



Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica



Um modelo de unidade de medida inercial utilizando três acelerômetros triaxiais

Anderson Bráulio Nóbrega da Silva

Orientador: Prof. Dr. Samuel Xavier de Souza

Natal (RN), Agosto de 2013

Prof^ª. Dr^ª. Ângela Maria Paiva Cruz
Reitora da Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. José Daniel Diniz Melo
Chefe do Centro de Ciência e Tecnologia

Prof. Dr. Luiz Marcos G. Gonçalves
Coord. do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação

Um modelo de unidade de medida inercial utilizando três acelerômetros triaxiais

Anderson Bráulio Nóbrega da Silva

Orientador: Prof. Dr. Samuel Xavier de Souza

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação da UFRN (área de concentração: Engenharia de Computação) como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre.

Natal (RN), Agosto de 2013

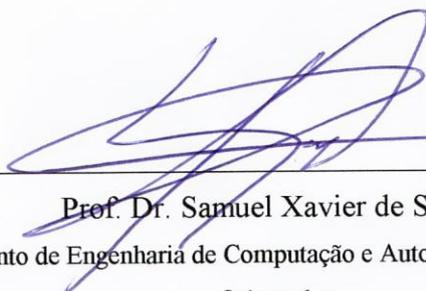
UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede.

S586m	Silva, Anderson Bráulio Nóbrega da. Um modelo de unidade de inercial utilizando três acelerômetros triaxiais / Anderson Bráulio Nóbrega da Silva. - Natal, RN, 2013. 65f. : il. Orientador: Prof. Dr. Samuel Xavier Souza. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Área de Engenharia Elétrica e de Computação, 2013. 1. Acelerômetro. 2. Giroscópio. 3. Sistema de navegação inercial. I. Souza, Samuel Xavier. II. Título.
UFRN / DCA	CDU 004.27

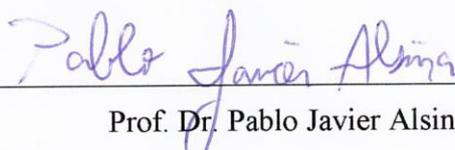
Um modelo de unidade de medida inercial utilizando três acelerômetros triaxiais

Anderson Bráulio Nóbrega da Silva

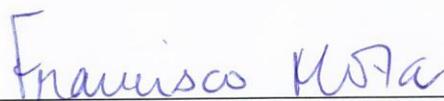
Dissertação de Mestrado aprovada em 07 de Outubro de 2013 pela banca
examinadora composta pelos seguintes membros:



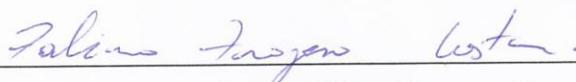
Prof. Dr. Samuel Xavier de Souza
Departamento de Engenharia de Computação e Automação (DCA) - UFRN
Orientador



Prof. Dr. Pablo Javier Alsina
Departamento de Engenharia de Computação e Automação (DCA) - UFRN



Prof. Dr. Francisco das Chagas Mota
Departamento de Engenharia de Computação e Automação (DCA) - UFRN



Prof. Dr. Fabiano Fragoso Costa
Departamento de Engenharia Elétrica – UFBA

À minha mãe, pelo carinho e cuidado; à memória de meu pai, pelo suporte e esforço despendido no início desta longa caminhada; e à minha esposa, pela atenção, incentivo e apoio incondicional.

Agradecimentos

À minha mãe Lucebina Nóbrega, pelos ensinamentos, incentivo e suporte na busca de mais uma conquista.

À minha esposa Thayse Ximenes, pelo companheirismo, apoio incondicional, compreensão e paciência, tornando-se o alicerce que precisei em vários momentos.

Ao amigo, professor e orientador Samuel Xavier, pela competência, confiança e dedicação em me ajudar a alcançar os objetivos.

Ao professor Pablo Alsina, pelo compromisso e conhecimentos que foram fundamentais nas fases críticas deste trabalho.

Ao amigo Ricardo Valentim por ter me proporcionado esta oportunidade e aos amigos Túlio de Paiva, José Augusto, Carlos Breno e Jessé Haniel pelo incentivo e companhia durante o caminhar desta jornada.

Muito Obrigado.

“A principal meta da educação é criar homens que sejam capazes de fazer coisas novas, não simplesmente repetir o que outras gerações já fizeram. Homens que sejam criadores, inventores, descobridores.”

Jean Piaget

Resumo

No espaço tridimensional, um corpo rígido qualquer pode efetuar translações e ou rotações em relação a cada um de seus eixos. Identificar com precisão o deslocamento realizado por um corpo é fundamental para alguns tipos de sistemas em engenharia. Em sistemas de navegação inercial tradicionais, utilizam-se acelerômetros para reconhecer a aceleração linear e giroscópios para reconhecer a velocidade angular registrada durante o deslocamento. O giroscópio, entretanto, é um dispositivo de custo mais elevado e com alto consumo de energia quando comparado a um acelerômetro. Essa desvantagem deu origem a pesquisas a respeito de sistemas e unidades de medidas inerciais que não utilizam giroscópios. A ideia de utilizar apenas acelerômetros para calcular o movimento linear e angular surgiu no início da década de 60 e vem se desenvolvendo através de modelos que variam no número de sensores, na maneira como estes são organizados e no modelo matemático que é utilizado para derivar o movimento do corpo. Esse trabalho propõe um esquema de configuração para construção de uma unidade de medida inercial que utiliza três acelerômetros triaxiais. Para identificar o deslocamento de um corpo rígido a partir deste esquema, foi utilizado um modelo matemático que utiliza apenas os nove sinais de aceleração extraídos dos três sensores. A proposta sugere que os sensores sejam montados e distribuídos em formato de “L”. Essa disposição permite a utilização de um único plano do sistema de coordenadas, facilitando assim a instalação e configuração destes dispositivos e possibilitando a implantação dos sensores em uma única placa de circuito integrado. Os resultados encontrados a partir das simulações iniciais demonstram a viabilidade da utilização do esquema de configuração proposto.

Palavras-chave: Acelerômetro, Giroscópio, Sistema de navegação inercial.

Abstract

A rigid body can perform rotation or translation movements on each of its axes. It's critical, on some engineering systems, to accurately identify the displacement body performed. In traditional inertial navigation systems, accelerometers are used for recognizing the linear acceleration and gyroscopes are used to recognize the registered angular velocity during the movement. However, the gyroscope is a device of higher cost and higher power consumption when compared to an accelerometer. This disadvantage motivated the research about systems and inertial measurement units that do not use gyroscopes. The idea of using only accelerometers to calculate the linear and angular motion was first used in early the 60's and has evolved through models that vary in the number of sensors, in the way they are arranged and in the mathematical models used to derive body movements. This paper proposes a scheme for constructing an inertial measurement unit using three triaxial accelerometers. To identify the displacement of the rigid body in this scheme, was used a mathematic model using only nine signals from three sensors. The proposal suggests that the sensors can be assembled and distributed in "L" format. This arrangement allows the use a single plane of a coordinate system, facilitating the configuration and installation of these devices and enabling deployment of sensors on a single printed circuit board. The results from initial simulations demonstrate the feasibility of the configuration scheme proposed.

Keywords: Accelerometer, Gyroscope, Inertial navigation system.

Sumário

1. Introdução	1
1.1. Objetivo.....	4
1.2. Organização do texto.....	4
2. Revisão Bibliográfica	6
3. Fundamentação Teórica	11
3.1. Posição, velocidade e aceleração	12
3.2. Movimento angular	14
3.3. Equação do movimento relativo.....	16
3.4. Equação de saída dos acelerômetros	20
4. Desenvolvimento.....	22
4.1. Projeto e configuração dos acelerômetros.....	22
4.2. Algoritmo e estruturas de desenvolvimento.....	25
5. Simulações e Resultados	30
5.1. Deslocamento com movimentação em quadrado.....	30
5.2. Deslocamento com movimentação em losango	32
5.3. Simulação da interferência de ruído.....	33
6. Conclusão.....	38
Referências.....	40
Código Fonte.....	43

Lista de Figuras

Figura 1: Representação do esquema de cubo de J. Chen et al. [Tan et al. 2005]	7
Figura 2: Configuração dos acelerômetros proposta em [Wang et al. 2003].....	8
Figura 3: Configuração com nove acelerômetros sugerida por Qin et al. 2009.....	9
Figura 4: Movimento de translação.....	11
Figura 5: Movimento de rotação.	12
Figura 6: Posição linear. Baseado em [Beer e Johnston 1994].	13
Figura 7: Posição angular. Baseado em [Halliday et al. 2008].	15
Figura 8: Geometria para derivar a equação geral do movimento.	16
Figura 9: Movimento em torno de um ponto fixo. Baseado em [Mucheroni 2009].	17
Figura 10: Movimento onde ocorre translação do referencial móvel. Baseado em [Mucheroni 2009].....	18
Figura 11: Movimento geral do corpo rígido. Baseado em [Mucheroni 2009].	19
Figura 12: Configuração e posicionamento dos acelerômetros.	23
Figura 13: Fluxograma do algoritmo. Baseado em [Quin et al. 2009].....	26
Figura 14: Trecho de código do arquivo main.m.	27
Figura 15: Trecho de código onde é utilizada a função <i>cumtrapz</i>	28
Figura 16: Deslocamento em X – Movimento em formato de quadrado.....	31
Figura 17: Deslocamento em Y – Movimento em formato de quadrado.....	31
Figura 18: Deslocamento em Z – Movimento em formato de quadrado.	31
Figura 19: Curva de deslocamento XOY – Movimento em formato de quadrado.	31
Figura 20: Deslocamento em X – Movimento em formato de losango.	32
Figura 21: Deslocamento em Y – Movimento em formato de losango.	32
Figura 22: Deslocamento em Z – Movimento em formato de losango.....	33

Figura 23: Curva de deslocamento XOY – Movimento em formato de losango.	33
Figura 24: Deslocamento em XYZ – Movimento em formato de losango.	33
Figura 25: Deslocamento com relação sinal/ruído de 30dB.	35
Figura 26: Deslocamento com relação sinal/ruído de 50dB.	35
Figura 27: Deslocamento com relação sinal/ruído de 70dB.	35
Figura 28: Deslocamento com relação sinal/ruído de 90dB.	35
Figura 29: Deslocamento com relação sinal/ruído de 100dB.	35
Figura 30: Deslocamento com relação sinal/ruído de 30dB e distância entre sensores de 0.04m.	36
Figura 31: Deslocamento com relação sinal/ruído de 30dB e distância entre sensores de 0.06m.	36
Figura 32: Deslocamento com relação sinal/ruído de 30dB e distância entre sensores de 0.08m.	36
Figura 33: Deslocamento com relação sinal/ruído de 30dB e distância entre sensores de 0.10m.	36

Lista de Tabelas

Tabela 1: Evolução das pesquisas à respeito dos GFINS.....	9
Tabela 2: Vetores localização e orientação de cada eixo dos sensores de aceleração. ...	23
Tabela 3: Resumo dos arquivos com os códigos fonte.	28
Tabela 4: Variação entre o sinal original e com ruído	34
Tabela 5: Variação entre o sinal original e com ruído para diferentes distâncias entre sensores	37

Lista de Abreviaturas

IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
MEMS	<i>Micro-Electro-Mechanical Systems</i>
NGIMU	<i>Non Gyroscope Inertial Measurement Unit</i>
GFINS	<i>Gyroscope Free Inertial Navigation System</i>
PC	Computador Pessoal (do inglês: <i>Personal Computer</i>)
USB	<i>Universal Serial Bus</i>

Lista de Notações

$\langle a, b \rangle$	Produto interno entre a e b
$a \times b$	Produto vetorial entre a e b
ω	Velocidade angular
\dot{a}	Derivada de a
\ddot{a}	Segunda derivada de a
$\frac{da}{dt}$	Derivada de a
A^T	Transposta da matriz A
$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$	Limite da função $f(x)$ quando x tende a zero

Capítulo 1

Introdução

No espaço tridimensional, um corpo rígido¹ qualquer pode efetuar translações e ou rotações em relação a cada um dos eixos de um sistema de coordenadas cartesianas: x, y e z. Identificar com precisão o deslocamento realizado por este corpo é fundamental para alguns sistemas, por exemplo: os sistemas de navegação e posicionamento. Individualmente, um único acelerômetro² triaxial é capaz de medir a translação ou a rotação de um corpo rígido, entretanto, a suposição de que apenas um tipo de movimento será realizado não é suficiente para determinar o completo deslocamento deste corpo no espaço. Para conseguir suprir essa necessidade, é possível unir as informações obtidas através de um sensor de aceleração com os dados medidos por outro dispositivo: o giroscópio³. Em conjunto, a utilização de algumas unidades dos dois tipos de sensores permite a identificação do movimento linear e do movimento angular resultantes do deslocamento nos três eixos do espaço. A partir das medidas encontradas e de um ponto inicial de referência (ponto de origem), com orientação e posição definidas, é possível definir o movimento realizado por um determinado corpo. O dispositivo capaz de fornecer essas medições é conhecido como Unidade de Medida Inercial (IMU – *Inertial Measurement Unit*). Este dispositivo não precisa utilizar qualquer outro sinal externo para reconhecer o movimento realizado.

Embora consista em uma alternativa, a utilização dos giroscópios agrega uma desvantagem significativa à construção de um IMU. Uma maior precisão na medição dos movimentos está ligada a um custo maior para aquisição do sensor e a um aumento

¹ Corpo que não sofre deformação independente do movimento realizado.

² Instrumento utilizado para medir a força de aceleração.

³ Dispositivo capaz de medir a orientação e a direção de um corpo.

no consumo de energia. Essa relação entre a precisão na medição dos movimentos e o custo e consumo de energia continua não favorecendo a utilização dos giroscópios mesmo com o desenvolvimento dos sistemas microeletromecânicos (MEMS – *Micro-Electro-Mechanical Systems*). Os MEMS são sistemas que integram elementos mecânicos, eletrônicos e outras tecnologias em pequenos chips. São reconhecidos como pequenas máquinas programadas para desempenhar uma determinada atividade.

Enquanto algumas pesquisas questionam a utilização de giroscópios na construção de unidades de medida inercial, por outro lado, IMU's que utilizam apenas acelerômetros têm sido alvos de constantes pesquisas. O custo dos acelerômetros tem diminuído enquanto a precisão destes aparelhos tem andado em sentido contrário, o que leva à pesquisa no desenvolvimento de IMU's e, conseqüentemente, no desenvolvimento de sistemas de navegação que fazem uso apenas de sensores de aceleração. O problema, então, passa a ser descrito em três pontos:

- Quantos acelerômetros serão necessários para conseguir descrever, por completo, o movimento de um corpo rígido;
- Como distribuir os acelerômetros ao longo do corpo rígido para que seja possível utilizar os sinais coletados na definição do movimento;
- Como minimizar o acúmulo de erros gerado pelos cálculos de integração que são realizados devido a não utilização dos giroscópios.

O acúmulo de erros de precisão na definição do movimento, mencionados nos itens acima, surge com a necessidade de integração dos sinais coletados a partir dos acelerômetros. Este acúmulo de erros pode ser reduzido através do processo de calibração dos sensores. Por este motivo, é importante que o esquema de organização dos sensores de aceleração permita uma fácil instalação e calibração destes dispositivos.

Na teoria, pelo menos seis acelerômetros de “eixo-simples” são necessários para derivar um movimento, embora, neste caso, o modelo seja viável apenas para determinadas localizações e orientações dos dispositivos [Lee e Liu 1999; Tan et. al. 2001; Lee e Huang 2002]. Considerando esta teoria e com o advento dos acelerômetros triaxiais, foi apresentada, através de um projeto prático, a construção de um IMU com

dois acelerômetros de “três eixos”. Os resultados experimentais indicam uma redução no acúmulo de erros e uma significativa diminuição no consumo de energia [Tsai et al. 2011]. Em contraste ao modelo com seis sensores que havia sido proposto por [Chen et al. 1994], um esquema teórico com nove acelerômetros de “eixo-simples” que procura facilitar a instalação e a calibração dos sensores, além de minimizar o acúmulo de erros existente no cálculo da velocidade angular. Os acelerômetros são dispostos com direções paralelas aos eixos ortogonais e os resultados encontrados demonstraram a viabilidade e efetividade do modelo [Quin et al. 2009].

Com base no que foi apresentado e nas vantagens obtidas com a utilização do esquema de nove sensores, este trabalho procura analisar a viabilidade de um modelo utilizando três acelerômetros triaxiais. A proposta desta pesquisa pode ser resumida em três pontos:

- Apresentar uma maneira de dispor os três dispositivos em relação aos eixos ortogonais, facilitando a calibração e instalação;
- Simular movimentos reais a partir de um conjunto de sinais de aceleração e comparar os resultados obtidos a partir do algoritmo desenvolvido para testes do esquema de configuração proposto;
- Apresentar, como consequência, um esquema de configuração e disposição dos sensores capaz de dar origem a um protótipo viável de ser construído e capaz de medir o deslocamento completo de um corpo rígido em relação a sua posição inicial.

Para alcançar a meta pretendida, foi utilizado um modelo de configuração em “L” que permite a instalação dos sensores de aceleração em um mesmo plano. Com a utilização de um único plano coordenado é possível dispor os acelerômetros facilmente em uma placa de circuito integrado, facilitando assim a calibração. Para testar a viabilidade do esquema proposto, inicialmente, foi necessário derivar os sinais de aceleração para um movimento simulado. Estes sinais foram, então, processados para calcular o movimento de um corpo a partir de equações de saídas dos acelerômetros relacionadas com a definição do movimento realizado.

1.1. Objetivo

Diante dos estudos e dos modelos apresentados, esta pesquisa pretende explorar o desenvolvimento dos acelerômetros triaxiais e o esquema proposto por Sai Jiang et al., em 2009, apresentando um modelo prático e implementável que utiliza três sensores de aceleração triaxiais. O objetivo é contribuir para o estudo e a pesquisa das unidades de medida inerciais livres de giroscópios através da proposição de uma configuração que utilize apenas acelerômetros para construção de um IMU. Essa configuração procura reduzir o acúmulo de erros gerados pela instalação e calibração dos sensores, além dos erros derivados dos cálculos de integração. Com a utilização de apenas três sensores de aceleração, pretende-se ainda, alcançar um modelo de implementação simples, pequeno, com baixo consumo de energia e de baixo custo. O IMU deve conter precisão e desempenho satisfatórios, capaz de obter os dados referentes ao deslocamento de um corpo rígido, em tempo real, seja qual for o movimento realizado por este.

1.2. Organização do texto

Este documento está organizado em seis capítulos. No Capítulo 1 é apresentada uma introdução ao desenvolvimento do trabalho e uma breve descrição sobre os sistemas de navegação e posicionamento e as unidades de medida inerciais que não utilizam giroscópios em sua estrutura. O Capítulo 2 apresenta uma revisão sobre alguns trabalhos desenvolvidos com objetivos correlatos a esta pesquisa e o que os autores relataram sobre os avanços e os resultados encontrados. O Capítulo 3 tem o objetivo de contextualizar o leitor sobre as bases que fundamentaram o trabalho, levantando informações, conceitos e fórmulas necessárias à pesquisa. O Capítulo 4 aborda o desenvolvimento do modelo de configuração proposto para a construção de um IMU livre de giroscópio, apresentando a derivação de fórmulas matemáticas e o fluxograma de cálculos utilizado. No Capítulo 5, são apresentados os resultados das análises e simulações realizadas com o modelo de configuração proposto, bem como os detalhes de cada movimento realizado durante estas simulações. Por fim, o Capítulo 6 apresenta

as conclusões finais e perspectivas futuras para o que foi desenvolvido durante este trabalho.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Os estudos que propõem a utilização apenas de acelerômetros para sistemas e unidades de medidas inerciais iniciaram na década de 60 e deram origem a siglas como: NGIMU – *Non Gyroscope Inertial Measurement Unit*; e GFINS – *Gyroscope Free Inertial Navigation System*. A ideia de substituir a tradicional utilização do giroscópio, responsável pela medição do movimento angular, mas que apresentava um custo elevado e uma precisão inadequada, por acelerômetros, procura reduzir a despesa com os sensores, minimizar o consumo de energia e aumentar a precisão dos sistemas de navegação e posicionamento.

No início da década de 60, Victor B. Corey iniciou a discussão a respeito da utilização de acelerômetros para medir o movimento angular, propondo um esquema simples para dispor os sensores. Em 1965, V. Krishnan, utilizando um acelerômetro linear preso em um disco, apresentou os princípios matemáticos para medição da aceleração linear e da velocidade angular. O disco era utilizado para estabilizar a velocidade de rotação do corpo ao qual estava ligado. Pouco tempo depois, em 1967, Alfred R. Schuler apresentou cinco esquemas distintos, para dispor os sensores de aceleração, de modo que fosse possível encontrar as variáveis em questão. As propostas não utilizavam o mesmo número de sensores, variando de seis a nove, e por isto, também se diferenciavam nas fórmulas matemáticas utilizadas para determinar os movimentos de rotação e translação. Décadas depois, já em 1991, Marcelo C. Algrain afirmou que no mínimo seis acelerômetros são necessários para se conseguir medir a velocidade angular e a aceleração linear [Algrain 1991].

Em 1994, J. Chen, juntamente com outros dois pesquisadores, apresentou um projeto inovador que utilizava seis acelerômetros, em um esquema de cubo, apresentado na Figura 1 [Chen et. al. 1994]. O projeto foi destaque porque até àquele momento os esquemas de configuração que utilizavam seis sensores não haviam se mostrado viáveis quando comparados aos que utilizavam um número maior de acelerômetros. A chave para resolver este problema estava na escolha da orientação e localização dos sensores e tornou o modelo de cubo a base para diversos estudos posteriores. Em 1999, foi publicada a prova matemática de que o movimento completo de um corpo poderia ser descrito utilizando os sinais extraídos de apenas seis sensores [Lee e Liu 1999]. Em 2001, Chin-Woo Tan foi além e, não restringindo a configuração ao modelo de cubo, encontrou uma condição suficiente que indicava a viabilidade ou não de um esquema utilizando seis sensores [Tan et. al. 2001]. Uma revisão geral dos modelos e trabalhos citados pode ser encontrada em [Cao e Zu 2010].

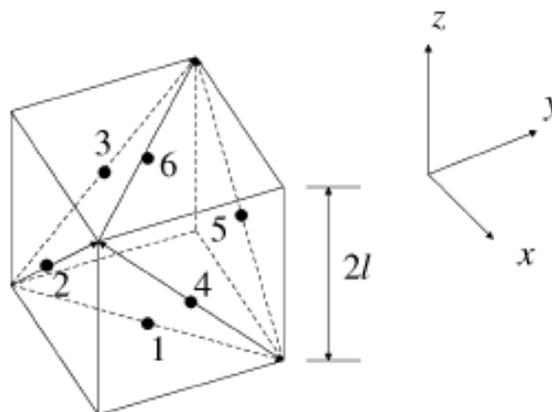


Figura 1: Representação do esquema de cubo de J. Chen et al. [Tan et al. 2005]

Embora conceituado, a configuração que utiliza seis acelerômetros, montados no centro das superfícies de um cubo, apresenta uma desvantagem. Neste modelo, a velocidade angular é derivada pela integração da aceleração angular obtida através dos sinais dos sensores. O problema é que os erros inevitáveis de calibração geram valores de aceleração imprecisos, o que, com o tempo, acabam derivando erros ainda maiores de velocidade. Procurando minimizar este impacto, [Wang et al. 2003] apresentou um projeto de um IMU, utilizando nove acelerômetros, juntamente com um modelo

matemático, com o intuito de aliviar o acúmulo destes erros que influenciavam na obtenção das medidas. O esquema proposto explora a informação redundante dos novos acelerômetros e obtém um valor mais preciso através de uma combinação linear da velocidade angular. Os três acelerômetros extras são adicionados fora de centro de rotação do cubo, mais precisamente, um em cada eixo: x , y e z . A Figura 2, que pode ser encontrada em [Wang et. al. 2003], apresenta a localização sugerida dos sensores.

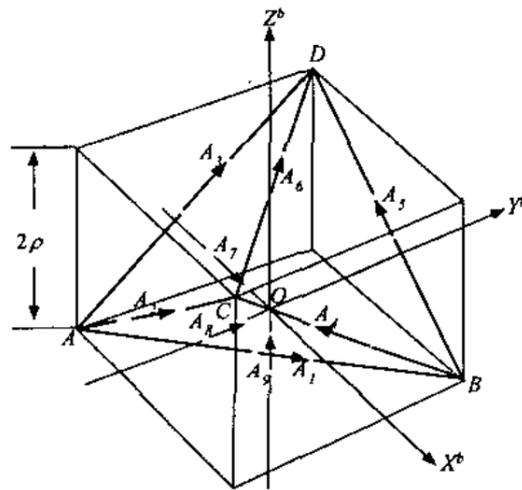


Figura 2: Configuração dos acelerômetros proposta em [Wang et al. 2003].

Entretanto, mesmo com os benefícios apresentados, este modelo também não é simples de implementar. A instalação e a calibração dos dispositivos nos pontos corretos não são convenientes. Além disso, os termos quadráticos da velocidade angular, existentes no cálculo, tornam-se difíceis de medir quando tendem à zero. Por estes motivos, em 2009, mais um esquema foi proposto. O projeto de Sai Jiang et al. reorganizou os nove sensores de “eixo-simples” do esquema de Wang et. al. ao longo dos três eixos ortogonais, conforme Figura 3. A simulação de resultados apresentada na publicação indica que este modelo obteve sucesso, podendo ser considerado viável e válido para sistemas de navegação inercial, segundo seus próprios autores.

No ano de 2010, Yi-Lung Tsai et al. deixaram de lado apenas os modelos teóricos e as simulações pouco objetivas e apresentaram, segundo eles mesmos, a primeira implementação prática de um IMU projetado com um par de acelerômetros triaxiais. O dispositivo construído podia ser localizado em diversas partes de um corpo, não apenas

no centro da “massa” como alguns esquemas indicavam. Este projeto apresentou resultados de testes que foram considerados satisfatórios se comparados aos esquemas que utilizavam seis acelerômetros de “eixo-simples”.

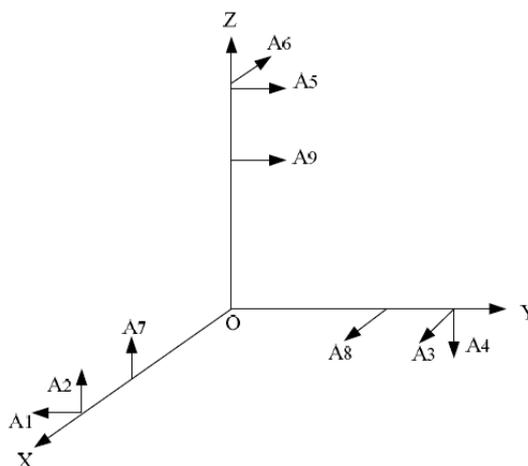


Figura 3: Configuração com nove acelerômetros sugerida por Qin et al. 2009.

A Tabela 1 apresenta, com base no que foi exposto, um resumo sobre a evolução das pesquisas relacionadas ao desenvolvimento de unidades de medidas inerciais que não utilizam giroscópios.

Tabela 1: Evolução das pesquisas à respeito dos GFINS.

Resumo	Referência
aceleração angular utilizando apenas acelerômetros	[Corey 1962]
princípios matemáticos para os cálculos	[Krishnan 1965]
comparação de esquemas	[Schuler 1967]
definição de número mínimo de sensores	[Algrain 1991]
apresentação do modelo de cubo	[Chen et. al. 1994]
prova matemática para seis sensores	[Lee e Liu 1999]
condição de viabilidade	[Tan et. al. 2001]
redução de erros com nove sensores	[Wang et. al. 2003]
melhoria na precisão do cálculo	[Qin et. al. 2009]
modelo prático com dois sensores triaxiais	[Tsai et. al. 2010]

Diante do histórico aqui exposto, é possível perceber que os modelos que evoluíram com o passar dos anos ainda podem ser melhorados. Os modelos que utilizam nove

sinais de aceleração agregam o benefício da redução do acúmulo de erros, gerado pelos cálculos de integração, mas não se traduzem em esquemas de fácil instalação e configuração devido à localização e orientação sugerida. Em contrapartida, os modelos com apenas seis sinais apresentam como principal desvantagem os erros de integração já mencionados.

Procurando contribuir com o desenvolvimento da pesquisa das unidades de medida inerciais livres de giroscópios, este trabalho propõe um novo modelo de configuração, em “L”, que agregue a redução do acúmulo de erros a partir da utilização de nove sinais de aceleração com a facilidade de instalação e configuração dos sensores quando se utiliza um único plano do espaço.

Capítulo 3

Fundamentação Teórica

O movimento realizado por um corpo rígido, no espaço, pode ser identificado através da combinação de dois movimentos: o movimento de translação e o movimento de rotação [Mucheroni 2009]. Um movimento de translação ocorre quando qualquer reta ligando dois pontos quaisquer de um corpo conserva a mesma direção durante o movimento. No movimento de translação é possível observar que todos os pontos do corpo deslocam-se através de trajetórias paralelas, sejam estas trajetórias retas ou curvilíneas. Um movimento de rotação é observado quando todos os pontos que formam o corpo se deslocam em planos paralelos ao longo de circunferências. Os centros dessas circunferências estão posicionados sobre uma mesma reta fixa, denominada: eixo de rotação [Beer e Johnston 1994].

As Figuras 4 e 5 demonstram os movimentos de translação e rotação, também conhecidos como deslocamentos linear e angular.

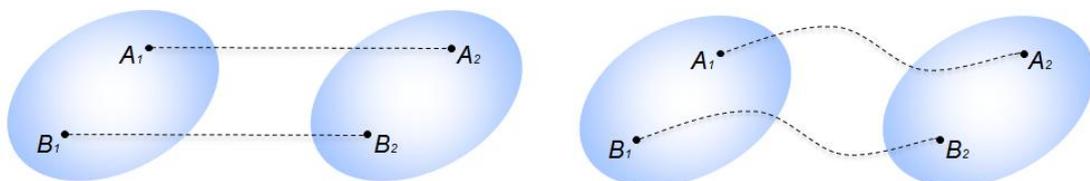


Figura 4: Movimento de translação.

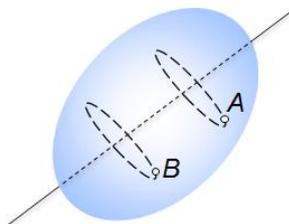


Figura 5: Movimento de rotação.

Para medir o movimento realizado por um corpo rígido, os sistemas de navegação inercial utilizam instrumentos conhecidos como: Unidades de Medida Inercial. Estes instrumentos, tradicionalmente, combinam a utilização de dois tipos de sensores: o giroscópio e o acelerômetro. Entretanto, é possível encontrar modelos destes instrumentos que não utilizam giroscópios e adotam apenas acelerômetros lineares para medir o movimento linear e angular de um corpo rígido. Por definição, a partir dos vetores correspondentes à velocidade angular e à aceleração linear nos três eixos do espaço, é possível determinar o movimento realizado por este corpo rígido em relação a um sistema de coordenadas inicial.

Os vetores: velocidade angular e aceleração linear são determinados pelas medições coletadas pelos sensores a partir de sinais de aceleração. Os sensores que captam estes sinais são distribuídos ao longo do corpo em diversas posições e orientações, conforme pode ser observado em [Cao e Zu 2010, Quin et al. 2009, Jintao 2008, Wang et al. 2003, Chen et al. 1994].

Os conceitos relativos aos princípios lineares e angulares são detalhados nas seções as seguir, bem como, as equações derivadas e necessárias à extração do movimento do corpo.

3.1. Posição, velocidade e aceleração

Localizar um ponto material: uma partícula ou um corpo rígido (corpo onde todas as suas partes se movem na mesma direção e com a mesma velocidade), que se desloca ao longo de uma trajetória retilínea, significa determinar a posição deste em relação a um

ponto de referência. Quando a coordenada de posição for conhecida para qualquer valor no tempo, é possível inferir que o movimento do ponto material será conhecido. Normalmente esse ponto de referência corresponde à origem de um eixo de um sistema de coordenadas qualquer. A mudança de uma posição A para B é conhecida como deslocamento e é dada por: $s = B - A$. Essa mudança de A para B pode ser observada na Figura 6.



Figura 6: Posição linear. Baseado em [Beer e Johnston 1994].

A razão entre o deslocamento s e o intervalo de tempo Δt em que esse deslocamento ocorreu é denominada velocidade média e expressa a partir de: $v_{méd} = \frac{s}{t_B - t_A}$, onde t_B e t_A correspondem aos instantes de tempo em que o corpo ocupou as posições B e A , respectivamente.

Para medir a velocidade instantânea, ou simplesmente, a velocidade de um corpo em um dado instante, é preciso aproximar a velocidade média de um valor-limite reduzindo o intervalo de tempo Δt até torna-lo próximo de zero. A velocidade instantânea é dada por: $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$. A velocidade é, portanto, a taxa com a qual a posição varia com o tempo para um dado instante, ou seja, é a derivada da posição em relação a t .

Quando existe variação na velocidade de uma partícula ou corpo rígido, diz-se que esta partícula sofreu aceleração. Para o movimento ao longo de um eixo, a aceleração média para um intervalo de tempo é dada por: $a_{méd} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Semelhante ao conceito apresentado para a derivação da velocidade instantânea, a aceleração instantânea, ou simplesmente, aceleração, é uma grandeza expressa através da equação: $a = \frac{dv}{dt}$. Em outras palavras, a aceleração de uma partícula é a taxa com a qual a velocidade desta partícula varia nesse instante.

Posição, velocidade e aceleração são grandezas vetoriais⁴ e têm relação com o movimento linear de um corpo rígido. No movimento linear, também conhecido como movimento de translação ou translacional, todos os pontos se movem ao longo de linha retas e todos os pontos do corpo sofrem, conseqüentemente, o mesmo deslocamento linear em um mesmo intervalo de tempo [Halliday et al. 2008].

3.2. Movimento angular

No movimento angular, também conhecido como movimento de rotação ou rotacional, todos os pontos do corpo se movem ao longo de circunferências que possuem seus centros localizados sobre o mesmo eixo de rotação. Neste tipo de movimento, todos os pontos descrevem um mesmo ângulo em um mesmo intervalo de tempo. As grandezas vetoriais: posição; velocidade; e aceleração, destacadas para movimentos lineares, possuem equivalentes angulares que podem ser observados no movimento rotacional.

A posição angular de um corpo rígido pode ser determinada utilizando uma reta de referência, fixa ao corpo, perpendicular ao eixo de rotação, conforme apresentado na Figura 7. A posição angular θ dessa reta de referência corresponde ao ângulo que esta reta com uma reta fixa qualquer, que será utilizada como posição angular zero. Pela geometria, o valor de θ é dado por $\theta = \frac{s}{r}$, onde s é o comprimento de um arco de circunferência que vai do eixo x, considerada aqui como posição angular zero, até a reta de referência e r é o raio da circunferência.

⁴ Uma grandeza vetorial é uma grandeza que possui módulo e orientação, podendo ser representado por um vetor.

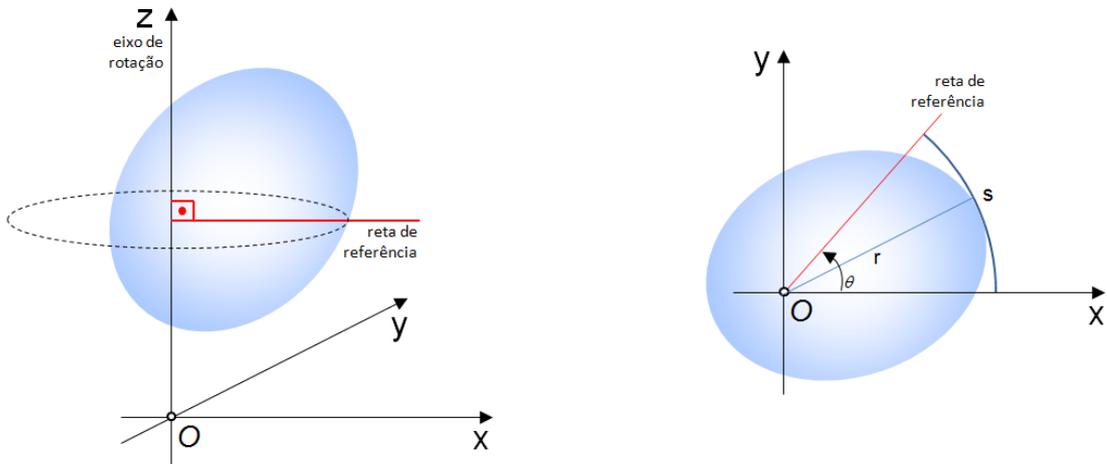


Figura 7: Posição angular. Baseado em [Halliday et al. 2008].

Semelhante ao conceito apresentado para as grandezas lineares, o deslocamento angular $\Delta\theta$ corresponde à variação da posição angular sofrida pelo corpo ou partícula.

Para medir a velocidade angular, ou instantânea, de um movimento de rotação é preciso calcular o limite para a razão entre a variação da posição angular no intervalo de tempo Δt , quando este intervalo tende a zero. Deste modo, a expressão para calcular a velocidade angular ω é dada por: $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$. A razão entre o deslocamento angular $\Delta\theta$ no intervalo de tempo Δt corresponde à velocidade angular média do corpo para o movimento de rotação.

Se um corpo em rotação apresenta variação de velocidade angular, então, este corpo possui também uma aceleração angular. A aceleração angular média do corpo em rotação é dada pela razão entre a variação da velocidade angular deste corpo e a diferença entre os tempos em que estas grandezas foram medidas. A expressão que representa a aceleração angular média é dada por: $\alpha_{méd} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$. A aceleração angular instantânea, ou simplesmente aceleração angular, é o limite da variação de velocidade angular $\Delta\omega$ quando Δt tende a zero: $\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$. [Halliday et al. 2008]

3.3. Equação do movimento relativo

Para determinar os valores de aceleração e velocidade de um corpo, e conseqüentemente o movimento realizado por este, um procedimento de cálculo que pode ser utilizado como ponto de partida é a equação do movimento geral, deduzida a partir dos elementos apresentados na Figura 8 [Cao e Zu 2010, Quin et al. 2009, Jintao 2008, Wang et al. 2003, Chen et al. 1994]:

$$\ddot{r}_B = \ddot{r}_A + \ddot{r}_{B/A} + \dot{\omega} \times r_{B/A} + \omega \times (\omega \times r_{B/A}) + 2\omega \times \dot{r}_{B/A} \quad (1)$$

onde: $\ddot{r}_{B/A}$ corresponde a aceleração do ponto B em relação ao referencial móvel; \ddot{r}_A é a aceleração de A em relação à origem do referencial fixo; e ω é a velocidade angular do referencial móvel, representado por um corpo rígido, em relação ao referencial fixo.

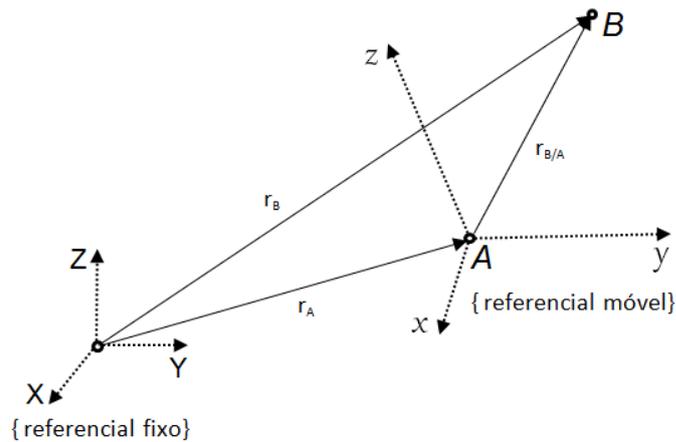


Figura 8: Geometria para derivar a equação geral do movimento.

Para deduzir esta equação, considere, inicialmente, o movimento de um corpo em torno de um ponto fixo onde um ponto Q tem distância s para a origem de um sistema de coordenadas xyz , conforme apresentado na Figura 9.

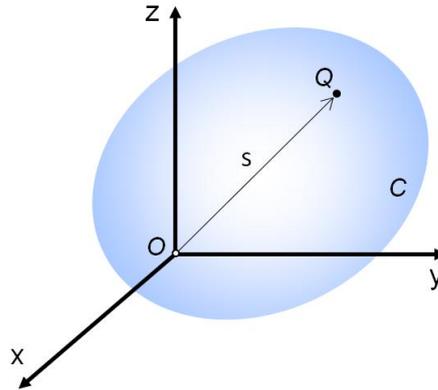


Figura 9: Movimento em torno de um ponto fixo. Baseado em [Mucheroni 2009].

A velocidade do ponto Q , por definição, é dada pela derivada de s em função do tempo e expressa pela equação:

$$v_Q = \frac{ds}{dt} = \omega_C \times s \quad (2)$$

onde: ω_C corresponde a velocidade angular do corpo rígido no instante t .

Considerando que a aceleração do ponto Q é dada pela derivada de v_Q , também em função do tempo, é possível deduzir que:

$$a_Q = \frac{dv_Q}{dt} = \frac{d\omega_C}{dt} \times s + \omega_C \times \frac{ds}{dt} \quad (3)$$

substituindo (2) em (3), obtém-se:

$$a_Q = \alpha_C \times s + \omega_C \times (\omega_C \times s) \quad (4)$$

onde: α_C corresponde a aceleração angular do corpo no instante t .

Para continuar deduzindo a equação para um movimento qualquer de um corpo, é preciso considerar, também, o movimento geral de um corpo rígido. Para esta análise, considere xyz como sendo o referencial móvel, em translação a um referencial fixo, e com origem em um ponto A do corpo, e XYZ como sendo o referencial fixo que serve de base para o estudo do movimento deste corpo, conforme apresentado na Figura 10.

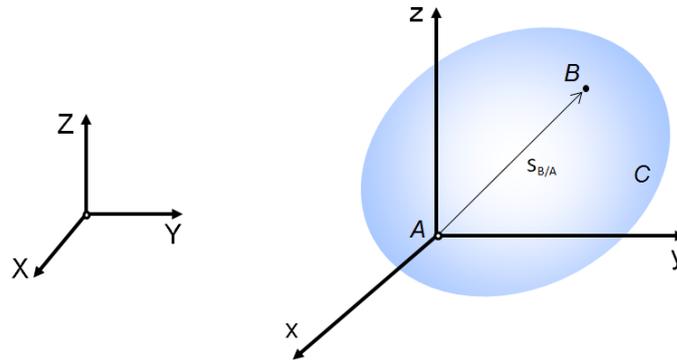


Figura 10: Movimento onde ocorre translação do referencial móvel. Baseado em [Mucheroni 2009].

Seja B , um ponto qualquer do corpo, a relação entre as posições s_A e s_B dos pontos é dada por:

$$s_B = s_A + s_{B/A} \quad (5)$$

Derivando (5), é possível encontrar a relação entre as velocidades dos dois pontos em função do tempo.

$$\frac{ds_B}{dt} = \frac{ds_A}{dt} + \frac{ds_{B/A}}{dt} \leftrightarrow v_B = v_A + v_{B/A} \quad (6)$$

onde: $v_{B/A}$ ou $(v_B)_{xyz}$ corresponde à velocidade de B em relação ao referencial móvel xyz , conforme demonstrado a partir do movimento de rotação em torno de um ponto fixo, e portanto pode ser representado em função da velocidade angular do corpo, neste caso:

$$v_B = v_A + \omega_C \times s_{B/A} \quad (7)$$

Derivando (7), é possível obter a relação entre as acelerações dos dois pontos: A e B .

$$\frac{dv_B}{dt} = \frac{dv_A}{dt} + \frac{d\omega_C}{dt} \times s_{B/A} + \omega_C \times \frac{ds_{B/A}}{dt}, \text{ ou} \quad (8)$$

$$a_B = a_A + \alpha_C \times s_{B/A} + \omega_C \times (\omega_C \times s_{B/A})$$

onde: α_C e ω_C correspondem aos vetores aceleração e velocidade angulares do corpo, respectivamente.

Para finalizar a dedução de (1), considere o movimento relativo de um corpo em relação a um referencial móvel xyz , denominado i -frame (*inertial frame*), com origem no ponto A qualquer, e o movimento deste referencial móvel em relação a um referencial fixo XYZ , denominado b -frame (*body frame*), conforme apresentado na Figura 11.

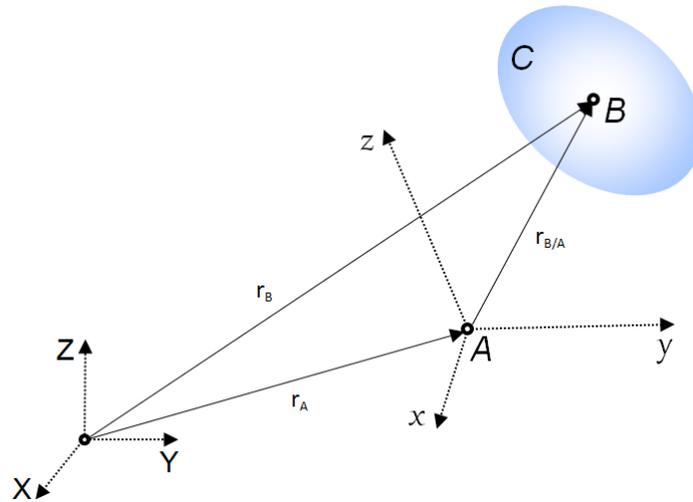


Figura 11: Movimento geral do corpo rígido. Baseado em [Mucheroni 2009].

É possível inferir por este cenário que:

$$r_B = r_A + r_{B/A} \quad (9)$$

As velocidades de A e B , em relação ao referencial XYZ , podem ser obtidas através da derivada de (9), e neste caso:

$$v_B = v_A + \frac{dr_{B/A}}{dt} \quad (10)$$

Considerando a definição dada para a relação de derivadas temporais onde $(dA/dt)_{ABC} = \omega \times A + (dA/dt)_{XYZ}$, sendo ω a velocidade angular entre os dois referenciais, a equação (10) pode ser escrita como:

$$v_B = v_A + \omega \times r_{B/A} + \left(\frac{dr_{B/A}}{dt} \right)_{xyz} \quad (11)$$

Sabendo que $\left(\frac{dr_{B/A}}{dt}\right)_{xyz}$ é a velocidade B em relação ao referencial xyz , de origem em A , (11) pode ser reescrita como:

$$v_B = v_A + \omega \times r_{B/A} + v_{B/A} \quad (12)$$

A relação entre as acelerações dos pontos A e B pode ser obtida a partir da derivada de (12), sendo assim:

$$\frac{dv_B}{dt} = \frac{dv_A}{dt} + \frac{d\omega}{dt} \times r_{B/A} + \omega \times \frac{dr_{B/A}}{dt} + \frac{dv_{B/A}}{dt} \quad (13)$$

Levando em consideração a relação entre derivadas temporais já adotada para a dedução de (11), tem-se que:

$$a_B = a_A + \frac{d\omega}{dt} \times r_{B/A} + \omega \times (\omega \times r_{B/A} + v_{B/A}) + \omega \times v_{B/A} + a_{B/A} \quad (14)$$

Que pode ser reescrita, assim como apresentada em (1):

$$\ddot{r}_B = \ddot{r}_A + \ddot{r}_{B/A} + \dot{\omega} \times r_{B/A} + \omega \times (\omega \times r_{B/A}) + 2\omega \times \dot{r}_{B/A}$$

3.4. Equação de saída dos acelerômetros

Considerando que um sensor de aceleração esteja posicionado no ponto B , da Figura 11, é possível perceber que não existirá movimento relativo entre o acelerômetro e o corpo e por isso os termos: $\ddot{r}_{B/A}$ e $2\omega \times \dot{r}_{B/A}$ desaparecem, o que leva à equação:

$$\ddot{r}_B - g = \ddot{r}_A + \dot{\omega} \times r_{B/A} + \omega \times (\omega \times r_{B/A}) - g \quad (15)$$

onde: g é o vetor referente a aceleração da gravidade em i -frame.

Se um acelerômetro for instalado com vetor localização u e vetor orientação θ , em b -frame, a equação de saída do sensor será determinada por [Quin et al. 2009]:

$$A(u, \theta) = \langle \ddot{r}_B - g, C_b^i \theta \rangle \quad (16)$$

onde: C_b^i corresponde a matriz de transformação de b -frame para i -frame e os vetores localização do acelerômetro nos dois referenciais satisfazem a relação:

$$r_{B/A} = C_b^i u \quad (17)$$

A partir de (15) e (16) a equação de saída dos acelerômetros passa a ser:

$$A(u, \theta) = (u \times \theta)^T \dot{\omega}_{ib}^b + \theta^T (\Omega_{ib}^b)^2 u + \theta^T L^b \quad (18)$$

onde: $\dot{\omega}_{ib}^b$ é o vetor aceleração angular no referencial móvel; $L^b = C(\ddot{r}_A - g)$ é a força específica, também no referencial móvel; e Ω_{ib}^b é a matriz antissimétrica correspondente ao vetor velocidade angular $\omega_{ib}^b = [\omega_{ibx}^b \ \omega_{iby}^b \ \omega_{ibz}^b]$, expressa por:

$$\Omega_{ib}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{ibz}^b & \omega_{iby}^b \\ \omega_{ibz}^b & 0 & -\omega_{ibx}^b \\ -\omega_{iby}^b & \omega_{ibx}^b & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

O primeiro e o segundo termos, do lado direito da expressão (18), correspondem aos movimentos angulares, enquanto o terceiro termo é relativo aos movimentos lineares, o que comprova a ideia de que os dois tipos de movimento podem ser calculados com um conjunto de sensores de aceleração. Entretanto, para movimentos discretos onde a velocidade angular aproxima-se de zero, o segundo termo desta expressão torna-se muito pequeno e difícil de ser medido. Para evitar esta limitação derivada do cálculo de pequenos movimentos angulares, será empregado apenas o primeiro termo de (18) na análise e medição da velocidade angular do corpo rígido [Quin et al. 2009].

Capítulo 4

Desenvolvimento

Com a utilização da equação do movimento geral de um corpo e da equação de saída de cada acelerômetro é possível extrair o valor da aceleração medida pelos sensores e a partir de cálculos de integração numérica, derivar o deslocamento realizado pelo corpo rígido. Para conseguir identificar os movimentos linear e angular no espaço, os acelerômetros utilizados precisam ser distribuídos adequadamente ao longo deste corpo, possibilitando, desta maneira, a análise dos sinais obtidos.

O posicionamento dos sensores é um dos pontos de contribuição deste trabalho, já que permite que os dispositivos que medem a força de aceleração do corpo sejam montados em uma placa de circuito sem grandes dificuldades. Esta facilidade de instalação não está presente em modelos de GFINS que utilizam as três dimensões do espaço para dispor os acelerômetros, como apresentado no esquema de cubo, por exemplo [Chen et al. 1994].

4.1. Projeto e configuração dos acelerômetros

A Figura 12 apresenta um novo esquema de configuração que distribui três acelerômetros triaxiais sobre um mesmo plano, onde os elementos de $A1$ a $A9$ representam os sinais lineares que podem ser obtidos utilizando os três sensores e n identifica a distância entre os sensores $S1 \leftrightarrow S2$ e $S2 \leftrightarrow S3$, utilizada para instalação. Esses três acelerômetros são montados em um plano qualquer e as direções dos sinais são ortogonais aos eixos do sistema de coordenadas o que facilita a instalação e a calibração dos dispositivos.

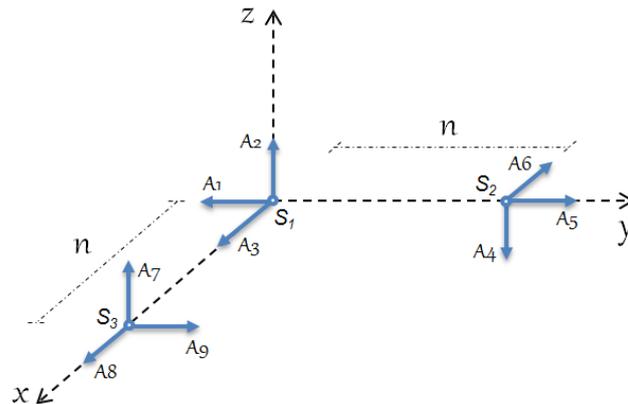


Figura 12: Configuração e posicionamento dos acelerômetros.

Os vetores localização e posição dos sinais são representados por $u_1, u_2 \dots u_9$ e $\theta_1, \theta_2 \dots \theta_9$, respectivamente, e determinados pelas expressões indicadas na Tabela 2.

Tabela 2: Vetores localização e orientação de cada eixo dos sensores de aceleração.

Posição		Orientação	
u_1	$[0 \ 0 \ 0]^T$	θ_1	$-[0 \ 1 \ 0]^T$
u_2	$[0 \ 0 \ 0]^T$	θ_2	$[0 \ 0 \ 1]^T$
u_3	$[0 \ 0 \ 0]^T$	θ_3	$[1 \ 0 \ 0]^T$
u_4	$n[0 \ 1 \ 0]^T$	θ_4	$-[0 \ 0 \ 1]^T$
u_5	$n[0 \ 1 \ 0]^T$	θ_5	$[0 \ 1 \ 0]^T$
u_6	$n[0 \ 1 \ 0]^T$	θ_6	$-[1 \ 0 \ 0]^T$
u_7	$n[1 \ 0 \ 0]^T$	θ_7	$[0 \ 0 \ 1]^T$
u_8	$n[1 \ 0 \ 0]^T$	θ_8	$[1 \ 0 \ 0]^T$
u_9	$n[1 \ 0 \ 0]^T$	θ_9	$[0 \ 1 \ 0]^T$

Adicionando os vetores apresentados na Tabela 2 à equação (18) e considerando os vetores unitários canônicos⁵ como i, j e k , obtêm-se como saída de cada sinal de aceleração as expressões indicadas em (20).

$$\begin{aligned} A_1 &= -j^T L^b, \\ A_2 &= k^T L^b, \end{aligned} \tag{20}$$

⁵ São vetores de norma igual a um e paralelos aos eixos coordenados.

$$\begin{aligned}
A3 &= i^T L^b, \\
A4 &= -ni^T \dot{\omega}_{ib}^b - k^T L^b, \\
A5 &= j^T L^b, \\
A6 &= nk^T \dot{\omega}_{ib}^b - i^T L^b, \\
A7 &= -nj^T \dot{\omega}_{ib}^b + k^T L^b, \\
A8 &= i^T L^b, \\
A9 &= nk^T \dot{\omega}_{ib}^b + j^T L^b
\end{aligned}$$

Agrupando os vetores unitários semelhantes apresentados nas expressões A1, A2, A3, A5 e A8, observa-se que:

$$\begin{aligned}
A2 &= -k^T L^b, \\
A5 &= -A1 \rightarrow \frac{A5 - A1}{2} = j^T L^b, \\
A8 &= A3 \rightarrow \frac{A8 + A3}{2} = i^T L^b
\end{aligned} \tag{21}$$

transpondo para a notação vetorial e reordenando os termos:

$$\begin{bmatrix} (A8 + A3)/2 \\ (A5 - A1)/2 \\ A2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i^T \\ j^T \\ k^T \end{bmatrix} L^b \rightarrow L^b = \begin{bmatrix} (A8 + A3)/2 \\ (A5 - A1)/2 \\ A2 \end{bmatrix} \tag{22}$$

onde o vetor $[i \ j \ k]$ nada mais é do que uma matriz identidade de ordem 3.

Utilizando o resultado encontrado em (22) nas expressões derivadas a partir de A4, A6, A7 e A9, e agrupando-se os termos semelhantes:

$$\begin{aligned}
A4 + k^T L^b &= -ni^T \dot{\omega}_{ib}^b, \\
A6 + A9 - (j - i)^T L^b &= 2nk^T \dot{\omega}_{ib}^b, \\
A7 - k^T L^b &= -nj^T \dot{\omega}_{ib}^b
\end{aligned} \tag{23}$$

transpondo para a notação vetorial e reordenando os termos:

$$\begin{bmatrix} A4 \\ A7 \\ A6 + A9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k^T \\ -k^T \\ (i - j)^T \end{bmatrix} L^b = n \begin{bmatrix} -i^T \\ -j^T \\ 2k^T \end{bmatrix} \dot{\omega}_{ib}^b, \text{ ou} \tag{24}$$

$$\begin{bmatrix} A4 \\ A7 \\ A6 + A9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} L^b = \begin{bmatrix} -n & 0 & 0 \\ 0 & -n & 0 \\ 0 & 0 & 2n \end{bmatrix} \dot{\omega}_{ib}^b,$$

resolvendo a expressão constata-se que a equação da aceleração angular é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{ib}^b &= \begin{bmatrix} -1/n & 0 & 0 \\ 0 & -1/n & 0 \\ 0 & 0 & 1/2n \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} A4 \\ A7 \\ A6 + A9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (A8 + A3)/2 \\ (A5 - A1)/2 \\ A2 \end{bmatrix} \right), \\ \dot{\omega}_{ib}^b &= \frac{1}{n} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} A4 \\ A7 \\ A6 + A9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A2 \\ -A2 \\ \frac{A8 + A3 - A5 + A1}{2} \end{bmatrix} \right), \\ \dot{\omega}_{ib}^b &= \frac{1}{n} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A4 + A2 \\ A7 - A2 \\ \frac{2A6 + 2A9 + A8 + A3 - A5 + A1}{2} \end{bmatrix}, \\ \dot{\omega}_{ib}^b &= \frac{1}{n} \begin{bmatrix} -A4 - A2 \\ -A7 + A2 \\ \frac{2A6 + 2A9 + A8 + A3 - A5 + A1}{4} \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{25}$$

Por definição, a velocidade angular ω_{ib}^b aplicada ao corpo pode ser encontrada a partir da integração de (25).

Considerando que a aceleração linear \ddot{r}_B em *i-frame* satisfaz a equação $L^i = C_b^i L^b = \ddot{r}_B - g^i$, e que a matriz de transformação C_b^i , apresentada, pode ser encontrada resolvendo a equação diferencial $\dot{C}_b^i = C_b^i \omega_{ib}^b$, o deslocamento realizado pelo corpo pode ser identificado a partir da integração dupla de $C_b^i L^b + g^i$ [Qin et al. 2009].

4.2. Algoritmo e estruturas de desenvolvimento

A Figura 13 apresenta o fluxograma com o procedimento de cálculo, bem como, a ordem em que as equações derivadas na seção anterior, foram utilizadas para identificar o movimento do corpo.

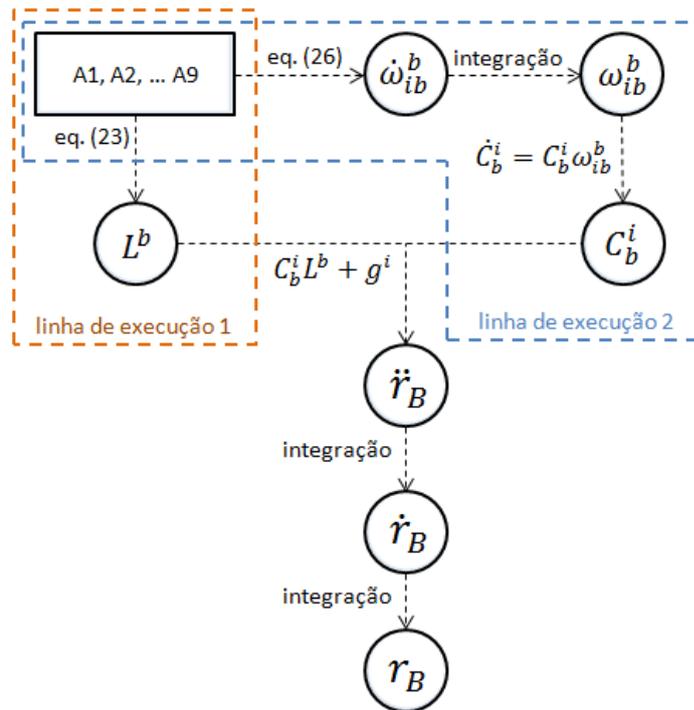


Figura 13: Fluxograma do algoritmo. Baseado em [Quin et al. 2009].

Para implementar o fluxograma apresentado e realizar as simulações de movimento, necessárias à comprovação de viabilidade do modelo, foi utilizado o *software*⁶ Matlab[®], versão 7.12.0.635 (R2011a). O Matlab[®] foi escolhido pela facilidade de implementação dos algoritmos, resultado de uma sintaxe simples e com uma vasta biblioteca de funções que permitiram um rápido *feedback*⁷ para os testes que foram realizados. Originalmente desenvolvido para facilitar a manipulação de vetores e matrizes, o Matlab[®] - *MATrix Laboratory* é, atualmente, um *software* de alta performance destinado a resolução de problemas que envolvem cálculos numéricos. O Matlab[®] integra, em um ambiente de fácil utilização, o processamento de sinais, a análise numérica, o cálculo com matrizes, e a construção de gráficos.

Para conseguir estrutura suficiente à realização das simulações e posterior análise dos resultados foram criados seis arquivos. O arquivo *main.m* organiza os passos do fluxograma necessário ao cálculo para identificação do movimento do corpo rígido. É o

⁶ Conjunto de instruções que conduzem o computador para execução de operações específicas.

⁷ Informação a respeito de um produto, desempenho ou de uma atividade realizada.

arquivo principal do conjunto de códigos fonte⁸. Ele contém a instanciação das variáveis e vetores e as chamadas às funções nativas e extras, que foram implementadas para dar suporte e facilitar a leitura e o entendimento dos códigos. A modularização do programa, necessário aos testes, bem como outras práticas aplicadas ao desenvolvimento, são fundamentais para facilitar a implementação, o entendimento e a manutenção dos arquivos.

A Figura 14, referente ao arquivo *main.m*, apresenta a instanciação de alguns parâmetros que são utilizados durante os testes, como: distância entre sensores; intervalo utilizado para aferição da simulação e quantidade de sinais que serão analisados. O trecho de código destacado na Figura 14 indica a leitura de sinais para um determinado movimento. Durante os testes, os movimentos foram analisados a partir de dados simulados, e por isso para cada movimento que seria analisado foi criada uma função, implementada em arquivo fonte separado e contendo os sinais de aceleração para o possível deslocamento. No destaque da Figura 14 é possível observar uma chamada à função *get_sinais_mov_loosango* que retorna um conjunto de dezesseis mil pontos de simulação para um movimento em formato de losango. O resultado desta simulação é apresentado nos capítulos seguintes.

```
% tempo do passo da simulação
step = .001;

% tamanho do braço do L utilizado na placa
n = .03;

% sinal de aceleração do movimento simulado
sinais = zeros(16000, 9);
for c=1:size(sinais, 1)
    sinais(c,:) = get_sinais_mov_loosango(c * step);
end;

% número de pontos de aceleração que se pretende utilizar
nMedicoes = size(sinais, 1);

% tempo utilizado para colher todos os sinais
ts = 0:step:(nMedicoes*step)-step;
```

Figura 14: Trecho de código do arquivo *main.m*.

Para realizar os cálculos de integração foi utilizada a função *cumtrapz* presente na biblioteca de funções⁹ nativa do Matlab®, conforme pode ser observado na Figura 15. A

⁸ Conjunto de instruções utilizado para construção do *software*.

⁹ Coleção de subprogramas utilizados no desenvolvimento de *software*.

função *cumtrapz* é uma função que calcula uma aproximação da integral baseada no método trapezoidal. Embora existam outros métodos de integração numérica, a ideia neste momento era analisar a viabilidade do modelo de configuração. Por este motivo, não houve preocupação com a eficiência do método de integração utilizado e com a margem e acúmulo de erros derivados desta escolha.

```

% encontrar vetor de aceleração angular
vAcAngular = zeros(nMedicoes, 3);

for c=1:nMedicoes
    vAcAngular(c,:) = get_vetor_aceleracao_angular(sinais(c,:), n);
end;

% encontrar vetor de velocidade angular
vVeAngular = cumtrapz(ts, vAcAngular);

```

Figura 15: Trecho de código onde é utilizada a função *cumtrapz*.

Para resolver os demais passos apresentados no fluxograma da Figura 13 foram criados três arquivos contendo as funções: *get_vetor_aceleracao_angular*; *get_dcm* e *get_forca_especifica*. Para simular os deslocamentos de um corpo e analisar os sinais deste movimento foram criados os arquivos de funções: *get_sinal_mov_quadrado* e *get_sinal_mov_lostango*.

Os arquivos criados com o intuito de simular e analisar o resultado deste trabalho tem suas funções apresentadas na Tabela 3. O código fonte completo destes arquivos pode ser encontrado no Apêndice A.

Tabela 3: Resumo dos arquivos com os códigos fonte.

Arquivo	Descrição
main.m	Contém as chamadas às funções e os passos do fluxograma necessários à detecção do movimento do corpo.
get_vetor_aceleracao_angular.m	Calcula a velocidade angular referente ao conjunto de nove sinais de aceleração, de acordo com a equação (26).
get_forca_especifica.m	Calcula a força específica referente ao conjunto de nove sinais de aceleração, de acordo com a equação (23).
get_dcm.m	Calcula a matriz de transformação entre os referenciais móvel e fixo.
get_sinal_mov_quadrado.m	Simula um sinal de aceleração referente a um movimento em quadrado realizado por um corpo.

get_sinal_mov_loosango.m	Simula um sinal de aceleração referente a um movimento em losango realizado por um corpo.
--------------------------	---

A partir do fluxograma, também é possível perceber a capacidade de se paralelizar o algoritmo utilizado no cálculo a partir de, pelo menos, duas linhas de execução. A utilização de várias linhas de execução permite agregar à implantação do algoritmo os benefícios advindos da programação paralela¹⁰. A possibilidade de paralelização do algoritmo e a construção de um protótipo que utilize a configuração de sensores proposta serão objetos de estudo de trabalhos futuros.

¹⁰ Estrutura de programação empregada na criação de algoritmos com a estrutura de múltiplos processadores.

Capítulo 5

Simulações e Resultados

O modelo de configuração proposto e o algoritmo para o cálculo da aceleração e velocidade angulares foram avaliados a partir da simulação de dois movimentos: um movimento que simulava um deslocamento em formato de um quadrado e outro que simulava um deslocamento em formato de um losango. A justificativa para a realização do segundo movimento está no fato de que no deslocamento em quadrado o corpo estava sendo influenciado por forças em apenas um dos eixos.

Dando continuidade ao processo de validação, foram realizados testes utilizando um sinal que simulava a interferência de um ruído. O sinal deste ruído foi gerado aleatoriamente e adicionado ao sinal original. Os resultados encontrados e a comparação com o deslocamento original são apresentados nas seções a seguir.

5.1. Deslocamento com movimentação em quadrado

Para realizar os testes com uma movimentação que simulava um deslocamento em formato de um quadrado foram supostas as seguintes condições:

1. Distância entre os acelerômetros de 0.02m.
2. Passo de simulação de 0.001s.
3. Tempo total de simulação de 16s.
4. Aceleração baseada na função seno.
 - a. De zero a quatro segundos: $[\text{sen}(\text{tempo}) \ 0 \ 0]$
 - b. Acima de quatro até oito segundos: $[0 \ \text{sen}(\text{tempo}) \ 0]$
 - c. Acima de oito até doze segundos: $[-\text{sen}(\text{tempo}) \ 0 \ 0]$

d. Acima de doze até dezesseis segundos: $[0 - \text{sen}(\text{tempo}) 0]$

As Figuras 16, 17 e 18 representam o deslocamento identificado em cada eixo e a Figura 19 apresenta a curva de deslocamento em XOY .

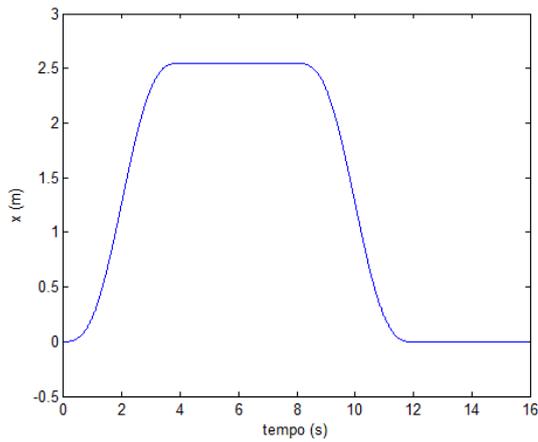


Figura 16: Deslocamento em X – Movimento em formato de quadrado.

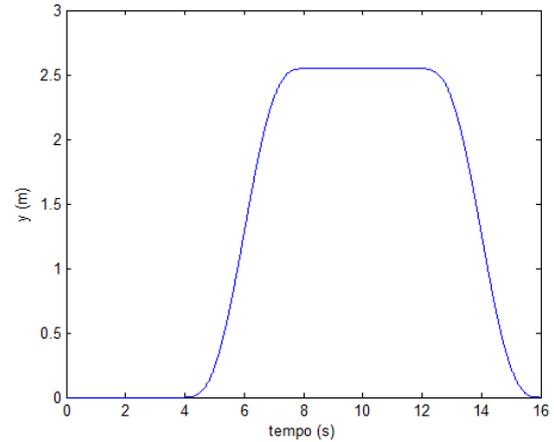


Figura 17: Deslocamento em Y – Movimento em formato de quadrado.

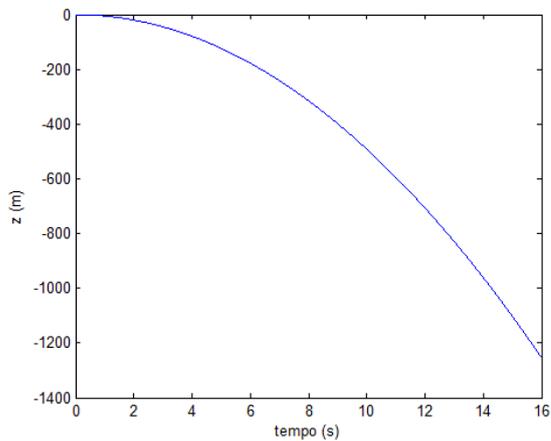


Figura 18: Deslocamento em Z – Movimento em formato de quadrado.

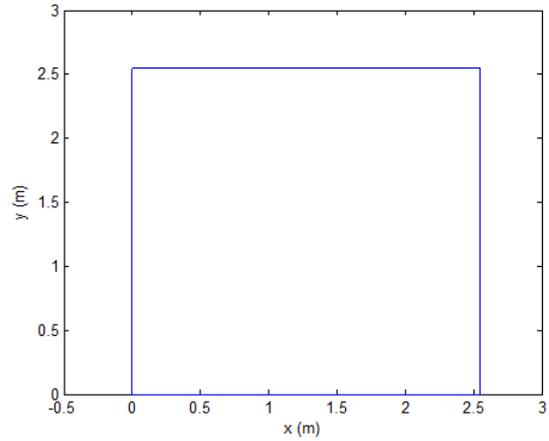


Figura 19: Curva de deslocamento XOY – Movimento em formato de quadrado.

5.2. Deslocamento com movimentação em losango

Para realizar os testes com uma movimentação que simulava um deslocamento em formato de um losango levou-se em consideração as seguintes condições:

1. Distância entre os acelerômetros de 0.3m.
2. Passo de simulação de 0.001s.
3. Tempo total de simulação de 16s.
4. Aceleração baseada na função seno.
 - a. De zero a quatro segundos: $[\text{sen}(\text{tempo}) \text{ sen}(\text{tempo}) 0]$
 - b. Acima de quatro até oito segundos: $[-\text{sen}(\text{tempo}) \text{ sen}(\text{tempo}) 0]$
 - c. Acima de oito até doze segundos: $[-\text{sen}(\text{tempo}) - \text{sen}(\text{tempo}) 0]$
 - d. Acima de doze até dezesseis segundos: $[\text{sen}(\text{tempo}) - \text{sen}(\text{tempo}) 0]$

As Figuras 20, 21 e 22 representam o deslocamento identificado em cada um dos eixos e a Figura 23 apresenta a curva de deslocamento em XOY . A Figura 24 apresenta o deslocamento realizado nas três dimensões, eixos XYZ , onde é possível perceber a atuação da força da gravidade para o eixo Z .

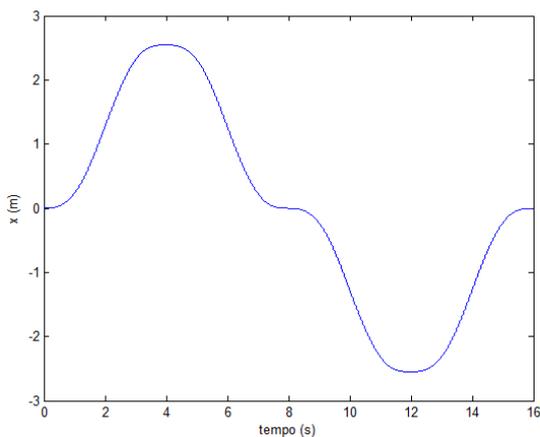


Figura 20: Deslocamento em X – Movimento em formato de losango.

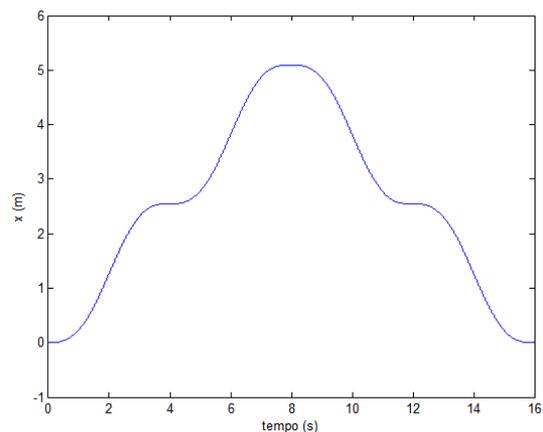


Figura 21: Deslocamento em Y – Movimento em formato de losango.

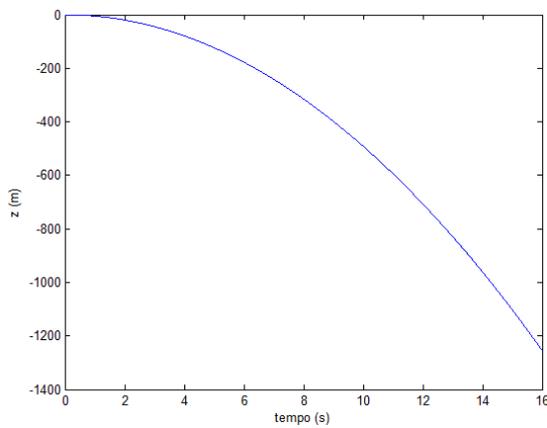


Figura 22: Deslocamento em Z – Movimento em formato de losango.

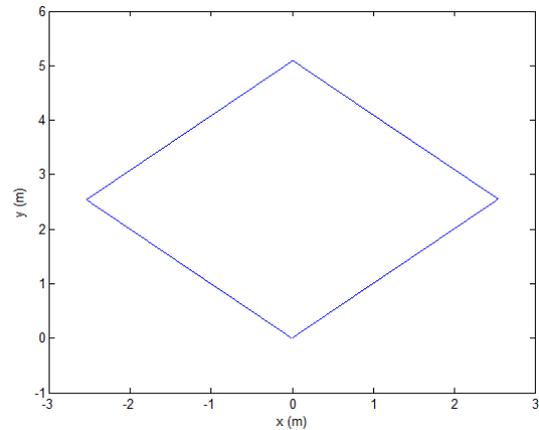


Figura 23: Curva de deslocamento XOY – Movimento em formato de losango.

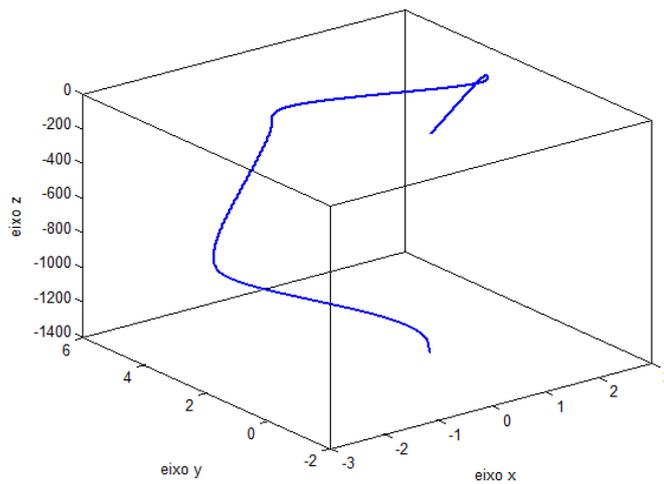


Figura 24: Deslocamento em XYZ – Movimento em formato de losango.

5.3. Simulação da interferência de ruído

Para simular a interferência que poderia ser causada pela inserção de um ruído, um sinal extra foi incorporado ao sinal original. O sinal original utilizado foi o mesmo que representava o deslocamento com movimentação em quadrado. Foram realizadas com simulações para cinco níveis distintos da relação sinal/ruído. Aliados a estes quinhentos testes, foram realizadas outras quatrocentas simulações considerando a variação da

distância entre os sensores $S1 \leftrightarrow S2$ e $S2 \leftrightarrow S3$. A ideia era confrontar os resultados e verificar se para distâncias maiores a interferências seria cada vez menor.

Para realizar a simulação destas interferências, um sinal aleatório foi adicionado ao sinal original e os resultados encontrados foram comparados com o resultado do movimento original. Para garantir a relação sinal/ruído esperada para a simulação, um escalar, calculado com base nos dois sinais: original e ruído, foi adicionado ao cálculo da geração deste sinal ruidoso. As relações sinal/ruído utilizadas foram: 30dB, 50dB, 70dB, 90dB e 100dB.

Para analisar a interferência destes ruídos foram utilizadas duas métricas: a média da distância euclidiana entre a trajetória com e sem ruído, e o módulo da distância entre as posições finais das trajetórias. Os resultados encontrados são apresentados nas Tabelas 4. As Figuras 25, 26, 27, 28 e 29 apresentam graficamente a comparação do deslocamento XOY do sinal original com um dos cem exemplares do sinal ruidoso, escolhido aleatoriamente, para cada nível da relação sinal/ruído utilizada.

As características e as condições das simulações são as mesmas apresentadas na simulação do movimento em quadrado. Os valores médios, informados na Tabela 4, são apresentados utilizando a unidade de medida padrão para comprimento: o metro.

Tabela 4: Variação entre o sinal original e com ruído

	30dB	50dB	70dB	90dB	100dB
Média da distância, ponto a ponto, entre as trajetórias	0.0116	0.0013	1.0190×10^{-4}	1.1707×10^{-5}	3.2227×10^{-6}
Média da distância entre os últimos pontos	2.7625	0.2973	0.0235	0.0028	7.4450×10^{-4}
Porcentagem média da diferença entre os últimos pontos e o deslocamento total	27.625%	2.973%	0.235%	0.028%	0.007%

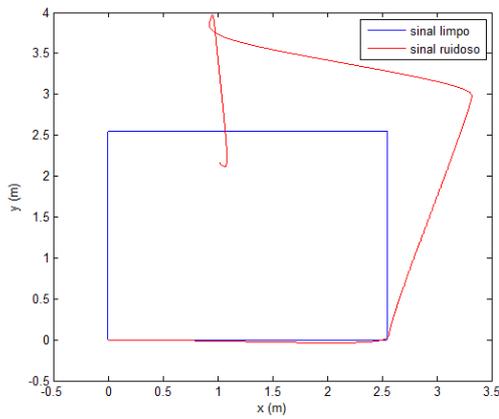


Figura 25: Deslocamento com relação sinal/ruído de 30dB.

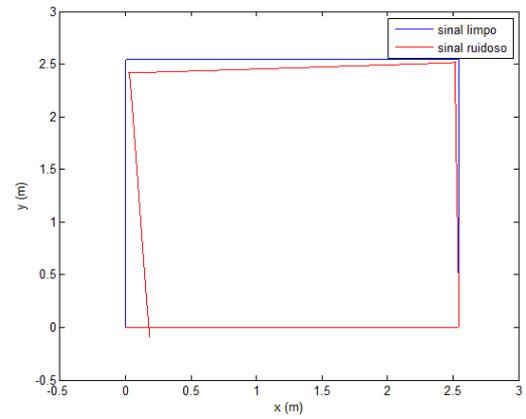


Figura 26: Deslocamento com relação sinal/ruído de 50dB.

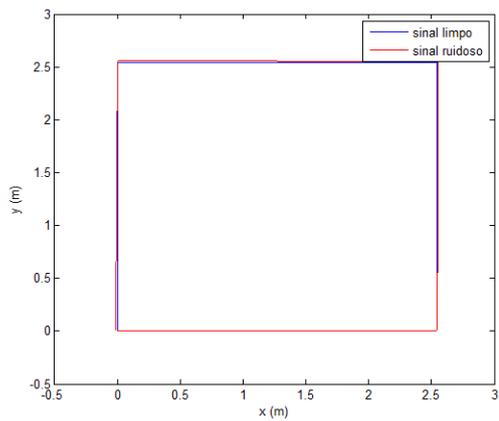


Figura 27: Deslocamento com relação sinal/ruído de 70dB.

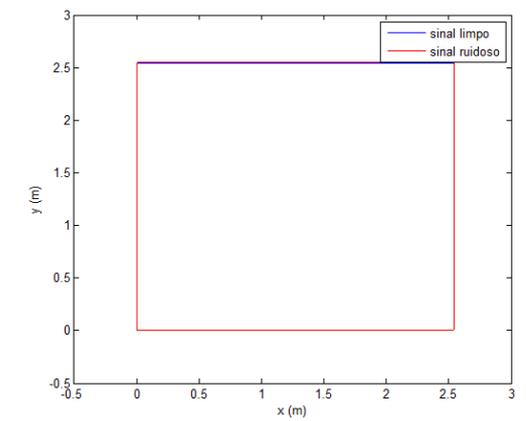


Figura 28: Deslocamento com relação sinal/ruído de 90dB.

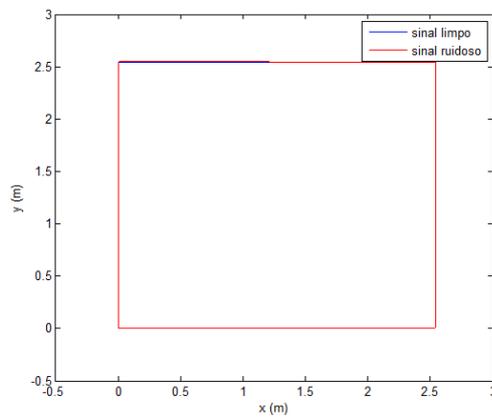


Figura 29: Deslocamento com relação sinal/ruído de 100dB.

Para analisar a interferência que esse ruído poderia causar utilizando uma distância diferente entre os sensores $S1 \leftrightarrow S2$ e $S2 \leftrightarrow S3$, foram utilizadas quatro distâncias diferentes para uma relação sinal/ruído de 30dB. Essa relação de 30dB foi escolhida porque as simulações apresentaram os resultados que comprovavam maior interferência do ruído. As Figuras 30, 31, 32 e 33 apresentam graficamente a comparação do deslocamento XOY do sinal original com um dos cem exemplares do sinal ruidoso.

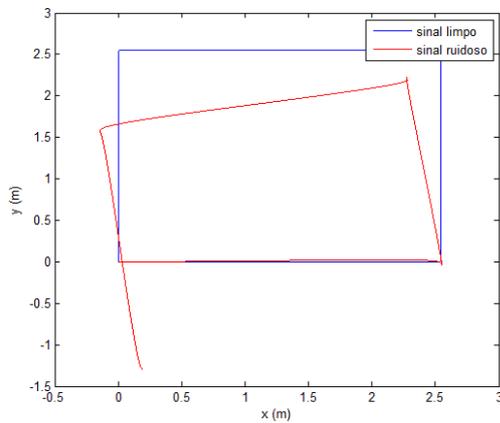


Figura 30: Deslocamento com relação sinal/ruído de 30dB e distância entre sensores de 0.04m.

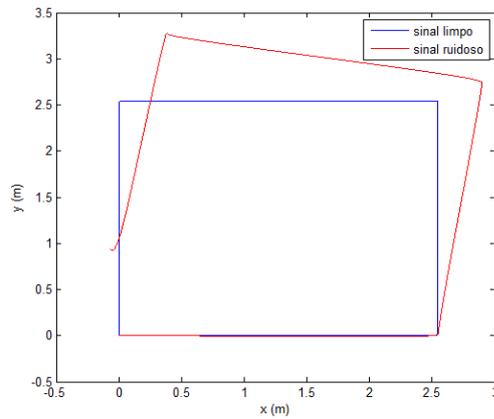


Figura 31: Deslocamento com relação sinal/ruído de 30dB e distância entre sensores de 0.06m.

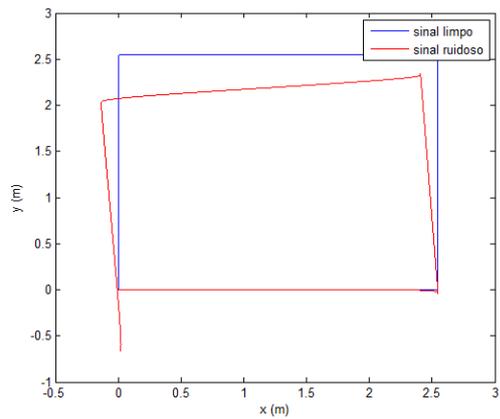


Figura 32: Deslocamento com relação sinal/ruído de 30dB e distância entre sensores de 0.08m.

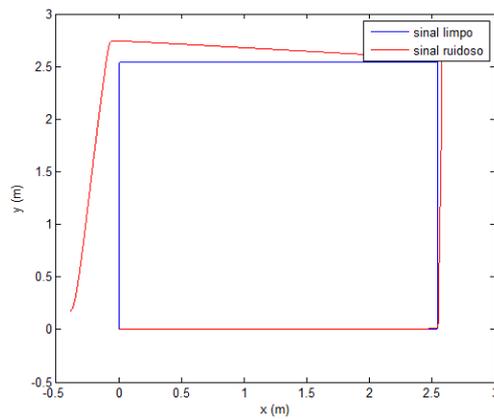


Figura 33: Deslocamento com relação sinal/ruído de 30dB e distância entre sensores de 0.10m.

As distâncias utilizadas nas simulações foram: 0.04m, 0.06m, 0.08m e 0.1m. Para cada distância foram realizadas cem simulações. Para analisar a interferência do ruído

foram utilizadas duas métricas: a média da distância euclidiana entre a trajetória com e sem ruído, e o módulo da distância entre as posições finais das trajetórias. Os resultados encontrados são apresentados nas Tabelas 5. Os valores médios, informados na Tabela 5, são apresentados utilizando a unidade de medida padrão para comprimento: o metro.

O gráfico referente à simulação utilizando uma distância de 0.02m entre os sensores é apresentado na Figura 25.

Tabela 5: Variação entre o sinal original e com ruído para diferentes distâncias entre sensores

	0.02m	0.04m	0.06m	0.08m	0.10m
Média da distância, ponto a ponto, entre as trajetórias	0.0116	0.0059	0.0042	0.0029	0.0021
Média da distância entre os últimos pontos	2.7625	1.4112	0.9871	0.6433	0.5074
Porcentagem média da diferença entre os últimos pontos e o deslocamento total	27.625%	14.112%	9.871%	6.433%	5.074%

Os resultados encontrados demonstram que quanto maior a distância entre os sensores menor será a interferência do ruído para a detecção do movimento realizado pelo corpo.

Capítulo 6

Conclusão

Existem diversos estudos e várias propostas de esquemas de configuração e instalação de sensores para construção de unidades de medida inerciais que utilizam apenas acelerômetros. A principal diferença entre estas propostas está na quantidade de sinais de aceleração utilizados e no posicionamento dos dispositivos, ao longo do corpo, para captura e posterior análise destes sinais. Embora existam diversas propostas, a localização dos sensores para leitura dos sinais dificulta a construção de dispositivos para identificação de movimento. É perceptível a dificuldade de se instalar e calibrar os nove acelerômetros de um modelo em cubo, por exemplo, quando comumente se trabalha com placas de circuito planas.

Este trabalho propõe um esquema de configuração utilizando três acelerômetros de três eixos. A proposta é montar os três dispositivos em um mesmo plano, dispendo-os em “L” de modo que a instalação e calibração destes sensores facilite a construção de um dispositivo capaz de identificar o deslocamento realizado por um corpo rígido. Os sensores dispostos em um mesmo plano permitem a implantação da proposta em placas de circuito integrado. O modelo aqui proposto também se diferencia de alguns dos modelos, apresentados anteriormente na literatura, por utilizar nove sinais de aceleração. A partir da utilização dos nove sinais, torna-se possível identificar as variações de velocidade angular a partir da integração da aceleração angular, o que reduz o acúmulo de erros derivados de pequenos movimentos.

Os resultados apresentados a partir das simulações iniciais demonstraram a viabilidade deste modelo de configuração e validam a principal contribuição deste

trabalho, que é a possibilidade de instalação dos sensores em uma mesma placa de circuito.

Referências

- AKEILA, E.; SALCIC, Z.; SWAIN, A. Implementation, Calibration and Testing of GFINS Models Based on Six-Accelerometer Cube. In: TENCON, 2008, Hyderabad. **Proceedings...** Hyderabad: s.n., 2008.
- ALGRAIN, M. C. Accelerometer-Based Platform Stabilization. **SPIE: Acquisition, Tracking and Pointing V**, s.l., n. 1482, p. 367-382, Aug. 1991.
- BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R. **Mecânica Vetorial para Engenheiros: Cinemática e Dinâmica**. 5^a ed. São Paulo: Makron Books, 1994.
- CAO, Y.; ZU, J. Review of the Gyroscope Free Strap-down Inertial Navigation System. **ICCASM: Computer Application and System Modeling**, Tayuan, v. 6, p. 413-417, Oct. 2010.
- CHEN, J.; LEE, S.; DEBRA, D. B. Gyroscope Free Strapdown Inertial Measurement Unit by Six Linear Accelerometers. **Journal of Guidance, Control e Dynamics**, s.l., v. 17, n. 2, p. 286-290, Mar. 1994.
- COREY, V. B. Measuring Angular Acceleration with Linear Acceleration. **Control Engineering**, s.l., p. 79-80, 1962.
- CRAIG, J. J. **Introduction to Robotics: Mechanics and Control**. 3^a ed. New Jersey: Pearson, 2005.
- GROVES, P. D. **Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems**. Boston: Artech House, 2008.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física, Vol. 1: Mecânica**. 8^a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

- JITAO, Y. A Novel Design of NGIMU. **Education Technology and Training**, Shanghai, v. 2, p. 267-269, Dec. 2008.
- KRISHNAN, V. Measurement of Angular Velocity and Linear Acceleration Using Linear Accelerometers. **Journal of The Franklin Institute: Engineering and Applied Mathematics**, s.l., p. 307-315, Jan. 1965.
- LEE, S.; LIU, C. Innovative Estimation Method with Own-ship Estimator for an all accelerometer-type Inertial Navigation System. **International Journal of Systems Science**, s.l., p. 1259-1266, 1999.
- LEE, S.; HUANG, Y. Innovative Estimation Method with Measurement Likelihood for All-Accelerometer Type Inertial Navigation System. **Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions**. s.l., v. 38, p. 339-346, Jan. 2002.
- MUCHERONI, M. F./USP. **Capítulo 9 – Cinemática do Movimento Espacial dos Corpos Rígidos**. Laboratório de Dinâmica. Disponível em: <<http://www2.eesc.usp.br/labdin/>>. Acesso em: 01. mar. de 2013.
- NEVALAINEN, E. **Accelerometer configurations for a gyroscope free inertial navigation system**. Helsinki University Technology. Disponível em: <http://salserver.org.aalto.fi/vanhat_sivut/Opinnot/Mat-2.4108/pdf-files/enev08.pdf>. Acesso em: 12 nov. 2012.
- QIN, F.; XU, J.; JIANG, S. A New Scheme of Gyroscope Free Inertial navigation System Using 9 Accelerometers. In: ISA, 2009, Wuhan. **Proceedings...** Wuhan: s.n., 2009.
- SCHULER, A. R. Measuring Rotational Motion with Linear Accelerometers. **Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions**. s.l., v. 3, p. 465-472, May. 1967.
- SIOURIS, G. M. **Aerospace Avionics Systems: A Modern Synthesis**. London: Academic Press, Inc. 1993.

- TAN, C.; PARK, S. Design of Accelerometer-Based Inertial Navigation Systems. **Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions**. California, v. 54, p. 2520-2530, Nov. 2005.
- TAN, C.; PARK, S.; MOSTOV, K.; VARAIYA, P. Design of Gyroscope-Free Navigation Systems. **Intelligent Transportation Systems**. Oakland, p. 286-291, 2001.
- TSAI, Y.; TU, T.; BAE, H.; CHOU, P. H. EcoIMU: A Dual Triaxial-Accelerometer Inertial Measurement Unit for Wearable Applications. **BSN: Body Sensor Networks**. Singapore, p. 207-212, 2010
- WANG, Q.; DING, M.; ZHAO, P. A new scheme of non-gyro inertial measurement unit for estimating angular velocity. In: IECON, 29th, 2003, Virginia. **Industrial Electronics Society**, Virginia, v. 2, p. 1564-1567, Nov. 2003.
- WOODMAN, O. J. An introduction to inertial navigation. **Technical Report**, Cambridge, n. 696, 2007. Disponível em: <<http://www.cl.cam.ac.uk/techreports/>>. Acesso em: 10 jul. 2012.

Apêndice A

Código Fonte

As imagens a seguir apresentam os códigos, implementados utilizando o Matlab[®], necessários à simulação de viabilidade para o modelo de configuração proposto neste trabalho.

```
% tempo do passo da simulação
step = .001;

% tamanho do braço do L utilizado na placa
n = .03;

% sinal de aceleração do movimento simulado
sinais = zeros(16000, 9);
for c=1:size(sinais, 1)
    sinais(c,:) = get_sinais_mov_loango(c * step);
end;

% número de pontos de aceleração que se pretende utilizar
nMedicoes = size(sinais, 1);

% tempo utilizado para colher todos os sinais
ts = 0:step:(nMedicoes*step)-step;

% encontrar vetor de aceleração angular
vAcAngular = zeros(nMedicoes, 3);

for c=1:nMedicoes
    vAcAngular(c,:) = get_vetor_aceleracao_angular(sinais(c,:), n);
end;

% encontrar vetor de velocidade angular
vVeAngular = cumtrapz(ts, vAcAngular);

% encontrar matriz de transformação
vMaTransformacao = zeros(size(vVeAngular, 1), 9);
for c = 1:size(vVeAngular, 1)
    if c == 1
        % matriz de transformação = identidade inicialmente
        C = eye(3);
    else
        % matriz de transformação = matriz encontrada anteriormente
        C = reshape(vMaTransformacao(c-1,:), [3 3]);
    end
end

% vetor velocidade
w = vVeAngular(c,:);
```

```

% resolvendo a equação diferencial
[t y] = ode45(@(t,y) get_dcm(t,C,w), [c*step-step c*step], C);
vMaTransformacao(c,:) = y(end,1:9);

% encontrar vetor de força específica
vFoEspecificica(c,:) = get_forca_especificica(sinais(c,:));

% encontrar vetor de aceleração linear
g = [0; 0; -9.8];
vAcLinear(c,:) = reshape(vMaTransformacao(c,:), [3 3]) *
reshape(vFoEspecificica(c,:), [3 1]) + g;
end

% encontrar vetor de velocidade linear
vVeLinear = cumtrapz(ts, vAcLinear);

% encontrar vetor de deslocamento linear
vDeLinear = cumtrapz(ts, vVeLinear);

```

Código fonte: main.m

```

% sinais -> vetor com os nove sinais de aceleração
% n      -> tamanho do braço
% fórmula utilizada w = 1/n [-A4-A2; -A7+A2; (2A6+2A9+A8+A3-A5+A1)/4]
function vetor_aceleracao = get_vetor_aceleracao_angular( sinais, n )
    vetor_aceleracao = 1/n * [-(sinais(4)+sinais(2))
                             -sinais(7)+sinais(2)
                             (2*sinais(6)+2*sinais(9)+sinais(8)+sinais(3)-
sinais(5)+sinais(1))/4];
end

```

Código fonte: get_vetor_aceleracao_angular.m

```

% força específica em {b}
% sinais -> vetor com os nove sinais de aceleração
% fórmula utilizada l = [(A8+A3)/2; (A5-A1)/2; A2]
function forca = get_forca_especificica( sinais )
    forca = [(sinais(8)+sinais(3))/2;
            (sinais(5)-sinais(1))/2;
            sinais(2)];
end

```

Código fonte: get_forca_especificica.m

```

% função que calcula a matrix de transformação
function dC = get_dcm(t, C, w)
    m_skew = [0 -w(3) w(2); w(3) 0 -w(1); -w(2) w(1) 0];
    Cb = C * m_skew;
    dC = Cb(:);
end

```

Código fonte: get_dcm.m

```

% retorna um vetor 1x9 referente a cada sinal de aceleração
function sinais = get_sinais_mov_quadrado( tempo )
% modelo de sinais para o deslocamento em quadrado
% -----
p_int = fix(tempo);
p_fra = abs(tempo - p_int);

t = rem(floor(p_int), 16);
a = sind((t + p_fra) * 90);
if t < 4
    sinais = [0 0 a 0 0 -a 0 a 0];
elseif t < 8
    sinais = [-a 0 0 0 a 0 0 0 a];
elseif t < 12
    sinais = [0 0 -a 0 0 a 0 -a 0];
else
    sinais = [a 0 0 0 -a 0 0 0 -a];
end
end
end

```

Código fonte: get_sinal_mov_quadrado.m

```

% retorna um vetor 1x9 referente a cada sinal de aceleração
function sinais = get_sinais_mov_loosango( tempo )
% modelo de sinais para o deslocamento em quadrado
% -----
p_int = fix(tempo);
p_fra = abs(tempo - p_int);

t = rem(floor(p_int), 16);
a = sind((t + p_fra) * 90);
if t < 4
    sinais = [-a 0 a 0 a -a 0 a a];
elseif t < 8
    sinais = [-a 0 -a 0 a a 0 -a a];
elseif t < 12
    sinais = [a 0 -a 0 -a a 0 -a -a];
else
    sinais = [a 0 a 0 -a -a 0 a -a];
end
end
end

```

Código fonte: get_sinal_mov_loosango.m

