13}, y_2, y_6, y_{14}, y_3, y_7, y_{11}, y_{15}\}. \quad (3.43)$$

No receptor, o desentrelaçador realiza o procedimento recíproco. Os dados recebidos são armazenados sequencialmente ao longo das linhas. Assim como no caso do entrelaçador, a informação entregue ao decodificador é obtida varrendo-se a matriz de desentrelaçamento coluna por coluna.

3.2.3.1 MODELO EM TEMPO DISCRETO DO CANAL DE TRANSMISSÃO

No modelo de canal adotado, as flutuações aleatórias do sinal recebido devido ao desvanecimento podem ser modeladas, de *forma discreta*, por um canal com resposta ao impulso expresso por

$$h[n] = \sum_{k=0}^{L-1} p[k]c[k, n]\delta[n - k]. \quad (3.44)$$

Nessa equação, L é a memória do canal, ou a quantidade de instantes pelos quais a energia de cada símbolo transmitido pode se alastrar. As variáveis $p[k]$ e $c[k, n]$ representam, respectivamente, a atenuação e a realização estocástica do processo conforme definido na Seção 3.2.3, relativos ao k -ésimo percurso.

Esse modelo de canal passa a induzir seletividade em frequência no sistema a partir do momento que a influência do símbolo transmitido num instante de sinalização n se alastra por sucessivos instantes $n - k$, com $k \geq 0$. Assim, o sinal de tempo discreto $r[n]$ na entrada do receptor pode ser expresso por

$$r[n] = \sum_{k=0}^{L-1} p[k]c[k, n]s[n - k]. \quad (3.45)$$

O ruído branco Gaussiano pode ser incorporado a esse modelo fazendo com que

$$r[n] = \sum_{k=0}^{L-1} p[k]c[k, n]s[n - k] + \eta[n], \quad (3.46)$$

em que $\eta[n]$ é definido conforme descrito na Seção 3.2.1.

Computacionalmente, esse modelo do canal em tempo discreto pode ser implementado por uma linha de atrasos com espaçamento $1/W$, em que $W = 1/T_s$, e pesos $\alpha_k[n] = p[k]c[k, n]$ correspondentes aos L diferentes atrasos $k = k/W, k = 0, 2, \dots, L - 1$, como exhibe a Figura 3.12.

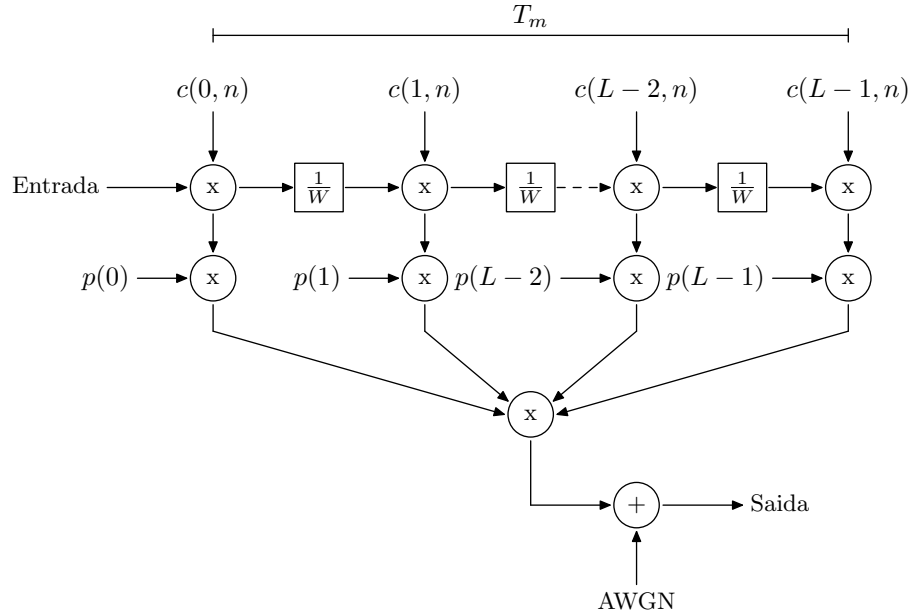


Figura 3.12 - Linha de atrasos para modelo discreto do canal de transmissão.

3.2.3.2 PERFIS DE AMBIENTE DO PADRÃO COST 207

Vários modelos discretos para canais com múltiplos percursos têm sido especificados desde a década de 80. Estes modelos de canal definem as estatísticas de propagação para sistemas celulares interiores e exteriores com tamanhos de células variados. O padrão COST 207 especifica quatro cenários dentre os quais três servirão de modelo às simulações realizadas neste trabalho. Os ambientes propostos nesse padrão têm sido utilizado como referência por sistemas de comunicações móveis 2G e 3G na faixa de 900 MHz, como GSM e UMTS (COST207, 1986; COST207, 1989; FAZEL; KAISER, 2008; TAROKH, 2009).

A Tabela 3.2 lista os três ambientes derivados do padrão COST 207 utilizados neste trabalho. Aqui denominados como cenários **A**, **B** e **C**, essas configurações simulam, respectivamente, condições de propagação para ambientes *rurais planos*, *rurais montanhosos* e *urbanos densos*. As Figuras 3.13, 3.14 e 3.15 mapeiam os valores da Tabela 3.2 em perfis de atraso.

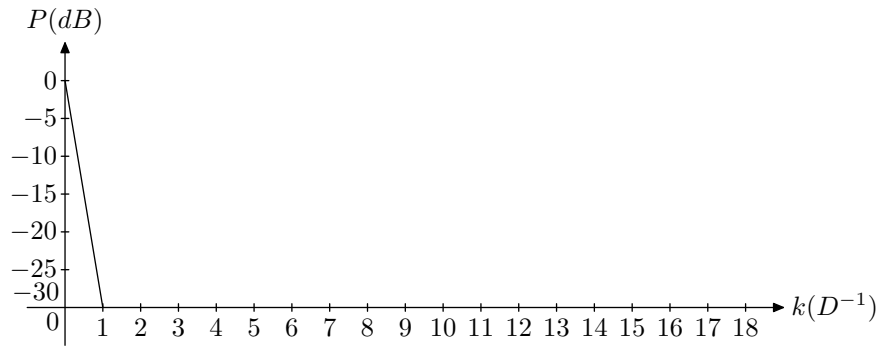


Figura 3.13 - Perfil de intensidade de multi-percurso para o cenário (A) - ambiente COST 207 que descreve o ambiente *Rural Plano*.

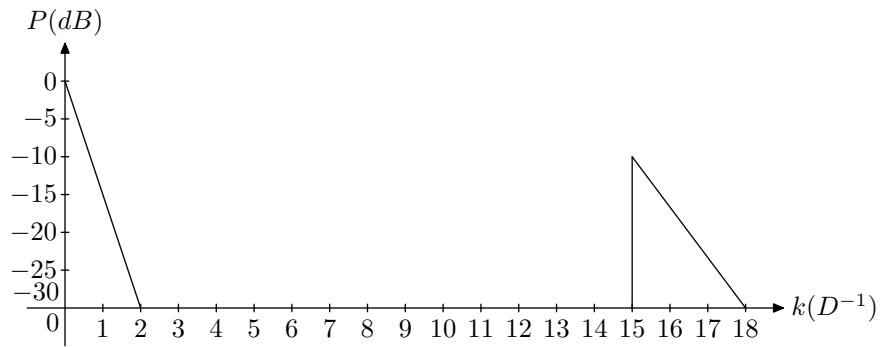


Figura 3.14 - Perfil de intensidade de multi-percurso para o cenário (B) - ambiente COST 207 que descreve o ambiente *Rural Montanhoso*.

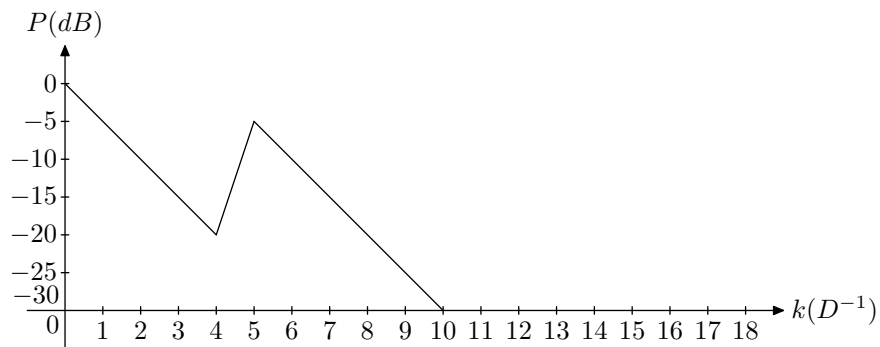


Figura 3.15 - Perfil de intensidade de multi-percurso para o cenário (C) - ambiente COST 207 que descreve o ambiente *Urbano Denso*.

Tabela 3.2 - Perfis de intensidade de multi-percurso para os cenários (A), (B) e (C) de acordo com o modelo COST 207.

Atrasos k (D^{-1})	Valores de $p[k]$ / Potência normalizada (dB)		
	Rural Plano (A)	Rural Montanhoso (B)	Urbano Denso (C)
0	1 / 0	1 / 0	1 / 0
1	0.001 / -30	0.03 / -15	0.3 / -5
2	0 / 0	0.001 / -30	0.1 / -10
3	0 / 0	0 / 0	0.03 / -15
4	0 / 0	0 / 0	0.01 / -20
5	0 / 0	0 / 0	0.3 / -5
6	0 / 0	0 / 0	0.1 / -10
7	0 / 0	0 / 0	0.03 / -15
8	0 / 0	0 / 0	0.01 / -20
9	0 / 0	0 / 0	0.003 / -25
10	0 / 0	0 / 0	0.001 / -30
11	0 / 0	0 / 0	0 / 0
12	0 / 0	0 / 0	0 / 0
13	0 / 0	0 / 0	0 / 0
14	0 / 0	0.1 / -10	0 / 0
15	0 / 0	0.03 / -15	0 / 0
16	0 / 0	0.01 / -20	0 / 0
17	0 / 0	0.003 / -25	0 / 0
18	0 / 0	0.001 / -30	0 / 0

Como é possível observar na Figura 3.13 o ambiente rural plano se assemelha bastante a situações de desvanecimento plano. Nesse caso, quase não há seletividade em frequência induzida pela sobreposição da energia de símbolos temporalmente adjacentes. A Figura 3.14 revela que o ambiente rural montanhoso é severamente afetado pelo eco. Pela Figura 3.15 pode-se observar que a versão atrasada dos símbolos transmitidos incidem fortemente por vários instantes consecutivos, induzindo o sistema a uma condição de intensa seletividade em frequência.

3.3 RECEPÇÃO

Na recepção, utiliza-se um equalizador definido por um filtro IIR com o propósito de inverter os efeitos do canal sobre a mensagem transmitida. Considera-se ainda que o receptor tem perfeita informação do estado do canal, conforme ilustrado na Figura 3.16.

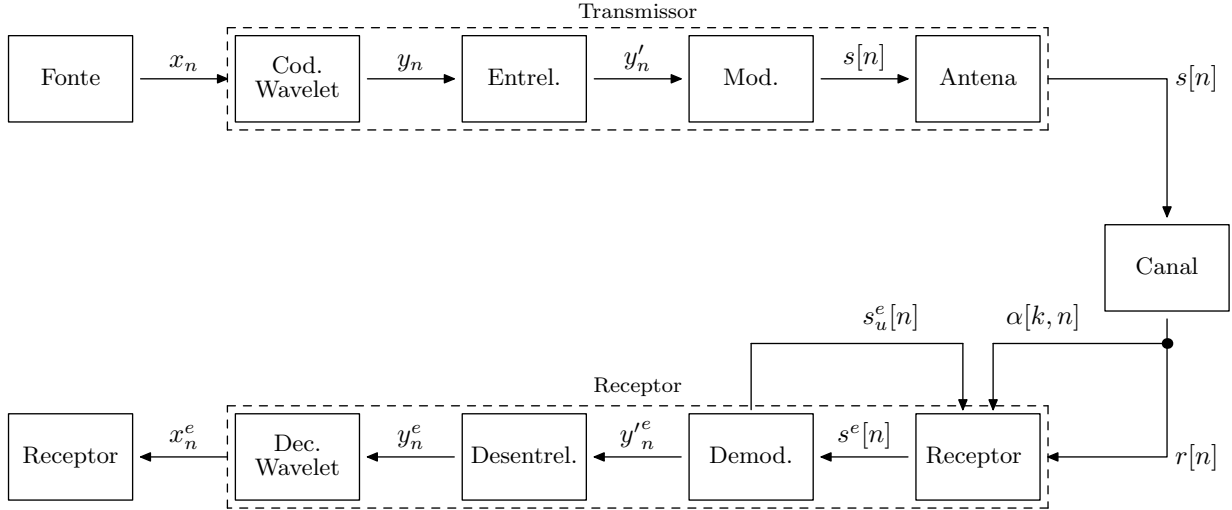


Figura 3.16 - Diagrama de blocos do sistema wavelet codificado com conhecimento perfeito do estado do canal na recepção.

Seja $r[n]$ o equivalente passa-baixa do sinal na entrada do receptor conforme definido pela Equação (3.46). No instante de tempo n , a saída do receptor $s^e[n]$, que será enviada ao demodulador, pode ser dada por

$$s^e[n] = \frac{1}{\alpha[0, n]} r[n] - \sum_{k=1}^{L-1} \frac{\alpha[k, n]}{\alpha[0, n]} s^e[n - k], \quad (3.47)$$

em que $\alpha[k, n]$ corresponde ao produto entre o perfil de intensidade de multi-percurso e a realização do canal $p[k]c[k, n]$ associados ao k -ésimo percurso.

O sinal $s^e[n]$ é mapeado por métrica Euclidiana em um dos M pontos da constelação PSK utilizada pelo sistema, de acordo com o algoritmo apresentado na Tabela 3.3.

De posse das estimativas dos sinais demodulados $s_u^e[n - k]$, $k = 1, \dots, L - 1$, a Equação (3.47) pode ser reformulada por

$$s^e[n] = \frac{1}{\alpha[0, n]} r[n] - \sum_{k=1}^{L-1} \frac{\alpha[k, n]}{\alpha[0, n]} s_u^e[n - k]. \quad (3.48)$$

Essa estratégia tem como intenção minimizar os efeitos do ruído na recepção.

Tabela 3.3 - Algoritmo de demodulação para o sistema wavelet.

Algoritmo

```

1: função DEMODULAÇÃO( $s^e$ , M-PSK)
2: inicialização
3:   seja  $s_i \in \{s_1, s_2, \dots, s_M\}$  os pontos da constelação e M-PSK
4:   seja  $min$  um inteiro suficientemente grande
5: iteração
6:   para  $i = 1$  até  $M$ 
7:     armazene em  $d$  a distância euclidiana de  $s^e$  para  $s_i$ 
8:     se  $d < min$  faça
9:        $d = min$ 
10:       $s_u^e = s_i$ 
11:     fim se
12: devolva  $s_u^e$ 
13: fim função

```

Por fim, cada sinal demodulado $s_u^e[n]$ é mapeado inversamente na estimativa de símbolo wavelet y_n^e que o representa, de acordo com as Tabelas 2.4 e 2.5, apresentadas na Seção 2.6. A sequência de símbolos wavelet estimados y_n^e é entregue ao desentrelaçador e em seguida os símbolos desentrelaçados são enviados ao decodificador wavelet para serem processados de acordo com o procedimento descrito na Seção 2.3.

O resultado do processamento descrito nessa seção são estimativas x_n^e da sequência de *bits* x_n produzidas pela fonte. Ao comparar-se os *bits* gerados na fonte com os *bits* obtidos no destinatário, é possível estimar, pelo método de Monte Carlo, a probabilidade de erro de *bit* associada ao sistema. Essa métrica será utilizada no Capítulo 4 para avaliar o desempenho dos sistemas desenvolvidos neste trabalho.

3.4 CONCLUSÕES

O desempenho de um sistema de comunicação é significativamente impactado pela distorção, ruído e interferência introduzida pelo canal sobre o qual ele opera. No sentido de avaliar sistemas, e também para projetar e otimizar as operações de processamento envolvidas nas etapas de transmissão e de recepção do sinal, são necessários modelos de simulação adequados para estes canais (TRANTER et al., 2003).

Diversas medidas têm sido realizadas no sentido de prever o comportamento do canal em uma variedade de cenários (TURIN et al, 1972; RAPPAPORT et al., 1991; HASHEMI, 1993). O modelo de simulação mais simples para um canal de comunicação é aquele no qual a informação é afetada por canais invariantes no tempo, como fibras óticas e cabos elétricos. Canais de comunicação por rádio, por outro lado, necessitam de modelos mais complexos para explicar os efeitos dos múltiplos percursos e das variações temporais (des-

vanecimento) nas características do canal, especialmente em canais móveis. Para canais com desvanecimento por múltiplos percursos, esse modelo computacional tem a forma estrutural de uma linha de atrasos, modelados como processos aleatórios estacionários.

Nesse trabalho, os valores gerados por cada percurso da linha de atrasos que modela o canal são atribuídos pela filtragem de sequências correlacionadas através de filtros FIR ([TRANTER et al., 2003](#); [ZHENG; XIAO, 2003](#)). Esse conjunto de valores, também chamado de perfil de intensidade de multi-percurso (ou pefis de ambiente), tem a função de descrever os canais discretos utilizados nas simulações. Nesse trabalho, os perfis adotados derivam de diversos experimentos difundidos pela literatura para padrões de segunda e terceira geração de sistemas de comunicação rádio móvel ([COST207, 1986](#); [COST207, 1989](#)). A próxima seção avalia o desempenho de sistemas com codificação wavelet operando sobre os ambientes descritos nessa seção.

4 ANÁLISE DE DESEMPENHO DA CODIFICAÇÃO WAVELET

Simuladores de canal de radio móvel são comumente utilizados nos laboratórios porque permitem testes e avaliações de sistemas de maneira bem mais barata e reproduzível do que ensaios em campo.

Zheng, Y. R.

Nesse trabalho, utiliza-se modelos de propagação não consideradas em trabalhos anteriores para investigar o potencial da codificação wavelet em ambientes de comunicação realistas.

Desde os trabalhos pioneiros sobre a codificação wavelet (TZANNES; TZANNES, 1992), um número limitado de cenários de transmissão têm sido considerados para avaliar os ganhos de desempenho conseguidos por esta codificação em sistemas sem fio (SILVEIRA et al., 2001; SILVEIRA, 2002; SILVEIRA et al., 2003; SILVEIRA et al., 2004; SILVEIRA, 2006). Todos os trabalhos desenvolvidos até o momento consideram sempre como ambiente de comunicação os canais caracterizados pelo desvanecimento plano (SILVEIRA JUNIOR et al., 2006; SILVEIRA JUNIOR, 2008; SILVEIRA et al., 2009; FERREIRA, 2009; SANTOS et al., 2011; SANTOS et al., 2013). Certamente, esses canais de comunicação impõem sobre a informação transmitida efeitos de degradação mais intensos do que aqueles oriundos do ruído AWGN, porém não são capazes de modelar os efeitos da interferência inter-simbólica, comuns em alguns sistemas de comunicação sem fio.

Nesse trabalho, o desempenho da codificação wavelet é avaliado em modelos de canais de comunicação com desvanecimento variante no tempo e seletivo em frequência, de forma a se investigar a robustez desta técnica de codificação perante os efeitos da interferência inter-simbólica e atenuação variante no tempo. As seções a seguir remontam o estado da arte sobre a codificação wavelet, e apresenta os resultados mais recentes obtidos por esse trabalho.

Os experimentos a seguir foram realizadas no ambiente MATLAB, versão 2012. Em cada simulação, transmitiu-se blocos com 100.000 *bits* por execução, até que 200 erros fossem alcançados. Os resultados apresentados a seguir relacionam as taxas de BER obtidas nas simulações com os níveis de SNR em que foram realizadas as transmissões.

4.1 DESEMPENHO DA CODIFICAÇÃO WAVELET EM CANAIS AWGN

Nessa seção, o desempenho do sistema com codificação wavelet descrito no Capítulo 3 é avaliado levando-se em consideração apenas os efeitos do ruído aditivo Gaussiano branco sobre a mensagem transmitida $s[n]$, conforme modelado pela Equação (3.7).

Uma maneira efetiva de avaliar o desempenho dos sistemas propostos é através da análise de suas probabilidades de erro de *bit* (BER). O objetivo de minimizar estas taxas leva à tentativa de realizar transmissões cada vez mais robustas e eficientes. Neste tipo de

avaliação, espera-se que aqueles sistemas com melhores desempenhos exibam uma menor probabilidade de erro de *bit* para uma determinada taxa de relação sinal-ruído.

A Figura 4.1 apresenta os resultados de desempenho em termos de BER obtidos a partir da simulação do sistema com matrizes wavelet de dimensões 2×8 , 2×128 e 2×512 , com símbolos wavelet modulados em amplitude (ASK). Nesse esquema, os símbolos wavelet não são mapeados em pontos ao redor do círculo unitário, segundo o esquema apresentado na Seção 2.6. Ao invés disso, eles são associados a $mg + 1$ pontos de uma constelação cujas formas de onda possuem amplitude igual ao valor do símbolo wavelet a ser modulado.

Como referência, a Figura 4.1 também apresenta o desempenho do sistema ASK binário (ou BPSK) sem codificação. As curvas sobrepostas revelam que todos os sistemas atingem o mesmo desempenho neste tipo de ambiente. Isto quer dizer que independente das dimensões da matriz utilizada na codificação, essa estratégia de codificação não oferece nenhum ganho de desempenho em AWGN quando comparado ao sistema de referência. Este é um resultado esperado, que reflete a característica da técnica de oferecer diversidade temporal à mensagem transmitida, e que não pode ser observada em canais estáticos.

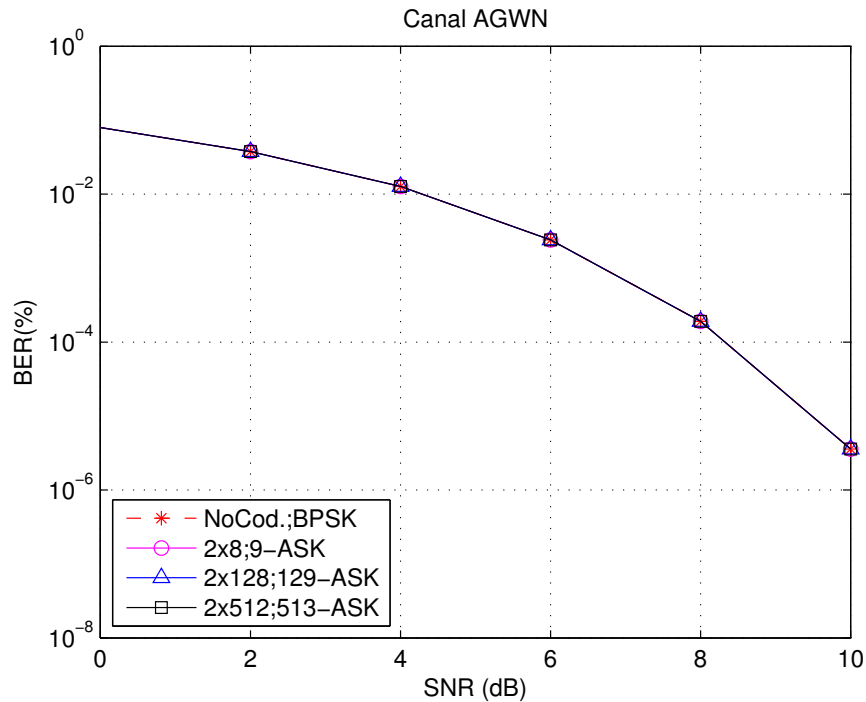


Figura 4.1 - Avaliação de desempenho em canal AWGN de sistemas wavelet 2×8 , 2×128 e 2×512 com modulação em amplitude, com sistema de referência BPSK.

4.2 DESEMPENHO DA CODIFICAÇÃO WAVELET EM CANAIS COM DESVANECIMENTO PLANO

Nessa seção, o desempenho do sistema com codificação wavelet é avaliado levando-se em consideração que a mensagem transmitida $s[n]$ é afetada tanto por AWGN como por desvanecimento Rayleigh plano, conforme a Equação (3.29).

A distorção causada por um canal sem fio caracterizado por desvanecimento naturalmente impõe uma queda de desempenho a qualquer sistema de transmissão. Várias estratégias têm sido propostas com o objetivo de amenizar o impacto destrutivo causado por esse tipo de enlace (SGUAREZI FILHO et al., 2012; YOSHIMURA, 2007; LEE; WILLIAMS, 2000; ZHOU; GIANNAKIS, 2001; LIU et al., 2002; HEIDARPOUR; UYSAL, 2011; VITI, 2010; TERLLIZIE et al., 2002; TSENG; LEE, 2008). Todas elas se baseiam no princípio de fornecer à mensagem transmitida alguma espécie de diversidade. Isso significa que, de alguma maneira, réplicas do sinal de informação são transmitidas por sub-canais independentes no intuito de adicionar robustez à transmissão. A técnica de codificação wavelet tem se mostrado como uma eficiente técnica de superar os efeitos provocados pelo desvanecimento (TZANNES; TZANNES, 1992; SILVEIRA et al., 2009; CAVALCANTE, 2013).

Conforme visto no Capítulo 2, o esquema apresentado neste trabalho faz uso das propriedades de ortogonalidade entre linhas das matrizes wavelet para proteger os *bits* de informação. Nesse sentido, a codificação wavelet oferece à mensagem transmitida uma espécie de diversidade temporal que a torna consideravelmente robusta aos efeitos de um canal com desvanecimento variante no tempo. Além de não introduzir redundância à mensagem codificada, o principal benefício da estratégia é sua baixa complexidade de processamento nas etapas de recepção e decodificação.

A Figura 4.2 exibe o desempenho dos sistemas: BPSK sem codificação; e codificados por matrizes wavelet de dimensões 2×128 e 2×512 . Nesse caso, o desvanecimento é plano, obedece a uma distribuição Rayleigh, e varia a uma taxa de 50 Hz, em uma transmissão com taxa de símbolo de 23.5 KHz, o que implica em um máximo desvio Doppler normalizado de $f_D T_s = 0,002$.

Como pode ser observado na Figura 4.2, o desempenho do sistema melhora à medida que matrizes wavelet de maiores dimensões são utilizadas na etapa de codificação. Este resultado reforça a hipótese de que a codificação wavelet permite que se alcance o *limite de Shannon*, à medida que matrizes wavelet de dimensões cada vez maiores sejam utilizadas para codificar os *bits* de informação (RESNIKOFF; WELLS, 1998).

Uma forma de potencializar os ganhos de diversidade propiciados pela codificação wavelet sem nenhuma perda de eficiência espectral, pode ser pelo uso de entrelaçadores, como explicado na Seção 3.2.3.1. A Figura 4.3 também apresenta curvas de desempenho de sistemas codificados por matrizes wavelets. Porém, neste caso, supõe-se que a mensagem codificada é idealmente entrelaçada, evitando assim que símbolos consecutivos sejam

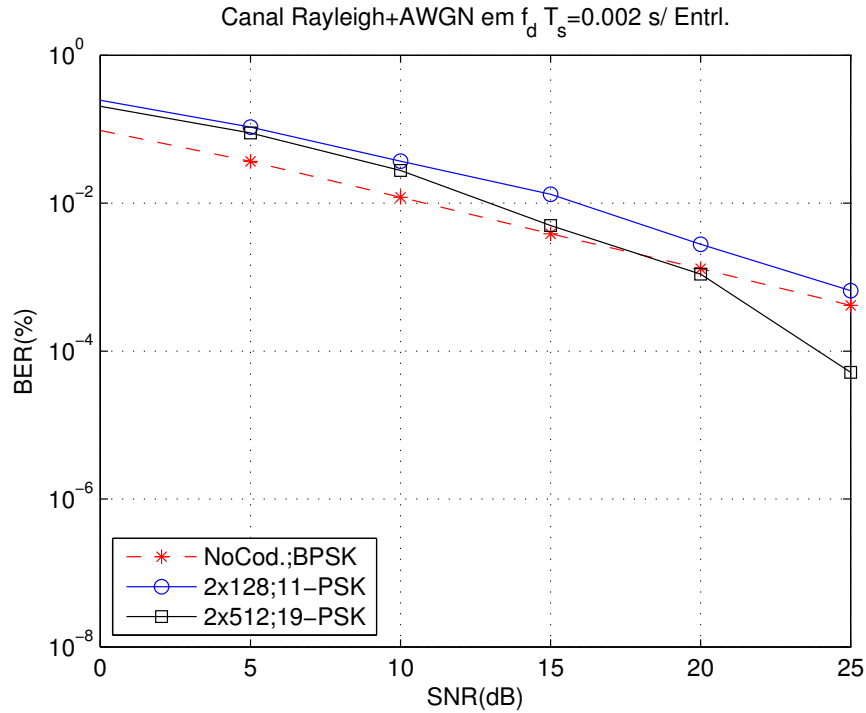


Figura 4.2 - Avaliação de desempenho em canal Rayleigh de sistemas wavelet 2×128 e 2×512 sem entrelaçamento e com modulação em fase, com sistema de referência BPSK.

comprometidos por surtos de desvanecimento intensos.

É interessante notar, a partir da comparação entre as Figuras 4.2 e 4.3, que a memória do canal correlacionado não influencia o desempenho do sistema não codificado. Enquanto isso, a estratégia de codificação wavelet se beneficia da ausência de correlação entre amostras sucessivas do canal. Isto ocorre por que o ganho de desempenho conseguido pela técnica apresentada se baseia no espalhamento temporal da energia transmitida. Por isso é importante que a codificação wavelet esteja sempre integrada a esquemas de entrelaçamento que garantam a decorrelação do canal.

Os resultados de desempenho ilustrados pelos gráficos da Figura 4.3 evidenciam, principalmente, uma considerável redução no *ponto de compensação* da técnica. Entenda-se este ponto como um patamar em que o desempenho do sistema passa a ser superior ao do sistema de referência. Neste limiar, a complexidade associada à estratégia de codificação e a todos os subsistemas atrelados passa a ser justificada pelos ganhos de desempenho em termos de probabilidade de erro de *bit* quando comparado ao sistema referencial. Pode-se observar que o entrelaçamento ideal dos símbolos transmitidos pelo sistema codificado por uma matriz wavelet de dimensões 2×512 reduz seu ponto de compensação, com relação ao sistema BPSK não codificado, de 16 dB (Figura 4.2) para 11 dB (Figura 4.3).

Neste trabalho, estamos interessados em investigar o cenário de comunicações para terminais móveis, atualmente considerados por aplicações que operam sobre os padrões

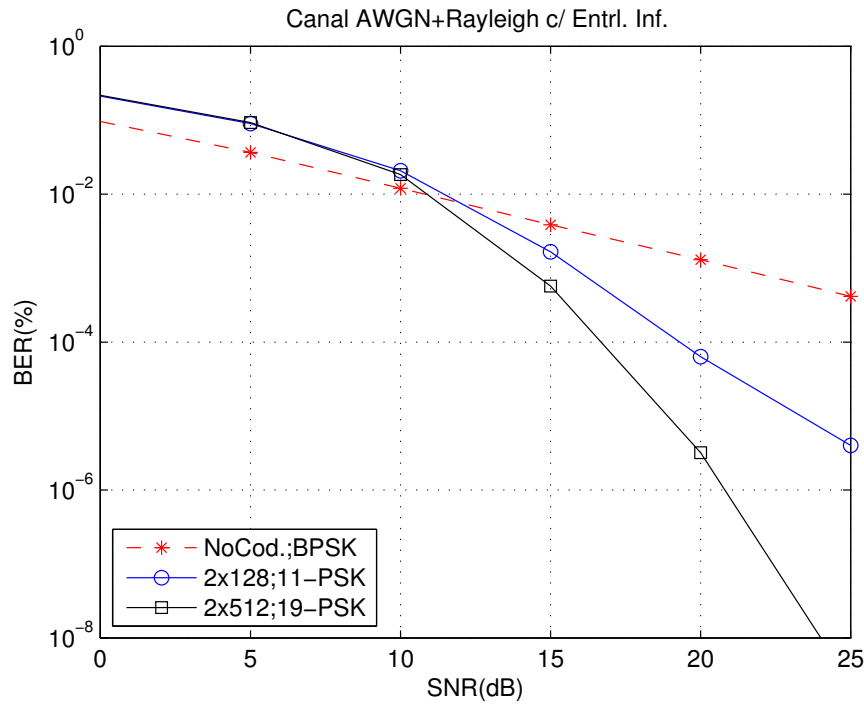


Figura 4.3 - Avaliação de desempenho em canal Rayleigh de sistemas wavelet 2×128 e 2×512 com entrelaçamento ideal e modulação em fase, com sistema de referência BPSK.

IEEE 802.11 (*Wi-Fi*), IEEE 802.16 (*WiMax*), GSM, DCS, UMTS, HSPA e LTE, por exemplo (TOLSTRUP, 2011; IEEE, 2012a; IEEE, 2012b; WERTHER; MINIHOLD, 2013).

Neste sentido, os experimentos comumente relacionam uma faixa de valores de SNR com níveis de qualidade da transmissão. Estes testes geralmente são conduzidos pelas companhias que produzem equipamentos para operar sobre uma determinada norma, sendo difícil estabelecer com precisão valores unânimes. Contudo, todas elas sugerem um nível a partir de 10 dB no qual qualquer associação de informação possa sequer ocorrer, e níveis entre 13 dB e 18 dB para níveis de qualidade de transmissão minimamente aceitáveis (REEKMANS et al., 2006; FEI, 2009; AL-ADWANY, 2011; WERTHER; MINIHOLD, 2013; GEIER, 2013).

A uma SNR de 30 dB, por exemplo, clientes 802.11g podem se comunicar a 24 Mbps, enquanto que uma SNR de 15 dB permite taxas de no máximo 6 Mbps. Assim, e não somente para o padrão 802.11, a Cisco¹ recomenda o uso de níveis ao redor de 20 dB para transmissão de dados, e de 25 dB na transmissão de voz e vídeo em *streaming*²

¹A Cisco Systems Inc. é uma das maiores fornecedoras de produtos e serviços ligados a redes de computadores (Cisco Systems Inc., N/A). Com um faturamento líquido trimestral de 2.1 bilhões de dólares no último trimestre de 2012, essa empresa tem apresentado um crescimento anual de 18% (SLATER; FIERCE-CONTENTMANAGEMENT, 2014). Essa liderança certamente se apresenta como um fator de imponência, por exemplo, às operadoras de celular que oferecem serviços de *Wi-Fi*, no que diz respeito às tendências de tecnologias, equipamentos e soluções encontradas no mercado.

²Fluxo contínuo.

(REEKMANS et al., 2006; FEI, 2009; AL-ADWANY, 2011; IEEE, 2012a; GEIER, 2013).

Obviamente, o nível de SNR do sinal recebido é capaz de impactar diretamente o desempenho de um sistema de transmissão sem fio. Em geral, um alto valor de SNR significa que a energia do sinal transmitido é superior a energia do ruído de tal maneira que altas taxas de transmissão são permitidas sem que muitos erros ocorram. Isto implica em menos retransmissões e maior eficiência no uso dos recursos em termos de banda (JERUCHIM et al., 2000; PROAKIS, 2000; RAPPAPORT, 2001; SKLAR, 2001).

Outra maneira de observar estes ganhos pode se dar pela comparação entre níveis de SNR que se fazem necessários para que o sistema alcance uma determinada BER. Por exemplo, é possível observar na comparação entre as Figuras 4.2 e 4.3 que, para um nível fixado de erro de 10^{-4} , o entrelaçamento ideal da mensagem oferece ganhos de 3 dB para os sistemas codificados por matrizes wavelet de dimensões 2×512 e 2×128 , passando de 20 dB para 17 dB no primeiro caso, e de 22 dB para 19 dB no segundo.

Este é um ponto de vista interessante para responder se uma estratégia é ou não boa o suficiente para uma determinada aplicação. Experimentos realizados para as normas WiMax, LTE e GSM recomendam, por exemplo, que mantenha-se uma BER inferior a 10^{-4} . Nestas condições, sugere-se, para condições de desvanecimento plano, uma mínima SNR de 12.2 para sistemas LTE; de 15dB para GSM; e de 18dB para WiMax (FEI, 2009; AL-ADWANY, 2011; WERTHER; MINIHOLD, 2013).

Nestes termos, é possível interpretar a partir da Figura 4.3 que somente o sistema codificado por matriz wavelet de dimensões 2×512 obedece aos requisitos do padrão WiMax, por exemplo. Entretanto, é importante destacar que o subsistema codificador constitui apenas uma parte do sistema final que será finalmente levado à indústria e ao mercado (TRANZEO, 2010). Assim, espera-se que juntamente com técnicas de modulação, recepção e equalização, a etapa de codificação também seja integrada a amplificadores, esquemas de antenas e outros dispositivos e estratégias para que seja definitivamente incorporada a produtos e aparelhos de comunicação em escala comercial (LAGERSTEDT, 2009; FERREIRA, 2010; HERINGER et al., 2006).

Quando comparada a técnicas de codificação de canal, em um ambiente similar, a estratégia de codificação por matrizes wavelet apresenta ganhos satisfatórios. Os gráficos da Figura 4.4 apresentam mais uma vez as curvas de desempenho dos sistemas wavelet com matrizes de codificação 2×128 e 2×512 . Dessa vez, contudo, além do sistema de referência BPSK não codificado, dois outros são apresentados. Um deles é um sistema com código convolucional de taxa 1/2 com polinômio gerador (151, 144) e comprimento de restrição de 7, associado a um esquema de modulação QPSK, e um receptor de Viterbi *hard*. O segundo é um sistema com codificação espaço-temporal (STBC) que emprega duas antenas transmissoras associadas a uma modulação BPSK (ALAMOUTI, 1998; BARRY et al., 2003).

Atualmente, tanto a codificação convolucional como a codificação espaço-temporal

são integradas a técnicas de Multiplexação por Divisão em Frequências Ortogonais (OFDM) nos padrões 802.11, 802.16, LTE e de TV Digital para a transmissão de *bits* a taxas elevadas (FERREIRA, 2010; IEEE, 2012a; IEEE, 2012b; WERTHER; MINIHOLD, 2013).

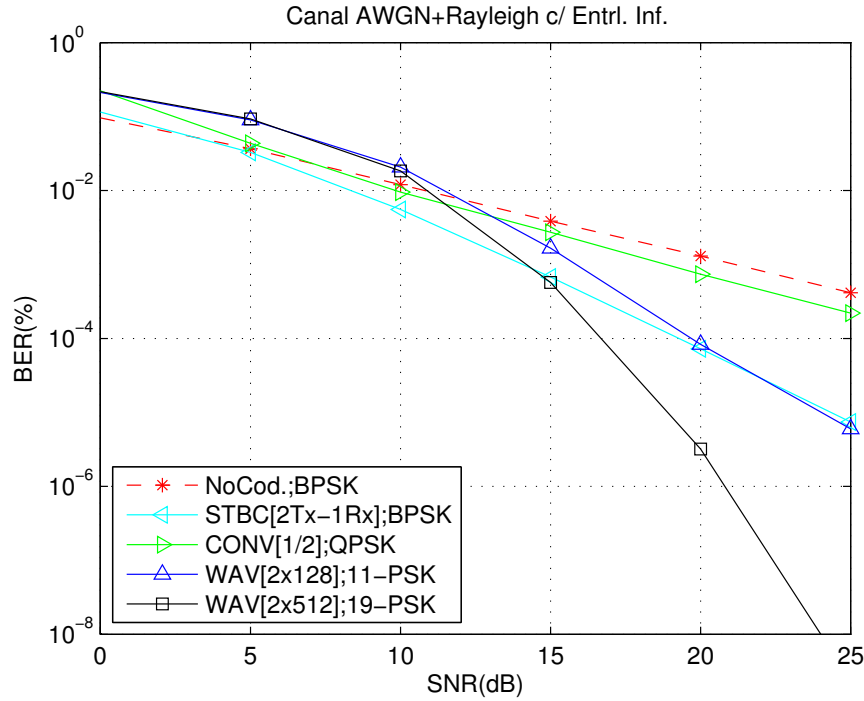


Figura 4.4 - Avaliação de desempenho em canal Rayleigh de sistemas wavelet 2×128 e 2×512 com entrelaçamento ideal e modulação em fase, com sistemas de referência codificados e com mesma eficiência espectral.

Como é possível observar pelos resultados apresentados na Figura 4.4, o sistema wavelet 2×512 supera o desempenho de ambas as estratégias de codificação. Em 15 dB, o sistema wavelet 2×128 supera o desempenho do sistema com codificação convolucional. Em 20 dB, o mesmo sistema wavelet passa a igualar seu desempenho com o sistema com STBC a uma BER de 10^{-4} . Para uma BER fixa de 10^{-4} , o sistema wavelet 2×512 apresenta ganhos de desempenho de 3 dB com relação ao sistema com STBC, e de cerca de 10 dB em relação ao sistema com codificação convolucional. Estes resultados atestam a eficiência da codificação wavelet na minimização dos distúrbios provocados por um canal com desvanecimento plano. Ainda mais, eles indicam que o esquema de codificação apresentado neste trabalho possui um desempenho competitivo quando comparado a outras estratégias atuais de superação dos efeitos causados por esse tipo de canal.

É importante destacar que a técnica OFDM tem se apresentado na última década como uma solução de destaque no combate à seletividade em frequência. Reduzindo a largura de banda do sinal pelo uso de sub-portadoras, essa estratégia faz com que cada sub-canal seja desvanecido de forma plana (VITERBO; FAZEL, 1995). A técnica OFDM

costuma ser utilizada em conjunto com algum esquema de codificação de canal, incluindo de alguma técnica de entrelaçamento do canal. Tradicionalmente, sistemas baseados em OFDM estão associados com esquemas de codificação convolucional ou espaço-temporal e entrelaçamento temporal (AKAY; AYANOGLU, 2006; GUO; BAIER, 2011). Contudo, o excelente desempenho da codificação wavelet nesse tipo de situação é uma boa razão para supor que o subsistema apresentado nesse trabalho possa ser incorporado não somente à sistemas OFDM, como à sistemas práticos de uma maneira geral, oferecendo ganhos de desempenho que permitam transmissões com taxas mais elevadas. Ainda assim, investigações adicionais devem ser realizadas, incluindo uma análise de seu desempenho em cenários cada vez mais comuns a sistemas de comunicação sem fio vigentes. Essa é a proposta da seção seguinte.

4.3 DESEMPENHO DA CODIFICAÇÃO WAVELET EM CANAIS COM SELETIVIDADE EM FREQUÊNCIA

Nessa seção, o desempenho do sistema com codificação wavelet, descrito no Capítulo 3, é avaliado levando-se em consideração que a mensagem transmitida $s[n]$ é afetada tanto por AWGN como por desvanecimento variante no tempo e seletivo em frequência, conforme modelado pela Equação (3.30).

O objetivo dessa seção é avaliar o desempenho da codificação wavelet em um ambiente de comunicação capaz de modelar condições de propagação similares às encontradas em sistemas sem fio atuais. Nesse cenário de transmissão, os efeitos de desvanecimento em pequena escala costumam se apresentar como as principais causas de degradações da mensagem transmitida. Como detalhado no Capítulo 3, vale ressaltar que os principais fenômenos que caracterizam esse canal são a sua atenuação variante no tempo e a existência de vários percursos de propagação.

Naturalmente, a energia propagada por cada um destes caminhos deverá afetar e ser afetada pelas porções de energia que percorrem trajetos distintos e que atingem o receptor em tempos diferentes, com mais ou menos atraso. Se esses atrasos duram mais do que um tempo de símbolo, a energia transmitida em um instante se alastra por sucessivos símbolos. Assim, ocorre interferência entre símbolos, o que é visto no domínio da frequência como um efeito de seletividade em frequência do canal de comunicação.

Modelos discretos de canais têm sido amplamente utilizados para simular tanto comunicações *indoor* quanto *outdoor*, como explicado na Seção 3.2.3. Muitos deles se baseiam em dados empíricos coletados para uma vasta gama de ambientes (TURIN et al, 1972; RAPPAPORT et al., 1991; HASHEMI, 1993). A grande quantidade de diferentes abordagens para avaliar se sistemas de comunicação operam satisfatoriamente pode se tornar um elemento de confusão para o desenvolvimento e estudo dos mesmos (TRANter et al., 2003). Padrões internacionais para aplicações como GSM, PCS e 3G/CDMA fornecem alguns modelos de canais representativos para situações comuns na comunicação entre terminais

móveis. Esse trabalho se baseia na norma COST 207 (COST207, 1986; COST207, 1989), principal referência para o padrão GSM, UMTS e EDGE (ISKANDER, N/A; GUIMARAES; PINTO, 2001; SILVA, 2004; GOMES, 2010), para investigar o desempenho da codificação por matrizes wavelet em canais com múltiplos percursos.

As Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 apresentam o desempenho do sistema wavelet 2×128 nos cenários (A), (B) e (C), respectivamente. De acordo a Seção 3.2.3.2, esses cenários simulam, respectivamente, situações de transmissão em rádio por ambientes *Rurais Planos*, *Rurais Montanhosos* e *Urbano Densos*. A Seção 3.2.3.2 também apresenta os perfis de intensidade de multi-percurso que caracteriza cada um desses modelos.

Cada um dos gráfico apresentados nas Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 contém uma coleção de curvas, obtidas para diversas configurações de entrelaçamento.

A partir das Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 é possível notar que, sem entrelaçamento, o sistema não é capaz de alcançar uma BER de 10^{-4} em nenhum dos cenários. Mais uma vez, assim como na Figura 4.2, é possível observar que o sistema com codificação wavelet sem entrelaçamento não apresenta bom desempenho sobre um canal com máximo desvio Doppler normalizado em $f_D T_s = 0,002$. Na verdade, este já era um resultado esperado, visto que o tempo de coerência do canal de comunicação simulado é muito maior que o espalhamento da informação no tempo produzido pela codificação wavelet com matrizes 2×128 (128 intervalos de sinalização). Isso faz sentido uma vez que um tempo de coerência pequeno implica em um canal que varia muito lentamente com o tempo, e que é, portanto, quase estático. Como mencionado na Seção 4.2, para se explorar todo o potencial da codificação wavelet em um canal com Doppler, é preciso assegurar um determinado grau de decorrelação entre as amostras do desvanecimento que afetam os símbolos wavelet transmitidos (SILVEIRA, 2006).

A partir destes gráficos pode-se também observar que a utilização de esquemas de entrelaçamento com profundidades por volta de 130 símbolos já permite a obtenção de bons ganhos de desempenho. Em casos de baixa ISI provocada pela interferência por múltiplos percursos, os desempenhos alcançados chegam a ser similares aos conseguidos em canais com entrelaçamento perfeito (apresentados na figura sob o rótulo de “Entr. Inf.”, em curvas contínuas). Entretanto, quando as condições de seletividade do canal se tornam mais severas, os sistemas passam a apresentar menores ganhos de desempenho, mesmo com o aumento da profundidade de entrelaçamento.

Aparentemente, a inversão do canal não é suficiente para anular o efeito do desvanecimento seletivo em frequência. Em situações de desvanecimento profundo, o filtro IIR no receptor induz uma elevação dos níveis de SNR. Quando vários percursos de propagação sobrepõe-se para formar o sinal na entrada do receptor, é difícil estimar a contribuição de cada percurso sobre a informação recebida. Os resultados indicam que a decodificação é capaz de minimizar consideravelmente os erros de demodulação provocados por uma interferência inter-simbólica não solucionada pelo receptor.

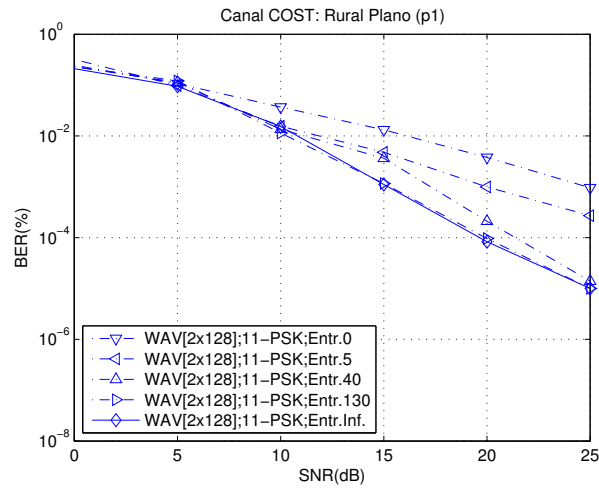


Figura 4.5 - Avaliação de desempenho em canal selet. em freq. (perfil (A)) de sistema wavelet 2×128 com modulação em fase para diversas profundidades de entrelaçamento.

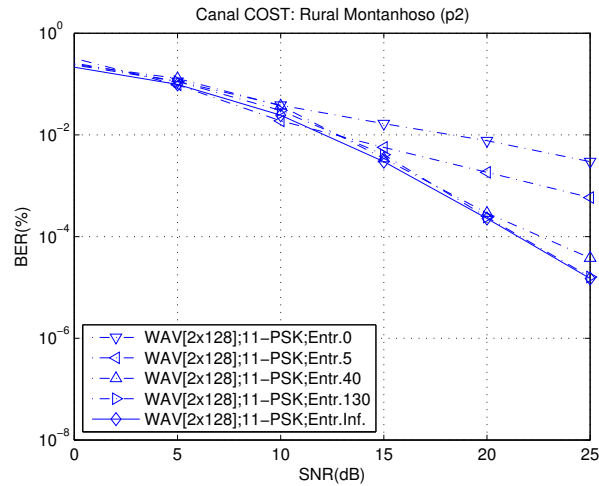


Figura 4.6 - Avaliação de desempenho em canal selet. em freq. (perfil (B)) de sistema wavelet 2×128 com modulação em fase para diversas profundidades de entrelaçamento.

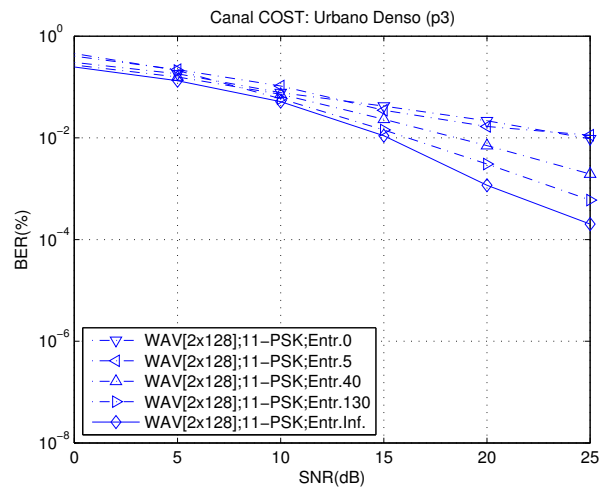


Figura 4.7 - Avaliação de desempenho em canal selet. em freq. (perfil (C)) de sistema wavelet 2×128 com modulação em fase para diversas profundidades de entrelaçamento.

Na Figura 4.5, pode-se notar que o sistema não é capaz de atingir uma BER de 10^{-4} até 25 dB, mas com relação ao sistema não entrelaçado, o desempenho é 100 vezes melhor. Esse aumento de desempenho persiste para os dois outros cenários.

No cenário (B), como mostra a Figura 4.6, o sistema alcança uma BER de 10^{-4} a uma SNR de 21 dB. Comparando esse resultado com o do cenário (A), como mostra a Figura 4.5, é possível observar um ganho de 1 dB para a mesma BER. É importante destacar a similaridade destes resultados com aqueles obtidos para canal com desvanecimento plano, como pode ser observado na Seção 4.2. Esse é um resultado consideravelmente satisfatório, que confirma a robustez da codificação perante a seletividade em frequência.

O mesmo experimento anterior foi realizado para o sistema wavelet codificado por matrizes de dimensões 2×512 . Os resultados são apresentados nas Figuras 4.8, 4.9 e 4.10 para os perfis de ambiente (A), (B) e (C), respectivamente. Estes gráficos também contém resultados para diversas configurações de entrelaçamento.

A evolução das curvas apresentadas nas Figuras 4.8, 4.9 e 4.10 revela uma situação similar àquela observada no experimento anterior. Aqui também, o sistema com codificação wavelet sem entrelaçamento não apresenta bom desempenho, enquanto que a quebra da coerência do canal leva a melhorias consideráveis. Contudo, a comparação entre estes gráficos expõem com maior clareza os ganhos de desempenho que podem ser conseguidos pela codificação wavelet nestes ambientes de comunicação de severa degradação.

Pela comparação entre as Figuras 4.8 e 4.9, por exemplo, é possível notar que o entrelaçamento perfeito da informação leva a resultados bastante parecidos. Por outro lado, os comportamentos do sistema sem entrelaçamento nesses cenários de comunicação são notavelmente distintos (apresentados na figura sob o rotulo de “Entr. 0”, em curvas pontilhadas). Esse fenômeno destaca o impacto causado pela seletividade em frequência do canal sobre o sinal transmitido. A comparação entre as curvas de desempenho para o sistema sem entrelaçamento das Figuras 4.9 e 4.10 também ressalta este efeito.

Tanto no cenário (C) quanto no cenário (B), como mostram as Figuras 4.9 e 4.10, o sistema sem entrelaçamento não é capaz de atingir uma BER de 10^{-4} . No cenário (A), a BER de 10^{-4} é alcançada a 25 dB para um sistema sem entrelaçamento, enquanto que a mesma taxa de erro é alcançada a cerca de 17 dB para condições de entrelaçamento perfeito. Isso representa um ganho de 8 dB.

É interessante notar, pela comparação entre Figuras 4.8, 4.9 e 4.10, que os ganhos de desempenho dos sistemas com entrelaçamento perfeito em contraste com os sistemas sem entrelaçamento vão aumentando a medida que o ambiente se torna mais severo em termos de seletividade em frequência. No cenário (A), como mostra a Figura 4.8, por exemplo, os ganhos são de 5 dB para uma BER de 10^{-3} . No cenário (B), como mostra a Figura 4.9, o desempenho é acrescido de quase 10 dB. No cenário (C), como mostra a Figura 4.10, o sistema sem entrelaçamento não é capaz de alcançar uma BER de 10^{-4} no intervalo apresentado.

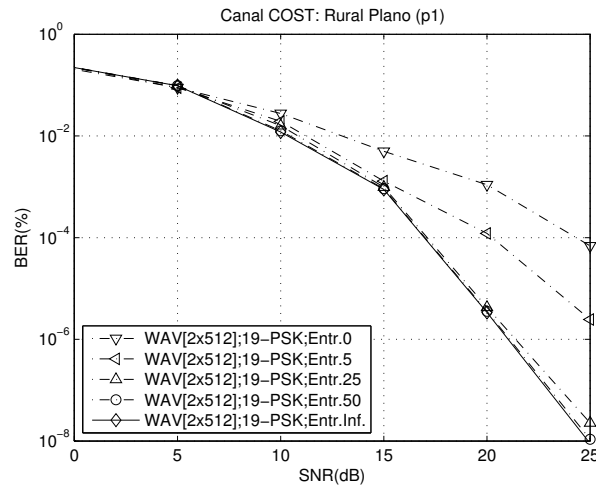


Figura 4.8 - Avaliação de desempenho em canal selet. em freq. (perfil (A)) de sistema wavelet 2×512 com modulação em fase para diversas profundidades de entrelaçamento.

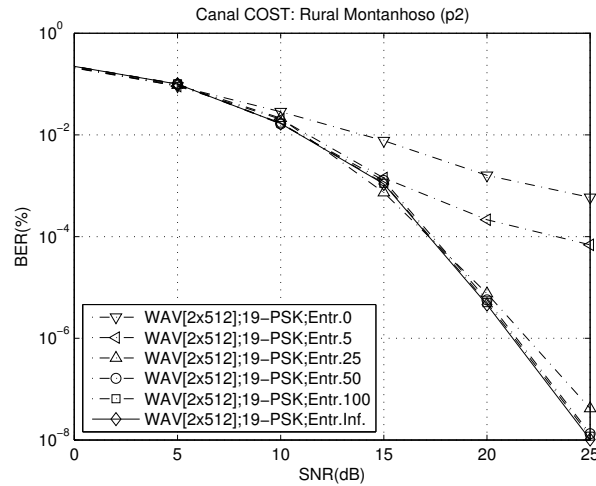


Figura 4.9 - Avaliação de desempenho em canal selet. em freq. (perfil (B)) de sistema wavelet 2×512 com modulação em fase para diversas profundidades de entrelaçamento.

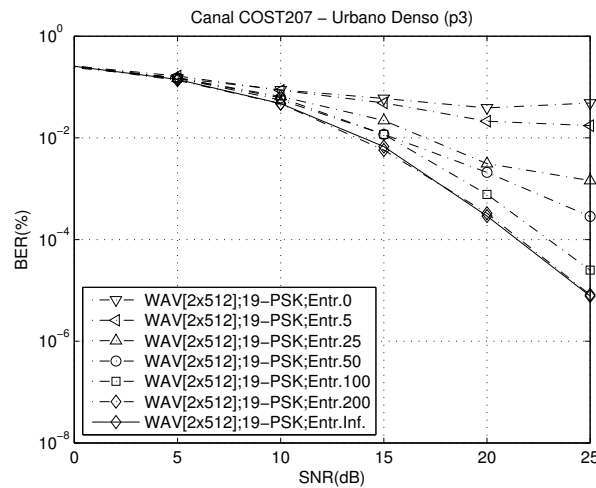


Figura 4.10 - Avaliação de desempenho em canal selet. em freq. (perfil (C)) de sistema wavelet 2×512 com modulação em fase para diversas profundidades de entrelaçamento.

Uma análise relevante neste momento diz respeito ao nível de decorrelação mínima do canal que deve ser conseguido pelo bloco entrelaçador para que a codificação wavelet consiga fornecer todo o seu ganho de diversidade ao sistema. Como é possível observar na Figura 4.8, um entrelaçamento com profundidade de 50 símbolos já é suficiente para assegurar um desempenho idêntico ao do sistema com entrelaçamento ideal. Por outro lado, na Figura 4.5, uma profundidade de 130 símbolos não é suficiente para levar o sistema wavelet 2×128 às mesmas condições de entrelaçamento perfeito. Na Figura 4.9, este valor sobe para 100 símbolo, diminuindo a diferença de profundidade exigida para alcançar um comportamento de entrelaçamento ideal entre os sistemas wavelet 2×512 e 2×128 . Este patamar sobe finalmente para 200 símbolos na Figura 4.10, tornando equiparável a situação para os dois sistemas.

De fato, o ganho conseguido com a codificação wavelet se deve principalmente à diversidade temporal intrínseca ao código, e varia em função do espalhamento da informação de cada *bit* sobre mg intervalos de sinalização (SILVEIRA, 2006). Para os sistemas simulados, verifica-se que esse grau de decorrelação é conseguido com uma profundidade de entrelaçamento próxima a mg símbolos. Entretanto, como a taxa de variação do canal está intimamente ligada ao tempo de coerência do canal (nível de correlação), uma profundidade de entrelaçamento menor que mg símbolos pode ser suficiente em canais com valores de $f_D T_s$ maiores que 0,002.

Tudo isso reforça que quanto maior a matriz wavelet utilizada na codificação, maior é o espalhamento da informação no tempo. Inclusive, também é possível concluir que esta característica é gradativamente inibida pelo agravamento da seletividade em frequência ocasionada pelo múltiplos percursos. Em todo caso, a medida que a seletividade em frequência se torna mais severa, não há nada que se possa fazer em termos de entrelaçamento que ajude o sinal a alcançar o nível de desempenho para canais planos (SKLAR, 1997b). O ponto mais importante a notar é que nenhuma estratégia pode *melhorar* o sinal, mas apenas ajudá-lo a alcançar o seu melhor resultado (LAGERSTEDT, 2009).

Quando comparada com o sistema com codificação convolucional apresentado na Seção 4.2, a estratégia de codificação por matrizes wavelet apresenta ganhos muito bons. Como mencionado nessa sessão, sistemas baseados em OFDM com codificação convolucional têm sido uma maneira convencional de solucionar o problema da seletividade em frequência.

Originalmente, OFDM foi aplicada em sistemas de comunicação cabeados. No entanto, com o crescente número de aplicações para ambientes móveis, os efeitos do desvanecimento e da dispersão causada por uma combinação de fenômenos como múltiplos percursos e deslocamento Doppler passaram a ser mais significativos. Assim, ao longo da última década, tem-se considerado cada vez mais a questão da equalização da transmissão para sistemas OFDM em canais seletivos em frequência (AKAY; AYANOGLU, 2006; GUO; BAIER, 2011).

As Figuras 4.11, 4.12 e 4.13 ilustram curvas de desempenho dos sistemas wavelet com dimensões 2×128 e 2×512 nos três perfis de ambiente para canais seletivos em frequência abordados nesse trabalho (cenários (A), (B) e (C)). Os resultados são comparados com aqueles obtidos pelo mesmo sistema com codificação convolucional apresentado na Seção 4.2. O sistema BPSK não codificado também serve de referência.

A partir das Figuras 4.11 e 4.12 é possível observar que o sistema wavelet 2×512 alcança uma BER de 10^{-4} a uma SNR de aproximadamente 17 dB nos cenários (A) e (B). Enquanto isso, nenhum dos sistemas de referência é capaz de alcançar essa taxa de erro nos limites de SNR apresentados. Verifica-se a partir das curvas da Figura 4.13 que somente o sistema wavelet com matriz de codificação 2×512 atinge uma BER de 10^{-4} no cenário de comunicação caracterizado pelo perfil (C), em uma relação sinal-ruído de 21 dB. Por outro lado, os sistemas wavelet superam o sistema BPSK não codificado para valores de SNR a partir de 10 dB, no ambiente (A), e de 15 dB no ambiente severo de comunicação caracterizado pelo perfil (C). Esses resultados podem ser considerados muito bons.

É importante destacar que sistemas OFDM são razoavelmente dependentes de uma sincronização de frequência entre as antenas, e o deslocamento Doppler costuma facilitar oscilações. A situação piora quando há múltiplos percursos de propagação, pois reflexos aparecem em mais de uma frequência, dificultando sua correção. Tais degradações podem ser minimizada através do emprego de uma equalização de canal mais robusta, e pela utilização de codificadores de canal mais poderosos (AKAY; AYANOGLU, 2006; GUO; BAIER, 2011).

Os resultados apresentados neste trabalho indicam que a codificação convolucional é consideravelmente sensível à canais com múltiplos percursos variantes no tempo. Eles reforçam, contudo, a previsão de que o sistema codificado por matrizes wavelet é, sozinho, capaz de compensar boa parte da combinação dos efeitos provocados pela combinação entre ISI e deslocamento Doppler. Inclusive, em alguns cenários, o desempenho obtido chega a ser similar ao daquele produzido em canal com desvanecimento plano. Mesmo assim, em ambiente com intensa seletividade em frequência, o sistema apresentado é capaz de oferecer considerável robustez à informação transmitida.

4.4 CONCLUSÕES

Esse capítulo apresenta uma análise de desempenho da codificação wavelet em modelos de ambientes para aplicações de comunicações móveis de segunda e terceira geração (COST207, 1986; COST207, 1989).

Na Seção 4.1 discutiu-se o desempenho da codificação wavelet em canais AWGN. Viu-se aqui que a diversidade temporal fornecida pela técnica não propicia ganhos de desempenho em canais estáticos.

Na Seção 4.2 o sistema codificado foi submetido a condições de desvanecimento Ray-

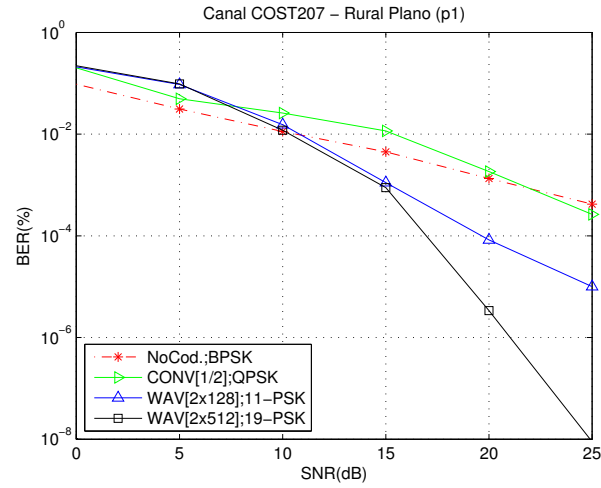


Figura 4.11 - Aval. de desemp. em canal selet. em freq. (perfil (A)) de sist. wav. 2×128 e 2×512 com modulação em fase, com sistemas de referência de mesma eficiência espectral.

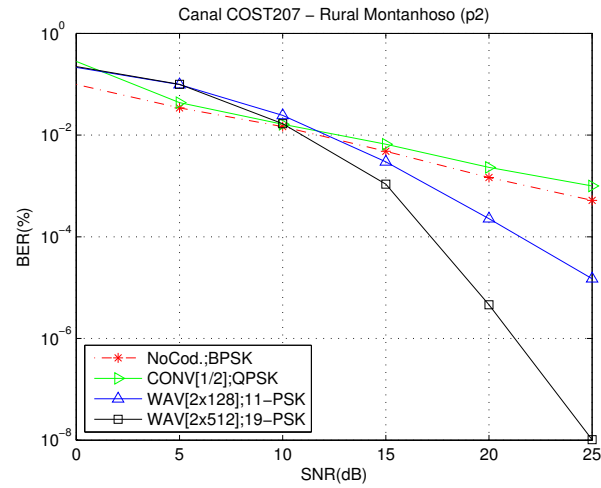


Figura 4.12 - Aval. de desemp. em canal selet. em freq. (perfil (B)) de sist. wav. 2×128 e 2×512 com modulação em fase, com sistemas de referência de mesma eficiência espectral.

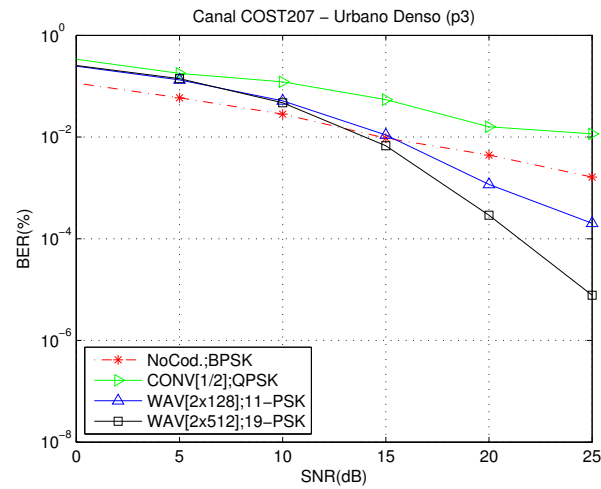


Figura 4.13 - Aval. de desemp. em canal selet. em freq. (perfil (C)) de sist. wav. 2×128 e 2×512 com modulação em fase, com sistemas de referência de mesma eficiência espectral.

leigh plano. Analisou-se o efeito do uso de entrelaçadores de canal sobre o desempenho de sistemas codificados com matrizes wavelet. Ainda nessa seção, o desempenho de sistemas com codificação wavelet e modulação PSK é comparado ao desempenho de outras estratégias de transmissão, com complexidade e eficiência equivalentes.

Na Seção 4.3 o sistema codificado por matrizes wavelet foi submetido a canais com diversos níveis de seletividade em frequência. Viu-se que, em casos de baixa ISI provocada pela interferência por múltiplos percursos, os desempenhos alcançados chegam a ser similares aos conseguidos em canais com entrelaçamento perfeito, e aos obtidos para um canal com desvanecimento plano. Entretanto, quando as condições do canal se tornam mais severas, os sistemas passam a apresentar menores ganhos de desempenho.

O desempenho dos sistemas wavelet foi comparado com o desempenho de outras estratégias de transmissão e apresentou resultados competitivos em canais com múltiplos percursos variantes no tempo. É importante ressaltar que a codificação wavelet se mostrou robusta aos efeitos provocados pela interferência intersimbólica de canais seletivos. Em níveis moderados de seletividade, o desempenho do sistema codificado é muito próximo daquele obtido em canais planos. Essa robustez da codificação wavelet, frente aos efeitos seletivos de alguns canais sem fio, habilita o uso da técnica em diferentes cenários de comunicações.

5 DISCUSSÕES E PERSPECTIVAS

Muitas das técnicas de diversidade difundidas atualmente já vêm sendo analisadas em ambientes que consideram os efeitos da variação no tempo e do deslocamento *Doppler* sobre o canal (SGUAREZI FILHO et al., 2012; SILVEIRA JUNIOR, 2008; SILVEIRA et al., 2009; FERREIRA, 2009; SANTOS et al., 2011). No entanto, para poucas dessas estratégias têm-se considerado a análise de desempenho em ambientes que simulem apropriadamente situações de enlace sem fio comuns em sistemas modernos (LEE; WILLIAMS, 2000; ZHOU; GIANNAKIS, 2001; LIU et al., 2002; KIM et al., 2002; MA et al., 2005; FONSECA; PSAROMILIGKOS, 2006; TURNER; TAYLOR, 2009; HEIDARPOUR; UYSAL, 2011; ADAYENO et al., 2012; SRIVASTAVA, 2012). Fenômenos como a existência de múltiplos percursos e a seletividade em frequência (ou interferência inter-simbólica, vista no domínio do tempo) são frequentemente ignorados com o objetivo de facilitar a metodologia ou por se suporem desprezíveis seus efeitos.

A codificação wavelet ainda não tinha sido analisada em modelos de canais que levassem em conta a combinação de fenômenos característicos de canais seletivos em frequência (CAVALCANTE, 2013). Desde os primeiros estudos sobre a codificação wavelet foram investigados diferentes aspectos dessa técnica considerando-se sempre apenas os efeitos da atenuação variante no tempo que caracterizam os canais com desvanecimento plano (TZANNES; TZANNES, 1992; SILVEIRA et al., 2001; SILVEIRA et al., 2003; SILVEIRA et al., 2004; SILVEIRA, 2006; SILVEIRA JUNIOR et al., 2006; JUNIOR et al., 2007; SILVEIRA JUNIOR, 2008; FERREIRA, 2009; SILVEIRA JUNIOR et al., 2009; SANTOS et al., 2011; SANTOS et al., 2013).

A técnica OFDM tem se apresentado na última década como uma solução de destaque no combate à seletividade em frequência. Tradicionalmente, sistemas baseados em OFDM estão associados com esquemas de codificação convolucional ou espaço-temporal e entrelaçamento temporal. O excelente desempenho da codificação wavelet nesse tipo de situação é uma boa razão para supor que o subsistema apresentado nesse trabalho possa ser incorporado não somente à sistemas OFDM, como à sistemas práticos de uma maneira geral, oferecendo ganhos de desempenho que permitam transmissões com taxas mais elevadas

Como visto no Capítulo 3, o desempenho de um sistema de comunicação é significativamente impactado pela distorção, ruído e interferência introduzida pelo canal sobre o qual ele opera. Assim, no sentido de avaliar o desempenho dos sistemas de comunicação e otimizar as operações de processamento envolvidos nas etapas de transmissão e de recepção dos sinais, são necessários modelos de simulação adequados para estes canais (TRANter et al., 2003). Para canais de comunicação por rádio, modelos complexos são necessários para explicar os efeitos dos múltiplos percursos e das variações temporais nas características do canal, especialmente em canais móveis.

Nesse trabalho, o modelo de simulação adotado tem a forma estrutural de uma linha de atrasos, com os ganhos de cada atraso modelados por processos aleatórios estacionários. Os valores gerados por cada percurso da linha de atrasos que modela o canal são atribuídos pela filtragem de sequências correlacionadas através de filtros FIR ([TRANTER et al., 2003](#); [ZHENG](#); [XIAO, 2003](#)). Os perfis de intensidade de multi-percurso adotados derivam de diversos experimentos difundidos pela literatura para padrões de segunda e terceira geração de sistemas de comunicação rádio móvel ([COST207, 1986](#); [COST207, 1989](#)).

No Capítulo 4 o sistema codificado por matrizes wavelet foi submetido a canais com diversos níveis de seletividade em frequência. Verificou-se que, em casos de baixa ISI provocada pela interferência por múltiplos percursos, os desempenhos alcançados chegam a ser similares aos conseguidos em canais com entrelaçamento perfeito, e aos obtidos para um canal com desvanecimento plano. Entretanto, quando as condições do canal se tornam mais severas, os sistemas passam a apresentar menores ganhos de desempenho.

Também foi observado que o desempenho do sistema está relacionado ao nível de decorrelação do canal de comunicação. Nesse sentido, matrizes de maiores dimensões necessitam de entrelaçadores com profundidades de entrelaçamento maiores. Esse resultado reforça que quanto maior a matriz wavelet utilizada na codificação, maior é o espalhamento da informação no tempo. Inclusive, foi possível concluir que esta característica é gradativamente inibida pelo agravamento da seletividade em frequência ocasionada pelos múltiplos percursos. Em todo caso, a medida que a seletividade em frequência se torna mais severa, não há nada que se possa fazer em termos de entrelaçamento que ajude o sinal a alcançar o nível de desempenho conseguido em canais planos ([SKLAR, 1997b](#)).

O desempenho dos sistemas wavelet também foram comparados ao desempenho de outras estratégias de transmissão. Os resultados apresentados confirmam a previsão de que, diferentemente de outras estratégias isoladas de diversidade, a técnica de codificação por matrizes wavelet é, sozinha, capaz de compensar boa parte da combinação dos efeitos provocados pela combinação entre ISI e deslocamento Doppler. Aparentemente, sistemas wavelet reúnem alguns dos benefícios de robustez oferecidos pela composição de estratégias de diversidade isoladas, sem adição de redundâncias na transmissão nem de excessiva complexidade computacional.

É importante destacar que, em níveis moderados de seletividade, o desempenho obtido chega a ser similar ao daquele produzido em canal com desvanecimento plano. Além disso, em ambientes com intensa seletividade em frequência, o sistema apresentado é capaz de oferecer considerável robustez à informação transmitida. Essa robustez da codificação wavelet frente aos efeitos da ISI e do deslocamento Doppler habilita o uso da técnica em diferentes cenários de comunicações, e de maneira bastante competitiva com relação a sistemas clássicos de transmissão.

Por fim, considera-se que trabalhos futuros devem buscar esquemas de modulação e estratégias de transmissão que possibilitem elevar a eficiência espectral dos sistemas de co-

municação codificados por wavelets, atualmente em 1 *bit*/s/Hz. Já existem alguns esforços nesse sentido, (SANTOS et al., 2011; SANTOS et al., 2013), que precisam ser intensificados de forma a garantir que sistemas wavelet funcionem com taxas de transmissões mais elevadas, tornando-os assim ainda mais competitivos em relação a estratégias de transmissão vigentes em sistemas de comunicação em rádio móvel. A investigação de desempenho da codificação wavelet na presença de erros de estimação de canal por métodos de estimação (ou equalização cega) também apresenta relevância diante do cenário destacado nesse trabalho.

A MATRIZES E SISTEMAS WAVELET

Uma matriz wavelet é uma generalização das matrizes unitárias (quadradas) para matrizes retangulares. No contexto da engenharia elétrica, as matrizes wavelet correspondem aos bancos de filtros digitais multitaxas, em que cada linha da matriz corresponde a um filtro passa-faixa do banco. Cada matriz wavelet contém a informação básica necessária para se definir um sistema wavelet. De fato, várias propriedades analíticas dos sistemas wavelet dependem das propriedades algébricas das matrizes wavelet. (RESNIKOFF; WELLS, 1998).

Várias são as matrizes wavelet usadas na matemática aplicada e no processamento de sinais. Como exemplos, podem-se citar: as matrizes da transformada de Fourier discreta, as matrizes da transformada do cosseno discreta, as matrizes de Walsh e Hadamard, matrizes de Rademacher, e matrizes de Chebyshev (RESNIKOFF; WELLS, 1998). Todas estas matrizes são unitárias (ortogonais se forem reais).

O restante deste apêndice é organizado como segue: Na Seção A.1 será apresentada a definição de matrizes wavelet, seus fundamentos, propriedades elementares e alguns exemplos. Na Seção A.2, as matrizes wavelet são caracterizadas a partir de suas respectivas matrizes de Haar. Na Seção A.3, define-se a expansão de funções discretas em séries finitas de coeficientes wavelet. Uma importante propriedade apresentada nesta seção estabelece que toda a energia de uma função discreta, expandida em coeficientes wavelet, fica concentrada nos próprios coeficientes da série finita. Na Seção A.4, as funções de escala e wavelet serão definidas a partir dos coeficientes das matrizes wavelet. Na Seção A.5, os sistemas wavelet serão definidos a partir de suas matrizes wavelet correspondentes. Finalmente, na Seção A.6, são apresentadas algumas conclusões.

A.1 MATRIZES WAVELET

Seja $\mathbb{F}$ um corpo arbitrário. O corpo $\mathbb{F}$ pode ser definido no conjunto $\mathbb{Q}$ dos números racionais, $\mathbb{R}$ dos números reais, $\mathbb{C}$ dos números complexos ou em algum conjunto algébrico. Considere uma matriz $\mathbf{A} = (a_k^s)$, com $m \geq 2$ linhas (vetores) de comprimento possivelmente infinito, dada por

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cdots & a_{-1}^0 & a_0^0 & a_1^0 & a_2^0 & \cdots \\ \cdots & a_{-1}^1 & a_0^1 & a_1^1 & a_2^1 & \cdots \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ \cdots & a_{-1}^{m-1} & a_0^{m-1} & a_1^{m-1} & a_2^{m-1} & \cdots \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

em que m é definido como o *posto* da matriz e cada elemento $a_k^s \in \mathbb{F}$ e $\mathbb{F} \subset \mathbb{C}$. São definidas submatrizes $\mathbf{A}_l$ de $\mathbf{A}$ de dimensão $m \times m$ da forma

$$\mathbf{A}_l = (a_{lm+r}^s), \quad r = 0, \dots, m-1, \quad s = 0, \dots, m-1 \quad (\text{A.2})$$

para $l \in \mathbb{Z}$. Assim, a matriz $\mathbf{A}$ pode ser expressa em termos de blocos de matrizes na forma

$$\mathbf{A} = (\dots, \mathbf{A}_{-1}, \mathbf{A}_0, \mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2 \dots), \quad (\text{A.3})$$

em que, por exemplo,

$$\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} a_0^0 & \dots & a_{m-1}^0 \\ \vdots & & \vdots \\ a_0^{m-1} & \dots & a_{m-1}^{m-1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Da teoria de variáveis complexas, a partir da matriz $\mathbf{A}$, pode ser construída uma série de potências

$$\mathbf{A}(z) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \mathbf{A}_l z^l, \quad (\text{A.5})$$

denominada de série de Laurent da matriz (RESNIKOFF; WELLS, 1998). $\mathbf{A}(z)$ também pode ser escrita como uma matriz $m \times m$ tendo como elementos os coeficientes da série de Laurent

$$\mathbf{A}(z) = \begin{pmatrix} \sum_k a_{mk}^0 z^k & \dots & \sum_k a_{mk+m-1}^0 z^k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_k a_{mk+r}^s z^k & & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_k a_{mk}^{m-1} z^k & \dots & \sum_k a_{mk+m-1}^{m-1} z^k \end{pmatrix}, \quad (\text{A.6})$$

sendo também denotada de matriz de Laurent de $\mathbf{A}$. Ambas as representações (A.5) e (A.6) serão denominadas de representações de Laurent da matriz $\mathbf{A}$.

Supondo que há um número finito de matrizes não-nulas na Equação (A.5), tem-se que

$$\mathbf{A}(z) = \sum_{l=N_1}^{N_2} \mathbf{A}_l z^l, \quad (\text{A.7})$$

considerando que $\mathbf{A}_{N_1}$ e $\mathbf{A}_{N_2}$ são matrizes não-nulas. Seja $g = N_2 - N_1 + 1$, denominado de *gênero* da matriz $\mathbf{A}$, o número de termos não nulos da série representada pela Equação (A.7).

Finalmente, é definida a adjunta $\tilde{\mathbf{A}}(z)$ da matriz de Laurent $\mathbf{A}(z)$ por

$$\tilde{\mathbf{A}}(z) = \mathbf{A}^*(z^{-l}) = \sum_l \mathbf{A}_l^* z^{-l}, \quad (\text{A.8})$$

em que $\mathbf{A}_l^* = \overline{\mathbf{A}}^t$ é a transposta conjugada da matriz $\mathbf{A}_l$.

Supondo que $\mathbf{A}$ tem m linhas e possivelmente, um número infinito de colunas, a matriz $\mathbf{A}$ é denominada de matriz wavelet de posto m se forem satisfeitas as seguintes condições:

$$\mathbf{A}(z) \cdot \tilde{\mathbf{A}}(z) = mI, \quad (\text{A.9})$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k^s = m\delta_{s,0}, \quad 0 \leq s \leq m-1. \quad (\text{A.10})$$

em que $\delta_{s,0}$ é o delta de Kronecker.

Na maioria das vezes, o número de colunas da matriz $\mathbf{A}$ é finito. Nesses casos, a matriz wavelet $\mathbf{A}$ terá uma dimensão finita $m \times mg$, em que g , como dito antes, é o gênero da matriz $\mathbf{A}$. O gênero pode ser visto como o número de blocos de matrizes $m \times m$ que formam a matriz $\mathbf{A}$.

O conjunto de todas as matrizes wavelet de posto m e gênero g será representado por $WM(m, g; \mathbb{F})$. Geralmente $\mathbb{F}$ forma um corpo nos números reais ou nos complexos.

A Equação (A.9) tem uma representação equivalente em termos dos coeficientes da matriz wavelet $\mathbf{A}$, dada por

$$\sum_k a_{k+ml'}^{s'} \bar{a}_{k+ml}^s = m\delta_{s',s}\delta_{l',l}. \quad (\text{A.11})$$

As relações (A.9) e (A.10) ou equivalentemente (A.11) e (A.10) são denominadas, respectivamente, de condições quadrática e linear das matrizes wavelet. A condição quadrática assegura que as linhas de uma matriz wavelet $\mathbf{A} = (\mathbf{a}_k^s) = (a_0^s, \dots, a_{mg-1}^s)$ têm comprimento igual a $\sqrt{m}$ e que são ortogonais entre si, mesmo quando deslocadas por um múltiplo arbitrário de m . O vetor $\mathbf{a}^0$ é denominado de vetor de escala e cada um dos vetores $\mathbf{a}^s$, $1 < s < m$, é denominado de vetor wavelet. A condição de linearidade ou de escalonamento, dada pela Equação (A.10), estabelece que a soma dos elementos do vetor de escala é igual ao posto m da matriz wavelet, enquanto que, a soma dos elementos de cada vetor wavelet é igual a zero. As matrizes wavelet de posto m podem ser vistas como um banco de filtros digitais com m -bandas, em que a primeira linha equivale a um filtro passa-baixas e as $m-1$ linhas restantes equivalem a filtros passa-faixa. Dessa forma, para uma dada matriz wavelet, os elementos do vetor de escala e dos vetores wavelet são também chamados de coeficientes de filtro passa-baixas e coeficientes de filtros passa-faixa, respectivamente.

Dada uma matriz wavelet com gênero finito, $a_k^s \neq 0$, para $0 \leq k < mg$, suas linhas

serão representadas por

$$a_k := a_k^0 \quad b_k^s := a_k^s, \quad (\text{A.12})$$

em que $0 \leq s < m$ e $0 \leq k < mg$. Dessa forma, os vetores de escala e wavelet serão denotados, respectivamente por:

$$\mathbf{a} = (a_0, \dots, a_{m-1}) \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{b}^s = (b_0^s, \dots, b_{m-1}^s) \quad (\text{A.14})$$

A seguir serão apresentados alguns exemplos simples de matrizes wavelet ([RESNIKOFF; WELLS, 1998](#)).

Exemplo A.1 Matrizes de Haar de posto 2: As matrizes abaixo, denominadas de matrizes de Haar, são as únicas matrizes wavelet quadradas de posto 2 com coeficientes reais

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.15})$$

De forma geral, uma matriz de Haar com elementos complexos é dada por

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -e^{i\theta} & e^{i\theta} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.16})$$

Exemplo A.2 Matriz Wavelet de Daubechies de posto 2 e gênero 2: A matriz D_2

$$D_2 = \begin{pmatrix} 1 + \sqrt{3} & 3 + \sqrt{3} & 3 - \sqrt{3} & 1 - \sqrt{3} \\ -1 + \sqrt{3} & 3 - \sqrt{3} & -3 - \sqrt{3} & 1 + \sqrt{3} \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

é uma das matrizes de posto 2 descobertas por Daubechies ([RESNIKOFF; WELLS, 1998](#)).

Exemplo A.3 Matriz Wavelet de posto 2 e gênero 2: Seja $a_k(\theta)$, as componentes

de uma família de vetores de escala

$$a_0(\theta) = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{2} \cos \left[\theta + \frac{\pi}{4} \right] \right), \quad (\text{A.18})$$

$$a_1(\theta) = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{2} \cos \left[\theta - \frac{\pi}{4} \right] \right), \quad (\text{A.19})$$

$$a_2(\theta) = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{2} \cos \left[\theta + \frac{\pi}{4} \right] \right), \quad (\text{A.20})$$

$$a_3(\theta) = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{2} \cos \left[\theta - \frac{\pi}{4} \right] \right), \quad (\text{A.21})$$

em que $0 \leq \theta < 2\pi$ e o correspondente vetor wavelet associado $b_k(\theta) = (-1)^{k+1}a_{3-k}(\theta)$. Então

$$A := \begin{pmatrix} a_0(\theta) & a_1(\theta) & a_2(\theta) & a_3(\theta) \\ b_0(\theta) & b_1(\theta) & b_2(\theta) & b_3(\theta) \end{pmatrix} \quad (\text{A.22})$$

é uma família de matrizes wavelet de posto 2 e gênero 2 definida por um único parâmetro θ , segundo as relações a_k e b_k . A matriz D_2 é um caso especial deste exemplo para $\theta = \pi/6$.

A.2 MATRIZES WAVELET DE HAAR

O conjunto das matrizes wavelet com gênero igual a 1 é de especial importância na teoria das wavelet. Este conjunto é denotado por

$$H(m; \mathbb{F}) = MW(m, 1; \mathbb{F}). \quad (\text{A.23})$$

Os elementos de $H(m; \mathbb{F})$ são denominados de matrizes wavelet de Haar de posto m . A importância das matrizes de Haar na teoria das wavelet se deve ao fato que essas matrizes são capazes de caracterizar todas as demais matrizes wavelet. Nas seções seguintes são discutidas algumas propriedades das matrizes de Haar e algumas operações que possibilitam a construção de matrizes de maior dimensão a partir de matrizes de menor dimensão.

A.2.1 A MATRIZ DE HAAR CANÔNICA

Seja $U(m)$ o conjunto unitário de posto m , formado por todas as matrizes complexas U de dimensão $m \times m$, em que, $U^*U = I$ (RESNIKOFF; WELLS, 1998).

Teorema A.1 Uma matriz complexa H $m \times m$ é uma matriz de Haar se, e somente se,

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & U \end{pmatrix} H, \quad (\text{A.24})$$

em que $\mathbf{U} \in U(m-1)$ é uma matriz unitária e $\mathbf{H}$ é a matriz de Haar canônica de posto m , definida por

$$\mathbf{H} := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ -(m-1)\sqrt{\frac{1}{m-1}} & \sqrt{\frac{1}{m-1}} & \dots & \dots & \dots & \dots & \sqrt{\frac{1}{m-1}} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -s\sqrt{\frac{m}{s^2+s}} & \sqrt{\frac{m}{s^2+s}} & \dots & \sqrt{\frac{m}{s^2+s}} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -\sqrt{\frac{m}{2}} & \sqrt{\frac{m}{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.25})$$

em que $s = (m - k)$ e $k = 0, 1, \dots, m-1$ são os números das linhas da matriz.

Lema A.1 Seja $\mathbf{H} = (h_r^s)$ uma matriz de Haar. Então,

$$h_r := h_r^0 = 1, \quad 0 \leq r \leq m. \quad (\text{A.26})$$

Corolário A.1 Sejam $\mathbf{H}', \mathbf{H}'' \in H(m; \mathbb{C})$ duas matrizes de Haar. Então, existe uma matriz unitária $\mathbf{U} \in U(m-1)$ de modo que

$$\mathbf{H}' = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \mathbf{H}''. \quad (\text{A.27})$$

Corolário A.2 Seja $\mathbf{A}$ uma matriz wavelet real, ou seja, $a_k^s \in \mathbb{R}$, então $\mathbf{A}$ é uma matriz de Haar se, e somente se,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{O} \end{pmatrix} \mathbf{H}, \quad (\text{A.28})$$

em que $\mathbf{O} \in O(m-1)$ é uma matriz ortogonal e $\mathbf{H}$ é a matriz de Haar canônica de posto m .

A.2.2 MATRIZ DE HAAR CARACTERÍSTICA DE UMA MATRIZ WAVELET

Considere $\mathbf{A}$ uma matriz wavelet e seja $\mathbf{A}(z)$ sua matriz de Laurent. Defina a matriz de Haar característica $\chi(\mathbf{A})$ da matriz wavelet $\mathbf{A}$ por:

$$\chi(\mathbf{A}) := \mathbf{A}(1). \quad (\text{A.29})$$

O teorema seguinte estabelece uma relação entre as matrizes wavelet e as matrizes de Haar.

Teorema A.2 Se $\mathbf{A} \in MW(m, g; \mathbb{F})$, então $\chi(\mathbf{A}) \in H(m; \mathbb{F})$, ou seja, χ é um mapeamento bem definido de matrizes wavelet de posto m em matrizes de Haar de posto m

$$MW(m, g; \mathbb{F}) \xrightarrow{\chi} H(m; \mathbb{F}). \quad (\text{A.30})$$

Prova A.1 Os elementos da matriz $\mathbf{H} = \chi(\mathbf{A})$ são da forma

$$h_s^r = \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_{ml+s}^r. \quad (\text{A.31})$$

A matriz $\mathbf{H}$ deve satisfazer as condições (A.9) e (A.10) que definem uma matriz wavelet. Pela condição da linearidade e usando (A.31), é obtido

$$\sum_{s=0}^{m-1} h_s^r = \sum_{s=0}^{m-1} \left(\sum_{l=-\infty}^{\infty} a_{ml+s}^r \right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k^r = m\delta_{r,0}. \quad (\text{A.32})$$

A condição quadrática para $\mathbf{H} = \chi(\mathbf{A})$ segue da condição quadrática geral, dada pela Equação (A.9), calculada em $z = 1$.

Corolário A.3 Seja $\mathbf{A}$ uma matriz wavelet de posto m e $\chi(\mathbf{A})$ a matriz de Haar característica da matriz $\mathbf{A}$. Então, existe uma matriz unitária $\mathbf{U} \in U(m-1)$ de modo que

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \mathbf{A} \quad (\text{A.33})$$

é uma matriz wavelet cuja matriz de Haar característica $\chi(\mathbf{B})$ é a matriz de Haar canônica, e

$$\chi(\mathbf{B}) = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \chi(\mathbf{A}). \quad (\text{A.34})$$

A.2.3 PRODUTO TENSORIAL ENTRE MATRIZES DE HAAR

O produto tensorial entre duas matrizes de Haar resulta em outra matriz de Haar.

Teorema A.3 Se $\mathbf{A} \in H(m'; \mathbb{F})$ e $\mathbf{B} \in H(m''; \mathbb{F})$, então

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} \in H(m'm''; \mathbb{F}). \quad (\text{A.35})$$

O teorema acima será ilustrado com um exemplo. Seja $m' = m'' = 2$ e

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_0^0 & a_1^0 \\ a_0^1 & a_1^1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_0^0 & b_1^0 \\ b_0^1 & b_1^1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.36})$$

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{pmatrix} a_0^0 b_0^0 & a_0^0 b_1^0 & a_1^0 b_0^0 & a_1^0 b_1^0 \\ a_0^0 b_0^1 & a_0^0 b_1^1 & a_1^0 b_0^1 & a_1^0 b_1^1 \\ a_0^1 b_0^0 & a_0^1 b_1^0 & a_1^1 b_0^0 & a_1^1 b_1^0 \\ a_0^1 b_0^1 & a_0^1 b_1^1 & a_1^1 b_0^1 & a_1^1 b_1^1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.37})$$

Aplicando o produto tensorial na matriz de Haar

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.38})$$

e definindo

$$\mathbf{H}^{\otimes n} := \underbrace{\mathbf{H} \otimes \cdots \otimes \mathbf{H}}_{n \text{ fatores}}, \quad (\text{A.39})$$

então, $\mathbf{H}^{\otimes n}$ é uma matriz de Haar de posto 2^n e também um exemplo de uma classe especial de matrizes de Hadamard.

Para $n = 2$ é obtido

$$\mathbf{H}^{\otimes 2} = \begin{pmatrix} 1 \times 1 & 1 \times 1 & 1 \times 1 & 1 \times 1 \\ 1 \times (-1) & 1 \times 1 & 1 \times (-1) & 1 \times 1 \\ -1 \times 1 & -1 \times 1 & 1 \times 1 & 1 \times 1 \\ -1 \times (-1) & -1 \times 1 & 1 \times (-1) & 1 \times 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.40})$$

$$\mathbf{H}^{\otimes 2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.41})$$

$$\mathbf{H}^{\otimes 2} = \begin{pmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{H} \\ -\mathbf{H} & \mathbf{H} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.42})$$

A.2.4 OPERADOR DE EXTENSÃO

Através do operador extensão, uma matriz wavelet de maior gênero é construída a partir de uma matriz wavelet de menor gênero, ou seja, é feito um mapeamento de uma matriz de menor gênero em uma matriz de maior gênero. De forma a simplificar a apresentação da operação de extensão, serão consideradas apenas matrizes wavelet de posto par. Define-se o operador extensão para a matriz $\mathbf{A} \in MW(m, g; \mathbb{F})$, como

$$E : MW(m, g) \rightarrow MW(m, 4g). \quad (\text{A.43})$$

Seja $\mathbf{a}^i$, $i = 0, 1, \dots, m-1$ as linhas da matriz $\mathbf{A}$, i.e.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}^0 \\ \mathbf{a}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{a}^{m-1} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.44})$$

Então a operação extensão $m \times 4m$ de $\mathbf{A}$ é definida por

$$E(\mathbf{A}) := \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbf{a}^0 & \mathbf{a}^1 & \mathbf{a}^0 & -\mathbf{a}^1 \\ \mathbf{a}^0 & \mathbf{a}^1 & -\mathbf{a}^0 & \mathbf{a}^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{a}^{m-2} & \mathbf{a}^{m-1} & \mathbf{a}^{m-2} & -\mathbf{a}^{m-1} \\ \mathbf{a}^{m-2} & \mathbf{a}^{m-1} & -\mathbf{a}^{m-2} & \mathbf{a}^{m-1} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.45})$$

Teorema A.4 Se $\mathbf{A} \in MW(m, g; \mathbb{F})$, então $E(\mathbf{A}) \in MW(m, 4g; \mathbb{F})$.

O operador E pode ser aplicado repetidamente sobre uma matriz wavelet, obtendo-se assim, matrizes wavelet com dimensões cada vez maiores.

Corolário A.4 Seja n um inteiro positivo. Se m é par e $\mathbf{A} \in WM(m, g; \mathbb{F})$, então $E^n(\mathbf{A}) \in WM(m, 4^n g; \mathbb{F})$.

A.3 EXPANSÃO ORTONORMAL DISCRETA

Qualquer função discreta pode ser representada por uma série finita de coeficientes wavelet.

Teorema A.5 Seja $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$ uma função arbitrária definida sobre os inteiros, e seja $\mathbf{A}$ uma matriz wavelet de posto m e gênero g . Então f tem uma única expansão em termos

da matriz $\mathbf{A}$, expressa por

$$f(n) = \sum_{r=0}^{m-1} \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_k^r a_{n+mk}^r \quad (\text{A.46})$$

em que

$$c_k^r = \frac{1}{m} \sum_n f(n) \bar{a}_{n+mk}^r \quad (\text{A.47})$$

A expansão em matriz wavelet é localmente finita; ou seja, para um determinado n , somente uma quantidade finita de termos na série são diferentes de zero.

A expansão ortonormal discreta é um dos principais elos de ligação entre a teoria matemática das wavelet e suas aplicações práticas.

A.3.1 TEOREMA DE PARSEVAL

O teorema de Parseval afirma que a energia de uma função discreta expandida em uma série de coeficientes wavelet fica totalmente concentrada nos coeficientes da série.

Teorema A.6 Se

$$f(n) = \sum_{0 \leq r < m} \sum_l c_l^r a_{ml+n}^r, \quad (\text{A.48})$$

então

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} |f(n)|^2 = m \left\{ \sum_{0 \leq r < m} \sum_l |c_l^r|^2 \right\}. \quad (\text{A.49})$$

Desde que a expansão em matriz wavelet é localmente finita, a função pode ser eficientemente representada por um número finito de coeficientes wavelet.

Define-se a norma da função discreta $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$ por

$$\|f\|^2 := \sum_{n \in \mathbb{Z}} |f(n)|^2 \quad (\text{A.50})$$

Logo, a partir do teorema de Parseval, segue:

Teorema A.7 Se

$$f(n) = \sum_{0 \leq r < m} \sum_l c_l^r a_{ml+n}^r, \quad (\text{A.51})$$

então

$$||f||^2 = m \left\{ \sum_{0 \leq r < m} \sum_l |c_l^r|^2 \right\}. \quad (\text{A.52})$$

A.4 FUNÇÕES WAVELET E DE ESCALA

Para qualquer matriz wavelet $\mathbf{A} \in WM(m, g; \mathbb{C})$, existe uma *função de escala* $\varphi(x)$ e $m - 1$ *funções wavelet* $\psi^1(x), \dots, \psi^{m-1}(x)$ definidas no espaço de Hilbert $L^2(\mathbb{R})$, em que $\mathbb{R}$ é o conjunto dos números reais (RESNIKOFF; WELLS, 1998). Uma função $f(x)$ definida em $\mathbb{R}$ pertence ao espaço $L^2(\mathbb{R})$ se $|f(x)|^2$ for integrável, ou seja,

$$\int_{x \in \mathbb{R}} |f(x)|^2 dx < \infty \quad (\text{A.53})$$

As funções de escala e wavelet satisfazem relações específicas, definidas em termos da matriz wavelet $\mathbf{A}$, como segue:

Considere a equação

$$\varphi(x) = \sum_{k=0}^{mg-1} a_k^0 \varphi(mx - k) \quad (\text{A.54})$$

em que a_k^0 é o vetor de escala de uma matriz wavelet $\mathbf{A} \in WM(m, g; \mathbb{C})$.

Esta equação é chamada de *equação de escala* associada à matriz wavelet $\mathbf{A} = (a_k^s)$. Se $\varphi \in L^2(\mathbb{R})$ é uma solução dessa equação, então φ é chamada de *função de escala* associada à matriz $\mathbf{A}$. Da mesma forma, pode-se definir as *funções wavelet* $\{\psi^1(x), \dots, \psi^{m-1}(x)\}$ associadas à matriz $\mathbf{A}$ e à função de escala φ pela equação

$$\psi^s(x) := \sum_{k=0}^{mg-1} a_k^s \varphi(mx - k) \quad (\text{A.55})$$

O teorema a seguir estabelece que cada matriz wavelet possui apenas uma função de escala com suporte compacto.

Teorema A.8 Seja $\mathbf{A} \in WM(m, g; \mathbb{C})$ uma matriz wavelet. Então existe uma única função $\varphi \in L^2(\mathbb{R})$ tal que:

(a) φ satisfaz a Equação (A.54);

(b) $\int_{\mathbb{R}} \varphi(x) dx = 1$;

(c) $\hat{\varphi} \in C^0(\mathbb{R})$;

(d) $\text{supp } \varphi \subset [0, (g-1) \left(\frac{m}{m-1}\right) + 1]$.

de φ .

em que $\hat{\varphi}$ denota a transformada de Fourier

Na prática, pode-se obter uma solução aproximada para a Equação (A.54) como

segue. Seja

$$\varphi^0 := \chi_{[0,1)} \quad (\text{A.56})$$

uma função característica, definida por

$$\chi_K = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in K \\ 0, & \text{c.c} \end{cases} \quad (\text{A.57})$$

A partir da Equação (A.56), pode-se obter aproximações sucessivas para a função de escala definida pela Equação (A.54) através da equação recursiva:

$$\varphi^\nu(x) := \sum_{k=0}^{mg-1} a_k^0 \varphi^{\nu-1}(mx - k), \quad \nu \geq 1 \quad (\text{A.58})$$

A sequência $\varphi^\nu(x)$ converge para a solução $\varphi(x)$ quando $\nu \rightarrow \infty$ (RESNIKOFF; WELLS, 1998). Uma vez obtida a função de escala aproximada, as funções wavelet podem ser calculadas pela Equação (A.55). Dessa forma, pode-se obter, para qualquer matriz wavelet $\mathbf{A}$, as correspondentes funções wavelet e de escala.

A.5 SISTEMAS WAVELET

Considere uma matriz wavelet $\mathbf{A}$ de posto m , e seja φ e ψ^s , $s = 1, \dots, m-1$, as respectivas funções de escala e wavelet associadas à essa matriz. Para $k, j \in \mathbb{Z}$, define-se

$$\varphi_{jk}(x) := m^{j/2} \varphi(m^j x - k), \quad (\text{A.59})$$

$$\psi_{jk}^s(x) := m^{j/2} \psi^s(m^j x - k), \quad s = 1, \dots, m-1. \quad (\text{A.60})$$

As Equações (A.59) e (A.60) representam uma família de funções geradas a partir de translações e escalonamentos das funções wavelet e de escala fundamentais. O *sistema wavelet* $\mathbb{W}[\mathbf{A}]$, associado à matriz wavelet $\mathbf{A}$, pode então ser definido como o conjunto de funções

$$\mathbb{W}[\mathbf{A}] := \{\varphi_k(x), k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\psi_{jk}^s(x), j, k \in \mathbb{Z}, j \geq 0, s = 1, \dots, m-1\}. \quad (\text{A.61})$$

em que,

$$\varphi_k(x) := \varphi_{0k}(x) \quad (\text{A.62})$$

Teorema A.9 Considere a matriz $\mathbf{A} \in WM(m, g; \mathbb{C})$, o sistema wavelet $\mathbb{W}[\mathbf{A}]$ associado a $\mathbf{A}$, e uma função $f \in L^2(\mathbb{R})$. Existe uma expansão convergente em média quadrática em L^2 da forma

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \varphi_k(x) + \sum_{s=1}^{m-1} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{jk}^s \psi_{jk}^s(x), \quad (\text{A.63})$$

sendo os coeficientes expressos por

$$c_k = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \varphi_k(x) dx, \quad (\text{A.64})$$

$$d_{jk}^s = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{jk}^s(x) dx. \quad (\text{A.65})$$

Para a maioria das matrizes wavelet, o sistema wavelet $\mathbb{W}[\mathbf{A}]$ é um sistema ortonormal completo e consequentemente uma base ortonormal para $L^2(\mathbb{R})$. Entretanto, para algumas matrizes wavelet, o sistema $\mathbb{W}[\mathbf{A}]$ não forma uma base ortonormal, embora o Teorema A.9 continue válido ([RESNIKOFF; WELLS, 1998](#)).

A.6 CONCLUSÕES

Neste apêndice, as matrizes wavelet foram definidas e algumas de suas propriedades foram apresentadas. Um enfoque especial foi dado às matrizes wavelet de Haar, visto que a codificação wavelet discutida neste trabalho utiliza uma classe de matrizes construídas a partir das matrizes de Haar. As duas ferramentas matemáticas utilizadas neste trabalho, para construção das matrizes wavelet empregadas na codificação, também foram definidas, sendo elas: a operação de extensão e o produto tensorial de matrizes.

Além disso, também foi discutido neste apêndice, a relação unívoca entre cada matriz wavelet e o seu respectivo sistema wavelet associado. Essa relação fica evidente na medida que cada sistema wavelet é construído a partir dos coeficientes de sua respectiva matriz wavelet.

REFERÊNCIAS

- ADAYENO, Z. K.; AJAYI, O. O.; OJO, F. K. Simulation model for a frequency-selective land mobile satellite communication channel. **Innovative System Design and Engineering**, v. 3, n. 11, p. 71–84, June 2012.
- AKANSU, A.; HADDAD, R. **Multiresolution Signal Decomposition: Transforms, Subbands and Wavelets**. New York: Academic Press, 1992.
- AKAY, E.; AYANOGLU, E. Achieving full frequency and space diversity in wireless systems via bicc, ofdm, stbc and viterbi decoding. **IEEE Transactions on Communications**, v. 54, n. 12, p. 2164–2172, December 2006.
- AL-ADWANY, M. A. A performance study of wireless broadband access. **Iraq J. Electrical and Electronic Engineering**, v. 7, n. 2, p. 125–129, 2011.
- ALAMOUTI, S. A simple transmit diversity technique for wireless communications. **IEEE Journal on Selected Areas in Communications**, v. 16, n. 8, p. 1451 – 1458, October 1998.
- ANDERSON, J. B.; RAPPAPORT, T. S.; YOSHIDA, S. Propagation measurements and models for wireless communication channels. **IEEE Communications Magazine**, v. 33, n. 1, p. 42–49, January 1995.
- BARRY, J. R.; LEE, E. A.; MESSERSCHMITT, D. G. **Digital Communication**. 3rd. ed. [S.l.]: Springer, 2003. (978-0792375487).
- BELLIS, M. **The Invention of Radio**. N/A. Disponível em: <http://inventors.about.com/od/rstartinventions/a/radio.htm>.
- CAVALCANTE, L. C. Analise de desempenho da codificacao wavelet em canais seletivos em frequencia. **Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT, XXXI**, Setembro 2013.
- Cisco Systems Inc. N/A. Disponível em: <http://www.cisco.com/>.
- CLARKE, R. H. A statistical theory of mobile-radio reception. **Bell Syst. Tech. J.**, p. 957–1000, August 1968.
- COST207. Proposal on channel transfer functions to be used in gsm. WG1, Late Tests. September 1986.
- _____. Digital land mobile radio communications. Commission of the EC, Final Report. 1989.
- FAZEL, K.; KAISER, S. **Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems: From OFDM and MC-CDMA to LTE and WiMAX**. 2nd. ed. [S.l.]: Wiley, 2008. (978-0-470-99821-2).
- FECHTEL, S. A. A novel approach to modeling and efficient simulation of frequency-selective fading radio channels. **IEEE J. Select. Areas Commun.**, v. 11, p. 422–431, April 1993.

FEI, L. F. **Analyze Requirements For WEDGE Receivers**. March 2009. Disponível em: <http://mwrfl.com/markets/analyze-requirements-wedge-receivers>.

FERREIRA, O. **Análise de Desempenho da Tecnologia OFDM para os Sistemas Móveis de Quarta Geração**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Fluminense, Escola de Engenharia, Agosto 2010.

FERREIRA, T. R. **Modulação Quantizada para Sistemas com Codificação Wavelet Sujeitos ao Desvanecimento Rayleigh**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Março 2009.

FONSECA, O.; PSAROMILIGKOS, I. N. Bit performance of bpsk transmission over multipath channels. **Electronic Letters** **28th**, v. 42, n. 20, September 2006.

GALLEGER, R.; ZHENG, L. Mit course 6.450. Wireless Digital Communications. Fall 2006.

GEIER, J. **How to: Define Minimum SNR Values for Signal Coverage**. 2013. Disponível em: http://www.wireless-nets.com/resources/tutorials/define_SNR_values.html.

GOMES, R. M. **Estudo e Comparação de Modelos de Canal Rádio para Sistemas MIMO**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Aveiro, Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática, 2010.

GUIMARAES, A. G.; PINTO, E. L. Técnicas de simulação de canais rádio móveis. **Revista Científica Periódica**, v. 4, n. 1, p. 24–34, Março 2001.

GUO, S.; BAIER, P. Combating frequency selectivity of ofdm radio channels by partial data spreading. **IEEE Communications Letters**, v. 15, n. 9, p. 910–912, September 2011.

HAAR, L. Zur theorie der orthogonalen funktionensysteme. **Math. Ann.**, n. 69, p. 331–371, 1910.

HASHEMI, H. The indoor radio propagation channel. **Proceedings of the IEEE**, v. 81, n. 7, p. 943–968, July 1993.

HATA, M. Empirical formulas for propagation loss in land mobile radio services. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 39, n. 3, p. 317–325, 1980.

HEIDARPOUR, M. R.; UYSAL, M. Cooperative bicc-ofdm system for frequency-selective relay channels. **IEEE Asilomar**, n. 978-1-4673-0323-1/11, p. 1121–1125, 2011.

HERINGER, L. C.; ANGELICO, B. A.; ABRAO, T.; JESZENSKY, P. J. Sistemas de comunicação de banda ultralarga. **Revista Científica Periódica**, v. 09, n. 01, p. 08–20, Novembro 2006.

IEEE, S. A. **IEEE Std 802.11TM-2012**. New York, NY 10016-5997 USA, February 2012.

_____. **IEEE Std 802.16TM-2012**. 3 Park Avenue New York, NY 10016-5997 USA, August 2012.

ISKANDER, C. D. **A MATLAB-based Object-Oriented Approach to Multipath Fading Channel Simulation**. 7945 Avenue de Cornouailles, Quebec, QC, Canada, N/A.

JAKES, W. C. **Microwave Mobile Communications**. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1994.

JERUCHIM, M. C.; BALABAN, P.; SHANMUGAN, S. K. **Simulation of Communication Systems**. 2nd. ed. New York: Kluwer Academic / Plenum Publishers, 2000.

JUNIOR, L. G. Q. S.; SILVEIRA, L. F. Q.; ASSIS, F. M.; PINTO, E. L. Iterative decoding for serial concatenation with wavelet encoding. **International Microwave and Optoelectronics Conference - IMOC**, p. 743–747, Julho 2007.

KIM, J.; KIM, I.; RO, S.; HONG, D.; KANG, C. Effects of multipath diversity on adaptative qam in frequency selective rayleigh fading channels. **IEEE Communications Letters**, v. 6, n. 9, p. 364–366, September 2002.

KUMBASAR, V.; KUCUR, O. Alamouti coded wavelet based ofdm for multipath fading channels. **IEEE**, n. 1-4244-2589-1/09, 2009.

LAGERSTEDT, P. **When is a signal good enough**. [S.l.], March 2009.

LAWTON, W. Necessary and sufficient conditions for constructing orthonormal wavelet bases. **J. Math. Phys.**, v. 1, n. 32, p. 57–61, 1991.

LEE, K. F.; WILLIAMS, D. B. A space-time coded transmitter diversity technique for frequency selective fading channels. **IEEE**, n. 0-7803-6339-6/00, p. 149–152, 2000.

LEE, W. C. Elements of cellular mobile radio systems. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 35, n. 2, p. 45–56, May 1986.

LIU, Z.; XIN, Y.; GIANNAKIS, G. B. Space-time-frequency coded ofdm over frequency-selective fading channels. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 50, n. 10, p. 2465–2476, October 2002.

MA, X.; LEUS, G.; GIANNAKIS, G. B. Space-time-doppler block coding for correlated time-selective fading channels. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 53, n. 6, p. 2167–2181, June 2005.

NAWAZ, T.; BAIG, S. Wavelet ofdm - a solution for reliable communication in a frequency selective rayleigh fading channel. **Proceedings of 9th International Bhurban Conference on Applied Sciences & Technology (IBCAST)**, v. 9, p. 413–417, January 2012.

OKUMURA et al., Y. Field strength and its variability in vhf and uhf land mobile radio service. **Rev. Elec. Comm. Lab.**, v. 16, n. 9-10, p. 825–873, 1968.

PAPOULIS, A.; PILLAI, S. U. **Probability, Random Variables and Stochastic Processes**. Two Penn Plaza, 9th Floor, New York, NY 10121-2298, USA: McGraw-Hill, 2002.

PÄTZOLD, M. **Mobilfunkkanäle (Mobile Fading Channels)**. 1st. ed. Wiesbaden: Braunschweig, 1999.

PATZOLD, M.; KILAT, F.; LI, Y. On the statistical properties of deterministic simulation models for mobile fading channels. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, n. 47, p. 254–269, February 1998.

POP, M. F.; BEAULIEU, N. C. Limitations of sum-of-sinusoids fading channel simulators. **IEEE Transactions on Communications**, v. 49, p. 699–708, April 2001.

PROAKIS, J. **Digital Communications**. 4th. ed. New York: McGraw-Hill, 2000. (0072321113).

RAPPAPORT, T. S. **Wireless Communication: Principles and Practice**. 2nd. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2001.

RAPPAPORT, T. S.; SEIDEL, S. Y.; TAKAMIZAWA, K. Statistical channel impulse response models for factory and open plan building radio communications system design. **IEEE Transactions on Communications**, v. 39, n. 5, p. 794–806, May 1991.

REEKMANS, S.; ROMBOUTS, P.; WEYTEN, L. Sigma-delta adc design considerations for an umts receiver. **IEEE**, n. 1-4244-0173-9/06, 2006.

RESNIKOFF, H.; WELLS, R. **Wavelet analysis: the scalable structure of information**. 1st. ed. Verlag: [s.n.], 1998. (ISBN 0-387-98383-X).

SANTOS, E. A.; GURJÃO, E. C.; ASSIS, F. M. Projeto de constelações de sinais para codificação wavelet. **Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT**, XXIX, Outubro 2011.

_____. Aumento da eficiência espectral de sistemas com codificação wavelet. **Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT**, Setembro 2013.

SEIDEL et al, S. Y. Path loss, scattering and multipath delay statistics in four european cities for digital cellular and microcellular radiotelephone. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 40, n. 4, p. 721–730, November 1991.

SGUAREZI FILHO, A. J.; CASTELLA, I. R.; CAPOVILLA, C. E.; RUPPERT, E. Controle deadbit codificado sem fio de potencias para aerogeradores de inducao duplamente alimentados visando aplicacoes em redes inteligentes. **Revista Contrle e Automacao**, v. 23, n. 5, p. 541–552, Setembro e Outubro 2012.

SILVA, V. A. **Modelagem Computacional de Canais de Comunicacao Movel**. DissertaÁ,o (Mestrado) — Universidade de Sao Paulo, Escola Politecnica, Outubro 2004.

SILVEIRA JUNIOR, L. G. Q. **Decodificação Interativa em Sistemas com Codificação Wavelet**. Tese (Doutorado) — DEE-UFCG, Campina Grande-PB, Fevereiro 2008.

SILVEIRA JUNIOR, L. G. Q.; SILVEIRA, L. F. Q.; ASSIS, F. M. Performance analysis of space diversity scheme in wavelet-coded systems over fading channels. **International Microwave and Optoelectronics Conference - IMOC**, p. 277–281, Junho 2009.

SILVEIRA JUNIOR, L. G. Q.; SILVEIRA, L. F. Q.; ASSIS, F. M.; PINTO, E. L. Soft-decision demodulation of wavelet-coded psk signals over flat rayleigh fading channels. **Proc. VI International Telecommunications Symposium - ITS**, p. 758–763, Setembro 2006.

SILVEIRA, L. F. Q. **Performance of systems with wavelet coding and space-time diversity over flat Rayleigh fading channels (in Portuguese)**. Dissertação (Mestrado) — DEE-UFCG, Campina Grande-PB, Maio 2002.

SILVEIRA, L. F. Q. **Wavelet-coded system analysis over time-varying flat fading channels (in Portuguese)**. Tese (Doutorado) — DEE-UFCG, Campina Grande-PB, Abril 2006.

SILVEIRA, L. F. Q.; ASSIS, F. M.; PINTO, E. L. Performance of a psk system with wavelet time diversity over flat rayleigh fading channels. **International Microwave and Optoelectronics Conference - IMOC**, p. 187–191, Janeiro 2003.

_____. A new wavelet coded psk system over time-varying flat fading channels. **Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications - SPAWC**, IV, p. 429–433, Julho 2004.

SILVEIRA, L. F. Q.; CALDINO, I. F.; FERREIRA, G. M.; ASSIS, F. M. Performance of wavelet coding in systems with diversity over flat and fast rayleigh fading channels (in portuguese). **Brasilian Symposium of Telecommunications - SBrT**, XIX, Setembro 2001.

SILVEIRA, L. F. Q.; JUNIOR, L. G. Q. S.; ASSIS, F. M.; PINTO, E. L. Analysis and optimization of wavelet-coded communication systems. **IEEE TRANSACTIONS ON WIRELESS COMMUNICATIONS**, v. 8, n. 2, p. 563–567, Fevereiro 2009.

SKLAR, B. Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems part i: Characterization. **IEEE Communications Magazine**, p. 90–100, Julho 1997.

_____. Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems part ii: Mitigation. **IEEE Communications Magazine**, p. 102–109, Julho 1997.

_____. **Digital Communications: Fundamentals and Applications**. 2nd. ed. New York: Prentice Hall, 2001. (ISBN-100130847887).

SLATER, D. C.; FIERCECONTENTMANAGEMENT. **Latest Headlines, TAG: Cisco**. January 2014. Disponível em:
<http://www.fierceenterprisecommunications.com/tags/cisco>.

SRIVASTAVA, D. Simulation analysis of time variant frequenct selective mimo-ofdm channel in mobile environment. **International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering**, v. 2, n. 9, p. 158–167, September 2012.

SVENSSON, A. An introduction to adaptative qam modulation schemes for known and predicted channels. **Proceedings of IEEE**, v. 95, n. 12, p. 2322–23–36, December 2007.

TAROKH, V. **New Directions in Wireless Communication Research**. [S.l.]: Springer, 2009. (144190672X).

TERLLIZIE, W. A.; GALDINO, J. F.; ALENCAR, M. S. Diversidade de modulacao aplicada a canais de comunicacoes moveis. **Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicacoes**, v. 17, n. 2, p. 111–122, Dezembro 2002.

TOLSTRUP, M. **Indoor Radio Planning: A Practical Guide for GSM, DCS, UMTS, HPSA and LTE**. 2nd. ed. [S.l.]: Wiley, 2011. (0470710705).

TRANter, W. H.; SHANMUGAN, K. S.; RAPPAPORT, T. S.; KOSBAR, K. L. **Principles of Communication Systems Simulation with Wireless Applications**. 1st. ed. USA: Prentice Hall, 2003.

TRANZEO, W. T. **How to Calculate Link Budget for Your Wireless Network**. 19473 Fraser Way, Pitt Meadows, BC, Canada, 2010.

TSENG, D. F.; LEE, C. M. Recursive receivers for space-time trellis coded ofdm system over time-varying block fading channels. **IEEE**, n. 978-1-4244-1722-3/08, p. 1–4, 2008.

TURIN et al, G. L. A statistical model of urban multipath propagation. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 21, p. 1–9, February 1972.

TURNER, J.; TAYLOR, D. P. Reduced complexity decoding of space time trellis codes in frequency-selective channel. **IEEE Transactions on Communications**, v. 57, n. 3, p. 635–640, March 2009.

TZANNES, M. A.; TZANNES, M. C. Bit-by-bit channel coding using wavelets. **Proceedings of IEEE GLOBECOM'92**, p. 684–688, Abril 1992.

ULBRICH, H. J. **Formação e Ocupação de Bandas para Telefonia Celular**. Janeiro 2008. Disponível em:
<http://www.teleco.com.br/tutoriais/tutorialbandcel/default.asp>.

VAIDYANATHAN, P. **Multirate Systems and Filter Banks**. Englenwood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993.

VINIOTIS, Y. **Probability and Random Processes for Electrical Engineers**. [S.l.]: McGraw-Hill, 1998. (ISBN 0-07-067491-4).

VITERBO, E.; FAZEL, K. How to combat long echoes in ofdm transmission schemes: Sub-channel equalization or more powerful channel coding. **IEEE**, n. 0-7803-2509-5/95, p. 2069–2074, 1995.

VITI, R. M. **Desempenho de Codigo Turbo Quaternario em Sistemas de Multiplexacao por Divisao de Frequencias Ortogonais**. DissertaÁ,ão (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Eletrica e de Computacao, Departamento de Comunicacoes, Fevereiro 2010.

WERTHER, O.; MINIHOLD, R. **LTE System Specifications and their Impact on RF and Base Band Circuits**. 1st. ed. [S.l.], April 2013.

YOSHIMURA, R. S. **Proposta de um Esquema MIMO-OFDM com Maxima Diversidade em Frequencia para Canais Variantes no Tempo**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Novembro 2007.

ZHENG, Y. R.; XIAO, C. Simulation models with correct statistical properties for rayleigh fading channels. **IEEE Transactions on Communications**, v. 51, n. 6, p. 920–928, June 2003.

ZHOU, S.; GIANNAKIS, G. B. Space-time coding with maximum diversity gains over frequency-selective fading channels. **IEEE Signal Processing Letters**, v. 8, n. 10, p. 269–272, October 2001.